HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXXIX.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.

A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXI.



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

Sur la Lumiére Septentrionale. Page 1
Observations de Phisique générale. 2

ANATOMIE.

Sur les Salamandres. 5
Observations Anatomiques. 8

CHIMIE.

Sur le Vinaigre concentré par la gelée. 16
Sur la Précipitation du Sel Marin dans la fabrique du Salpêtre. 19
Sur les Eaux Minérales chaudes de Bourbon-l'Archambaut. 22

BOTANIQUE.

Sur le Simarouba. 28
Sur l'accroissement des Plantes par les Pluyes. 30
Sur l'altération de la couleur des Pierres & des Plâtres des Bâtiments. 32
Observation Botanique. 35

TABLE.

GÉOMÉTRIE.

Sur les Lignes du troisiéme ordre, ou Courbes du second. 37
Sur quelques affections des Courbes. 44

ASTRONOMIE.

Sur le mouvement diurne de la Terre, ou sa rotation sur son Axe. 51
Sur le second Satellite de Jupiter. 63
Sur la Comete de 1729. 68
Sur des Observations Astronomiques faites en Amérique. 72

MÉCHANIQUE.

Sur les Voûtes. 75
Sur les Machines à remonter les Bateaux. 81
Sur les Tourbillons célestes. 87

Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1729. 92

Eloge du P. Sébastien Truchet, Carme. 93
Eloge de M. Bianchini. 102
Eloge de M. Maraldi. 116



TABLE
POUR
LES MEMOIRES.

OBSERVATION de l'Eclipse totale de Lune, du 13 Février 1729. Par M. MARALDI. Page 1

Observation de l'Eclipse totale de Lune, du 13 Février 1729; faite à l'Observatoire Royal. Par M. CASSINI. 5

Observation de l'Eclipse de Lune, du 13 Février 1729 au soir; faite à l'Observatoire Royal. Par M. GODIN. 9

Observation de l'Eclipse de Lune, du 13 Février 1729, qui a été totale avec demeure. A Carré près d'Orléans. Par M. le Chevalier DE LOUVILLE. 12

Mémoire sur le Calcul analytique & indéfini des Angles des Triangles rectilignes & sphériques, indépendamment des Tables des Sinus, & sur les MINIMUM & les MAXIMUM de ce Calcul. Par M. DE LAGNY. 14

Observations Anatomiques sur la Rotation, la Pronation, la Supination, & d'autres mouvements en rond. Par M. WINSLOW. 25

Recherches d'un Spécifique contre la Dysenterie, indiqué par les anciens Auteurs sous le nom de MACER, auquel l'Ecorce d'un Arbre de Cayenne, appellé Simarouba, *peut être comparé & substitué.* Par M. DE JUSSIEU. 32

Nouvelles Conjectures sur la Cause du Mouvement diurne de la

Terre sur son Axe d'Occident en Orient. Par M. DE MAIRAN. 41

Examen du Vinaigre concentré par la gelée. Par M. GEOFFROY le Cadet. 68

De la Poussée des Voûtes. Par M. COUPLET. 79

Mémoire sur le Diaphragme. Par M. SENAC. 118

Observations physiques & anatomiques sur plusieurs especes de Salamandres qui se trouvent aux environs de Paris. Par M. DU FAY. 135

Sur la Théorie des Mouvements variés, c'est-à-dire, qui sont continuellement accélérés, ou continuellement retardés ; avec la maniére d'estimer la Force des Corps en mouvement. Par M. le Chevalier DE LOUVILLE. 154

Quelle est la principale cause de l'altération de la Blancheur des Pierres & des Plâtres des Bâtiments neufs ! Par M. DE REAUMUR. 185

Traité des Lignes du troisiéme ordre, ou des Courbes du second genre. Par M. NICOLE. 194

De la Précipitation du Sel marin dans la fabrique du Salpêtre. Par M. PETIT le Médecin. 225

Probleme physico-mathématique, dont la solution tend à servir de Réponse à une des Objections de M. Newton contre la possibilité des Tourbillons celestes. Par M. l'Abbé DE MOLIÉRES. 235

Observations sur la structure & l'action de quelques Muscles des Doigts. Par M. HUNAULD. 244

Remarques sur les Aubes ou Pallettes des Moulins, & autres

Machines mûes par le courant des Rivières. Par M. PITOT. 253

Essai d'Analyse en général des Eaux minérales chaudes de Bourbon-l'Archambaud. Par M. BOULDUC. 258

Sur quelques affections des Courbes. Par M. DE MAUPERTUIS. 277

Second Mémoire sur le Borax. Par M. LÉMERY. 282

Mémoire sur l'usage qu'on peut faire en Géométrie des Polygones rectilignes, arithmétiquement *réguliers, par rapport à la Mesure des Lignes courbes. Avec plusieurs nouveaux Projets pour perfectionner la* Trigonométrie *& la* Cyclométrie. Par M. DE LAGNY. 301

De l'Aurore boréale qui a paru le 16 Novembre de l'année 1729. Par M. CASSINI. 321

Second Mémoire sur la Porcelaine; ou suite des Principes qui doivent conduire dans la composition des Porcelaines de différents genres; & qui établissent le caractere des Matières fondantes qu'on peut choisir pour tenir lieu de celles qu'on y employe à la Chine. Par M. DE REAUMUR. 325

Observation de l'Eclipse totale de Lune du 8 Août 1729. Par M. CASSINI. 344

Observation de l'Eclipse totale de Lune du 8 Août 1729. Par M. GODIN. 346

Recherches physiques de la cause du prompt accroissement des Plantes dans les temps de pluyes. Et plusieurs Observations à ce sujet. Par M. DU HAMEL. 349

Observations astronomiques faites en divers lieux de l'Amérique

Méridionale, comparées avec celles qui ont été faites en France. Par M. CASSINI. 361

Comparaison entre quelques Machines mûës par les courants des Fluides. Où l'on donne une Méthode très-simple de comparer l'effet de celles dont l'Arbre qui porte les Aîles ou Aubes est perpendiculaire au courant de l'eau, à l'effet de celles dont le même Arbre est parallele au courant. Par M. PITOT. 385

De l'Inclinaison de l'Orbe du second Satellite à l'égard de l'Orbe de Jupiter. Par M. MARALDI. 393

De la Comete qui a commencé à paroître à la fin du mois de Juillet de cette année 1729. Par M. CASSINI. 409

Observations Météorologiques pendant l'année 1729. Par M. MARALDI. 418

Mémoire sur une nouvelle maniére d'opérer la Fistule lacrymale. Par M. LAMORIER, de la Societé Royale des Sciences de Montpellier. 421

HISTOIRE

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXXIX.

PHISIQUE GENERALE.

SUR LA LUMIÉRE SEPTENTRIONALE.

LA Lumiére Septentrionale, que l'on croyoit sur sa fin, comme il a été dit dans l'Histoire de 1726 *, non seulement reparut en cette année avec plus d'éclat & de beauté que jamais, & avec des circonstances toutes nouvelles, mais après avoir cessé encore, du moins pour ce pays-ci, pendant les années 1727 & 1728, elle s'est remontrée en 1729,

V. les M. p. 321.

* p. 3. & suiv.

presque aussi belle & aussi surprenante qu'en 1726, & avec une nouvelle circonstance très-considérable.

Elle parut le 16 Novembre à 6 heures du soir, & dura jusqu'à 5 heures du matin, dans un assés grand mouvement, dans une grande variation de colonnes ou jets de lumiére, d'ondulations, de cessations & de reprises, le tout assés semblable au phénomene de 1726, à cette espece de couronne près que l'on avoit vûë autour du Zénit. Nous laissons à M. Cassini tout le détail particulier de l'Observation.

Mais ce qu'il y eut ici de singulier, c'est que la Lumiére, qui en 1726 ne s'étendoit pas dans la partie Méridionale du Ciel à plus de 20 degrés au de-là du Zénit, s'étendit jusqu'à l'Horison entre le Midi & le Couchant. On vit même un arc lumineux qui du point Nord-Est de l'Horison se terminoit au point Sud-Oüest en passant par le Zénit, c'étoit donc une moitié parfaite d'un grand Cercle Vertical, & jamais on n'avoit rien vû de pareil. La Lumiére Septentrionale deviendroit aussi Méridionale, si ce n'étoit que le Foyer, le Réservoir de tout le Phénomene parut toûjours à l'ordinaire être au Septentrion. Cependant on vit aussi des jets de lumiére s'élancer de la partie Méridionale de l'Horison. Plus ce phénomene continüe à se montrer, plus l'explication en devient difficile jusqu'à présent, mais il est pourtant à esperer que quand on l'aura assés vû, on en aura toutes les circonstances nécessaires pour l'explication.

OBSERVATIONS DE PHISIQUE GENERALE.

I.

MESSIEURS de l'Académie de Béziers ont écrit à l'Académie en 1729 que le 7 Juin 1728 ils avoient observé depuis 10 heures du matin jusqu'à midi un Cercle de lumiére, qui avoit le Soleil pour centre. C'étoit une espece d'Arc-en-Ciel, dont les couleurs, à compter de la circon-

férence extérieure du Cercle, étoient suivant cet ordre, un rouge très-foible, un jaune lavé, un vert terminé par un Cercle blanc. A midi le dedans du Cercle passa par le Zénit, & comme le Soleil étoit alors élevé sur l'Horison de 69° 29', le rayon du Cercle qui l'environnoit étoit donc de 20° 31'. Le Soleil étoit ce jour-là couvert de vapeurs.

II.

Le 31 Mars vers les 6 heures $\frac{1}{4}$ du soir, M. de Mairan étant au pied de la Colline de Montmartre du côté du Roule, vit le Soleil si blanc, si peu éblouïssant, & cependant si bien terminé, qu'on l'eût pris pour la pleine Lune, quoique la Lune fût alors nouvelle, & bien éloignée de pouvoir paroître sous cette forme. C'étoit précisément la même chose que ce qui fut vû le 1 Juin 1721 pendant presque toute la journée *, au lieu que ce dernier phénomene ne fut que de quelques Minutes. Le Soleil avoit été souvent caché par des nuages tout le reste du jour, & plus foible seulement qu'à son ordinaire, lorsqu'il s'étoit montré.

* V. l'Hist. de 1721. p. 25.

A mesure que le Soleil approchoit de l'Horison, sa blancheur diminüoit, & il reprenoit sa couleur jaunâtre, mais lorsque son bord inférieur commençoit à se cacher, son disque devint considérablement plus elliptique qu'il n'a coûtume de l'être dans cette même position, seconde circonstance remarquable du phénomene. Le diametre horisontal, toûjours plus grand que le vertical, qui est le seul que les refractions accourcissent, étoit d'un quart le plus grand, ou comme 5 à 4, au lieu que le plus souvent cette différence n'est qu'à peine sensible. Cependant M. de Mairan avertit que le P. Skeiner, le premier qui ait apperçû & démontré cette ellipticité du disque du Soleil à l'Horison, a quelquefois observé que le diametre horisontal étoit au vertical comme 4 à 3, ce qui est encore plus fort.

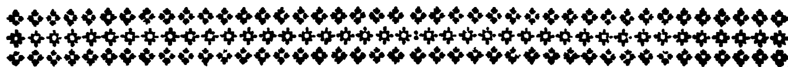
Il faut que le Soleil, pendant le peu de temps qu'il a paru blanc, ait été dépoüillé de ses rayons par un broüillard transparent & peu épais, comme il le fut pendant tout le 1 Juin 1721, mais ce broüillard qui n'eut d'effet qu'à l'Horison,

& un effet si court, étoit & beaucoup moins élevé que l'autre, & beaucoup moins étendu. Pour la grande ellipticité du disque du Soleil à son coucher, il faut supposer de plus que la matiére, qui fait les refractions dans l'Atmosphere, étoit plus rassemblée & moins élevée qu'elle ne l'est ordinairement, ou formoit une couche moins épaisse, car M. de Mairan a démontré en 1721 * que les refractions horisontales en sont plus grandes, le reste étant égal.

* V. les M. p. 17.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires
Les Observations Météorologiques de cette année, par M. Maraldi.

V. les M. p. 418.



ANATOMIE.

SUR LES SALAMANDRES.

Les Salamandres dépoüillées par les obſervations de M. de Maupertuis en 1727 *, des merveilleuſes propriétés qu'elles ne devoient qu'aux anciens Naturaliſtes, n'en ſont pas devenües un objet de curioſité moins intéreſſant pour les modernes. C'eſt dans ces ſortes d'Animaux que ſe découvre le mieux l'infinie varieté du Méchaniſme de la Nature, quoique toûjours fondé à peu près ſur le même plan, du moins pour le Globe que nous habitons. M. de Maupertuis avoit obſervé les Salamandres en Bretagne, M. du Fay a étudié celles des environs de Paris, il en a eu plus de 200, & dans toutes les ſaiſons de l'année.

V. les M. p. 135.
* V. les M. de 1727. p. 27.

Les Auteurs, qui en ont traité, les diſtinguent en terreſtres & en aquatiques. M. de Maupertuis n'en a vû que de terreſtres, ou priſes ſur la terre, & il n'a point éprouvé ſi elles pouvoient vivre dans l'eau, il ne ſongeoit preſque qu'à s'aſſûrer au contraire ſi elles vivoient dans le feu. M. du Fay a trouvé que les ſiennes, quoique priſes ſur terre vivoient auſſi bien dans l'eau, ou priſes dans l'eau vivoient auſſi bien ſur terre ; ainſi il a jugé qu'elles étoient amphibies, ce qu'il faut reſtraindre à celles qu'il a vûës.

Il n'a pas laiſſé d'en reconnoître trois eſpeces tant par la difference de grandeur, telle qu'il la faut pour cette détermination, que par des variétés conſtantes de conformation extérieure, de couleur ou d'arrangement des taches de leur peau, &c. il ne ſe trouve pas d'ailleurs entre les trois eſpeces une grande différence de proprietés plus eſſentielles. Nous allons rapporter les plus ſinguliéres des obſervations de M.

du Fay ſans le ſuivre dans tout le détail, même anatomique, où il eſt entré.

Il a vû des Salamandres vivre plus de ſix mois ſans manger. Ce n'eſt pas qu'il eût deſſein de les priver d'aliments pour éprouver leur ſobriété, mais il ne ſçavoit de quoi les nourrir. Tout au plus elles ſe ſont quelquefois accommodées ou de Mouches à demi-mortes, ou d'un certain frai de Grenoüilles, ou de la Plante nommée *Lenticula aquatica*, mais tout cela elles le prenoient ſans avidité, & s'en paſſoient bien.

Non ſeulement elles ne vivent pas dans le feu, mais tout au contraire elles vivent ordinairement très-bien dans de l'eau qui s'eſt glacée par le froid, & où elles ont gelé. A meſure que l'eau ſe dégele, on les voit expirer plus d'air qu'à l'ordinaire, apparemment parce qu'elles en avoient fait une plus grande proviſion dans leurs Poumons, tandis que l'eau ſe geloit. On a dit à M. du Fay qu'on trouvoit quelquefois en Eté, dans des morceaux de Glace tirés des Glaciéres, des Grenoüilles qui vivoient encore. On a vû dans le tronc bien ſain d'un Arbre un Crapaud bien vivant & très-agile *. Quand cette propriété, déja commune à ces différents Animaux, ſera encore étendüe à d'autres par les obſervations, comme elle le ſera apparemment, on la connoîtra mieux, & on jugera mieux à quoi préciſément elle tient.

* V. l'Hiſt. de 1719. p. 39 & 40.

Les Salamandres, qui ſont dans l'eau, changent de peau tous les quatre ou cinq jours au Printemps & en Eté, en Hiver ce n'eſt que tous les quinze jours. Elles s'aident de leur gueule & de leurs pattes pour ſe dépoüiller, on voit quelquefois ces peaux, qui ſont très-minces, flotter ſur l'eau. Il peut arriver aux Salamandres un accident que M. du Fay a obſervé, il leur reſte à l'extrémité d'une patte un bout de l'ancienne peau, dont elles n'ont pû ſe défaire, ce bout ſe corrompt, leur pourrit cette patte, qui tombe enſuite, & elles ne s'en portent pas plus mal. Tout conclut qu'elles ont la vie très-dure.

M. du Fay en a vû quelques-unes en petit nombre jetter par l'Anus un Corps preſque auſſi long que la Salamandre,

qu'il a soupçonné être quelque membrane intérieure, dont elles se dépoüillent aussi, mais rarement. Les Ecrevisses changent d'Estomac *, quoique sans le jetter au dehors.

*V. l'Hist. de 1709. p. 16.

Dans un certain temps de l'âge d'une Salamandre, on lui voit, lorsqu'elle est dans l'eau, deux petits pennaches, deux petites houpes frangées, qui se tiennent droites, placées des deux côtés de la tête, précisément comme le sont les Oüyes des Poissons, & ce sont en effet des Oüyes, des Organes de la respiration, que M. du Fay ne croit pas qui ayent encore été remarqués. Mais, ce qui est très-singulier, au bout de trois semaines ces Organes s'effacent, disparoissent, & n'ont par conséquent plus de fonction. Il semble alors que les Salamandres fassent plus d'effort pour sortir de l'eau, qui ne leur est plus si propre, cependant elles y vivent toûjours. M. du Fay en a conservé pendant plusieurs mois après la perte de leurs Oüyes dans de l'eau où il les avoit mises. Il est vrai qu'elles paroissoient aimer mieux la terre, mais peut-être aussi cette nouvelle eau leur convenoit-elle moins que celle où elles étoient nées. Le Têtard est le seul Animal, que l'on sçache, qui perde ses Oüyes de Poisson, mais il les perd pour devenir Grenoüille, & en se dépoüillant d'une enveloppe générale, à laquelle ces Oüyes étoient attachées, ce qui est bien différent du cas de la Salamandre.

Quoiqu'elles ayent la vie extrémement dure, M. du Fay a trouvé le poison qui leur est mortel, c'est du Sel en poudre. Il n'y a qu'à leur en jetter sur le corps, on voit assés par les mouvements qu'elles se donnent combien elles en sont incommodées, il sort de toute leur peau cette liqueur visqueuse, qu'on a crû qui les préservoit du feu, & elles meurent en trois Minutes.

Par la dissection anatomique, M. du Fay a facilement reconnu les Femelles, & ensuite en observant les differences extérieures qui sont entre elles & les Mâles, il a établi des marques pour reconnoître les deux Sexes dans ses trois espèces. Malgré la longue suite, & l'assiduité de ses observations, il n'a jamais vû d'accouplement, & dans toutes ses trois

eſpéces les Salamandres ont jetté des Oeufs, avec cette ſeule difference que dans les deux 1[res] eſpeces ils étoient ſeparés, & dans la 3[me] ils formoient comme deux filets de grains de Chapelet unis par une matiére viſqueuſe. Les Poiſſons ne s'accouplent point, & ſont preſque tous ovipares, de-là il s'enſuivroit que la generation des Salamandres ſeroit ſemblable à celle des Poiſſons, elles ne feroient que frayer. Il eſt très-remarquable que M. du Fay n'a jamais pû voir d'Oeufs de Salamandre éclorre, quoiqu'il les ait mis dans differentes eaux, à differents degrés de chaleur, & même ſur terre, tant la génération de ces vils Animaux eſt miſterieuſe. Il n'a même jamais vû de petites Salamandres tout nouvellement écloſes.

D'un autre côté M. de Maupertuis a vû dans une Salamandre cinquante-quatre petits preſque tous vivants, & très-agiles, un Naturaliſte Allemand en a vû trente-quatre. Selon toutes les apparences c'étoient des Salamandres abſolument terreſtres, & non pas les amphibies de M. du Fay. Combien d'attentions ſont neceſſaires pour les plus petits ſujets! Ils ne les mériteroient pas s'ils étoient effectivement petits, mais tout eſt grand dans la Nature. *

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. De la Font, Ingénieur en chef à Nantes, envoya à M. de Mairan la Relation d'une Tortüe extraordinaire priſe dans des filets le 4 Août vers l'endroit appellé *la Pierre percée*, au Nord de l'embouchure de la Loire, à 13 lieües de Nantes. Dès qu'elle fut dans les filets, elle s'y entortilla, en ſe débattant, de façon à leur faire faire pluſieurs fois le tour de

* *On a trouvé dans les papiers de M. du Verney, mort depuis la lecture de ce Mémoire faite à l'Académie, pluſieurs recherches ſur les Salamandres, mais comme il n'en avoit rien communiqué, M. du Fay a eu lieu de croire que les ſiennes étoient nouvelles.*

ſon

ſon corps, ce qui les ſauva d'être mis en pieces par l'Animal, & lui ôta le moyen de s'en dégager. Les Peſcheurs, qui ne vouloient principalement que retirer & conſerver leurs filets, eurent beaucoup de peine à les mettre à terre ſur des Roches, ils furent effrayés de ſa grandeur, & encore plus des horribles cris qu'il pouſſoit, ſur-tout quand ils eurent pris le parti de lui caſſer la tête avec les crochets de fer qui ſont au bout de leurs Gaffes. On eût entendu ces hurlements d'un quart de lieüe, & de plus il exhaloit de ſa gueule, toute écumante de rage, une vapeur ſi puante, que tout robuſtes qu'ils étoient, ils penſerent s'en évanoüir.

Cet Animal avoit 7 pieds 1 pouce de long, 3 pieds 7 pouces de large aux épaules, 2 pieds dans ſa plus grande épaiſſeur. Il avoit le port d'une Tortüe, ſon écaille étoit plûtôt un cuir qu'une écaille, & c'eſt par cette raiſon que M. de la Font l'a comparée à la *Teſtudo coriacea* de Rondelet, L. 16. Chap. 4. qui eſt la même que celle de Geſner p. 1134. in-fol. Aldrouand & Jonſton ne parlent de rien qui reſſemble à celle-ci.

Elle a la tête fort differente de celle de Rondelet ou de Geſner, ſur-tout en ce que ſes deux Mâchoires ſont garnies de dents, dont les deux du devant de chaque Mâchoire ſont plus longues que toutes les autres. Les deux grandes de la Mâchoire ſuperieure ſont plus grandes que celles de l'inférieure qui leur répondent. Les petites dents forment un double rang, & ſe courbent les unes ſur les autres, comme celles du Requin. La Tortüe de Rondelet n'a qu'un bec, dont les bords ſont tranchants. Le bord ſupérieur eſt fendu de maniére à recevoir le bord inférieur.

Les quatre Nageoires de la Tortüe de Rondelet ſont à peu près égales, compoſées de parties rangées par étages les unes ſur les autres comme les plumes des Ailes des Oiſeaux; elles ſont garnies d'ongles crochus, dont Rondelet juge que ces Animaux ſe ſervent pour marcher ſur terre. Mais les quatre Nageoires de la Tortüe de M. de la Font ſont fort inégales, celles de devant beaucoup plus grandes que celles

de derriere. Leur surface est presque entierement unie, à la réserve de quelques plis qui ont très-peu de relief, c'est une peau grainée à peu près comme celle du Chagrin, & il n'y a point d'Ongles, ce qui fait croire que l'Animal ne doit pas aller sur terre.

La Queüe de la Tortüe de Rondelet n'est que l'extrémité de son corps, terminée en pointe, & couverte de l'écaille, ou cuir, qui y est adhérent. Celle-ci a une Queüe entierement dégagée de son corps, comme celles des Quadrupedes, longue de 16 pouces, & à laquelle le cuir ne tient point.

Comme cette Tortüe ne fut apportée à Nantes que 5 ou 6 jours après avoir été tuée, & cela dans un temps fort chaud, elle devint d'une si excessive puanteur qu'il fut impossible d'en entreprendre la dissection anatomique. On se contenta de la vuider, & bientôt après on en jetta mal à propos la Tête, les Nageoires & la Queüe dans la Loire. Il ne resta que l'écaille ou cuir, & la peau du ventre, encore cette peau ne put-elle être long-temps supportée, même par les Poissonniers, à cause de son odeur, & le cuir seul, qui sent aussi très-mauvais, quoiqu'un peu moins, est demeuré pendu au haut de la Poissonnerie. Il n'a rien perdu de sa figure, il a la consistance d'une peau de vache tannée. On l'a gratté en quelques endroits par le dessus pour voir la tissure de ses fibres, elles ressemblent à des pointes d'Engrêlures, qui entrent les unes dans les autres, comme les Sutures du Crane.

Plusieurs Habitants de nos Colonies d'Amérique, qui se trouverent alors à Nantes, assûrerent que cette Tortüe étoit très-différente de celles qu'on prend dans leurs Mers. Peu de temps auparavant il étoit arrivé de la Chine à l'Orient, qui est à l'embouchure de la Loire, deux Vaisseaux de la Compagnie des Indes; M. de la Font soupçonne que la Tortüe pourroit les avoir suivis, parce que la saison lui aura toûjours fait trouver les eaux assés chaudes, car enfin il semble qu'il faut la faire venir d'un lieu le plus éloigné & le moins connu qu'il se pourra.

II.

M. Chauvet, Medecin de l'Hôpital de Toulon, a envoyé à M. Helvétius, & par lui à l'Académie, la Relation d'un dérangement extraordinaire de parties, qu'il avoit trouvé le 11 Juin 1729 à l'ouverture du cadavre de M. de Robertot Lieutenant-Colonel du Regiment Royal Dauphin. Le Ventricule & le Colon étoient placés contre nature dans la cavité gauche de la Poitrine, où ils entroient en perçant le Diaphragme, la Rate y entroit aussi, mais seulement par sa moitié superieure, & avoit de même son passage au travers du Diaphragme. Les endroits où le Diaphragme étoit percé contre l'état naturel, étoient des especes d'Anneaux cartilagineux, fortement adhérents aux corps qu'ils embrassoient, & qu'il falut couper avec le Scalpel, ce qui détermina M. Chauvet à croire que cette vitieuse disposition n'étoit pas récente, mais qu'elle venoit de la premiére conformation.

Le Colon, après avoir percé le Diaphragme vers sa partie latérale gauche, couvroit le Ventricule, & perçoit encore le Diaphragme vers sa partie moyenne pour rentrer dans sa cavité naturelle, & continüer le conduit Intestinal. Les Poumons comprimés par des corps étrangers, qui prenoient une grande partie de l'espace qu'ils auroient dû occuper, étoient minces, flétris, repliés en eux-mêmes, incapables d'une dilatation suffisante. Le côté droit de la Poitrine étoit rempli d'une serosité abondante, qui avoit formé une Hidropisie que M. Chauvet pronostiqua sur l'état où il vit le Malade, & qui fut la cause immediate de sa mort. Le Cœur étoit extraordinairement gros, apparemment à cause des efforts continuels qu'il étoit obligé de faire pour pousser un sang peu animé d'air. Il est aisé de juger tout ce qui devoit s'ensuivre d'une si étrange conformation. Dans ces cas là on ne peut connoître que tard les véritables causes des maux, mais il auroit été inutile de les connoître plûtôt. Il est pourtant bon de sçavoir que ces cas sont possibles, ne fût-ce que pour la justification de l'Art, qui n'y peut remédier.

III.

La Superfœtation eſt fort douteuſe, ou plûtôt elle eſt généralement niée. Cependant M. Maſſon, Docteur de la Faculté de Montpellier, & Médecin à Beziers, a dit à M. Boüillet, Médecin auſſi à Beziers, & Secretaire de l'Académie de cette Ville, qu'il avoit vû une Femme qui s'étant délivrée d'un Embrion enveloppé de ſes Membranes, bien conformé dans toutes ſes parties, & âgé environ de 40 jours, étoit accouchée le lendemain à terme d'une Fille ſe portant parfaitement bien. On ne peut guere demander une ſuperfœtation plus ſûre. C'eſt de M. Boüillet, Correſpondant de l'Académie, qu'on tient cette Relation de M. Maſſon.

IV.

Le même M. Maſſon a atteſté auſſi à M. Boüillet, qu'il avoit traité trois perſonnes d'une Gonorrhée ſinguliére. Il ſortoit par les Glandes de la Couronne du Gland une matiére parfaitement ſemblable à celle de la Gonorrhée virulente ordinaire, & qui ne demandoit que les mêmes remedes. Il a ajoûté qu'on lui avoit dit que feu M. Barbeyrac & quelques autres Médecins de Montpellier avoient déja obſervé cette maladie, & l'avoient appellée *Gonorrhée bâtarde*. Voilà une preuve aſſés ſenſible des Glandes, qui, ſelon le ſentiment de feu M. Litre *, ſont à la Couronne du Gland, & en même temps voilà une Gonorrhée qu'il faut ajoûter à celles dont il a fait le dénombrement *.

* V. l'Hiſt. de 1700. p. 30. 2de Edit.

* V. l'Hiſt. de 1711. p. 22. & ſuiv.

V.

M. Geoffroy le cadet a fait voir à l'Académie un Bézoard d'une eſpece particuliére. C'eſt une pierre irréguliérement ronde, de 3 pouces 3 lignes dans ſa plus grande longueur, & 2 $\frac{1}{2}$ pouces dans la plus petite, & qui cependant ne peſe pas 5 onces. Elle eſt d'un jaune verdâtre. On l'a trouvée dans la Véſicule du Fiel d'une Tortüe de terre de l'Iſle de Bourbon. M. de Juſſieu en a une de même eſpece, plus platte, d'un pouce d'épaiſſeur, & grande comme la paume de la main. Elles ſont toutes deux formées par couches, ainſi que tous les Bézoards. On voit qu'il n'y a point de cavités dans le corps

des Animaux, de quelque eſpece qu'ils ſoient, où il ne ſe puiſſe former des concrétions pierreuſes.

VI.

A l'ouverture du cadavre d'un jeune homme de condition, M. Morand a obſervé une Tumeur fort particuliére. Elle occupoit une grande partie de la capacité du bas Ventre, principalement toute la région Ombilicale, & s'étant allongée entre l'Aorte & la Veine Cave, elle avoit écarté la Veine de l'Artere environ de deux doigts, de ſorte qu'elle faiſoit avancer la Veine en devant contre l'ordre naturel, & ſe prolongeant par en haut ſous le Pancreas, avec lequel elle ſe confondoit, elle ſe portoit juſques dans la Poitrine en accompagnant l'Aorte. Elle étoit groſſe, ſaillante, blanche, enveloppée par la double membrane du Méſentere, ſur-tout par la portion qui attache les gros Inteſtins, avec laquelle elle s'attachoit poſtérieurement aux Vertebres des Lombes.

On l'ouvrit, & on la trouva blanche en dedans comme en dehors, pleine d'une matiére Chileuſe, fluide comme du Lait en quelques endroits, épaiſſie en d'autres comme du Fromage, & par-tout ſans odeur. Cette Tumeur ſéparée, autant comme on l'a pû, des parties auſquelles elle tenoit, a peſé $7\frac{1}{2}$ livres, ſans compter les portions qu'on en a laiſſées en quelques endroits, & la liqueur qui en a coulé dans la cavité du Ventre.

Il eſt viſible qu'il s'étoit fait une grande obſtruction dans les Glandes du Méſentere, d'où le Chile ne couloit plus, comme il l'auroit dû, dans les Veines Lactées, ou n'y étoit plus pouſſé avec aſſés de force pour paſſer de-là dans ſon Réſervoir. Auſſi ces Veines tendües par du Chile engorgé, étoient-elles viſibles contre leur ordinaire, & quand on les ouvroit, il en ſortoit du Chile encore coulant, quoiqu'il y eût 26 heures que la mort fût arrivée. On conclurra ſans peine que faute de la diſtribution du Chile, le Sujet devoit être tombé dans une extrême maigreur.

Les Inteſtins ſitués autour de la Tumeur étoient fort rouges, & les Vaiſſeaux ſanguins pleins & ramifiés, comme s'ils euſſent été injectés.

L'Estomac gêné par la Tumeur étoit considérablement étréci avant que de former le Pilore, mais la Poitrine se trouvoit beaucoup plus endommagée. Un peu d'eau sanguinolente étoit épanchée du côté gauche, & il paroissoit en quelques endroits des Taches très-livides. Du côté droit le Poumon adhérent à la Pleure dans presque toute sa circonférence, étoit dur & squirreux dans une assés grande étendüe de sa partie antérieure, & renfermoit en sa substance une petite Pierre. La partie postérieure étoit molle & flasque.

Tout le reste étoit dans l'état naturel. On se dispensa d'ouvrir la Tête, parce que les causes de mort se montrerent assés manifestement.

VII.

Le même M. Morand, en ouvrant le corps d'un Marchand de Paris, qui après avoir été sujet à des palpitations de Coeur étoit mort brusquement, ne fut pas surpris de trouver des concrétions Polipeuses moulées dans l'Aorte, & dans les branches des Arteres & des Veines Pulmonaires, mais il le fut de quelques accidents plus singuliers. Au côté gauche du Coeur, une des deux Valvules Mitrales du Sac Pulmonaire étoit changée en une espece de poche, dont le fond regardoit le Sac, & l'ouverture regardoit le Ventricule. Cette poche étoit la Valvule même dilatée jusqu'à pouvoir contenir le pouce, épaissie, & ayant de petits Os en plusieurs endroits. Pareillement les trois Valvules Sigmoïdes de l'Aorte considérablement épaissies avoient chacune en différents endroits de petits Os très-solides, irreguliérement arrangés, & élevés en forme de Roche. Il est aisé de voir que du Sang qui tomboit du Sac Pulmonaire pour entrer dans le Ventricule gauche, une partie devoit s'arrêter dans la poche formée contre nature, & que l'autre ne pouvoit enfiler qu'avec beaucoup de peine la route de l'Aorte, dont les Valvules épaissies & ossifiées ne se laissoient pas applatir, comme il l'eût falu.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

L'Ecrit de M. Winslow sur la Rotation, la Pronation, la Supination, &c. V. les M. p. 25.

L'Ecrit de M. Senac sur le Diaphragme. V. les M. p. 118.

Les Observations de M. Hunauld sur quelques Muscles des Doigts. V. les M. p. 244.

CHIMIE.

SUR LE VINAIGRE CONCENTRE' PAR LA GELE'E.

V. les M. p. 68.

LE Vinaigre n'eſt point un Extrait du Vin, ce n'eſt que du Vin, qui a conſervé tous ſes principes, mais autrement diſpoſés entre eux. D'abord un grain de Raiſin ne contient que de l'Eau ou un flegme, qui a été le véhicule d'une Terre aſſés groſſiére, où ſont enveloppés un Sel Acide & une Huile, c'eſt de cette Terre que vient le goût âpre & ſtiptique du Raiſin encore éloigné de ſa maturité. L'action du Soleil diviſe, affine, & ouvre toûjours cette Terre, & les Sels Acides, auſſi bien que l'Huile, commencent à ſe développer, & l'Huile, ſelon les apparences, un peu plus promptement, que les Acides. Dans un certain point de cet état, on ne tire du Raiſin que du Verjus. Enſuite la Terre étant devenüe toûjours plus fine, ce qui fait diſparoître le goût ſtiptique, les Acides & l'Huile plus développés viennent à être dans une proportion telle que le goût picquant des Acides eſt ſuffiſamment moderé par la douceur de l'Huile, & alors le Raiſin eſt mûr, & on en fait le Vin, qui n'eſt encore que du Moût, liqueur dont la trop grande douceur marque bien que l'Huile embarraſſe encore trop les Acides. Par la grande fermentation du Moût dans la Cuve, les Acides ſe développent de l'Huile juſqu'au point que demande le Vin fait, & bon à garder. Mais cette fermentation d'abord ſi violente, continüe dans le Tonneau, quoique preſque inſenſible, les Acides ſe développent toûjours de l'Huile, & quand ils ſe ſont exaltés à la longue autant qu'ils peuvent l'être, le Vin n'eſt plus que du Vinaigre, après quoi ils perdroient eux-mêmes par un temps

temps encore plus long leurs pointes qui se romproient, & la liqueur deviendroit assés insipide.

Le Vinaigre se fait donc naturellement, & il n'est pas besoin que l'art y aide, si ce n'est peut-être en laissant une ouverture aux Tonneaux, afin que l'air extérieur hâte la fermentation, encore suffiroit-il de les mettre dans un air plus chaud que celui de la Cave, & il ne se feroit aucune dissipation des parties du Vin. On peut aussi mettre de nouveau Tartre dans les Tonneaux, parce que le Tartre qui contient le Sel essentiel du Vin ne peut qu'augmenter la quantité des Acides qu'on veut faire dominer. Du reste l'addition de certaines matiéres acres, que les Vinaigriers n'employent que trop souvent, n'est pas un secours qu'on puisse approuver, l'effet n'en dure pas long-temps, & ces matiéres étrangéres ne passent point dans le Vinaigre distillé ou rectifié, qui est celui dont il va être uniquement question ici, d'après M. Geoffroy le cadet, car le Vinaigre, tel qu'il se fait naturellement, seroit trop foible pour les opérations Chimiques, mais rectifié, c'est le plus fort de tous les Acides Végétaux.

La rectification du Vinaigre est la séparation de ses Acides d'avec la plus grande partie du Flegme & de l'Huile qu'il se puisse; cela s'opére par des distillations longues & réïtérées. Nous ne nous arrêterons point sur les différents degrés de force que le Vinaigre distillé peut avoir selon les différents Vinaigres naturels dont il est tiré, & ces Vinaigres eux-mêmes selon les différents Vins, il nous suffira de dire que M. Geoffroy a employé, pour mesurer ces différents degrés de force, l'expédient rapporté en 1699 * d'après M. Homberg, moyennant quoi on a pour la force des Acides des évaluations phisiques équivalentes aux géométriques.

* p. 52. & suiv.

Au lieu de l'opération lente & pénible de la distillation ordinaire du Vinaigre, l'illustre M. Stahl a proposé un moyen très-simple, c'est de l'exposer à une assés forte gelée. Ce moyen qui n'a été seulement qu'indiqué, M. Geoffroy l'a mis en pratique, & l'a suivi jusqu'au bout par un assés grand nombre d'expériences.

Ce n'eſt que l'eau ou flegme du Vinaigre qui ſe gele. On retire les petits glaçons à meſure qu'ils ſe forment, les premiers ſont parfaitement inſipides au goût, & ne ſont par conſéquent que de l'eau pure, mais quand on commence à leur ſentir quelque acidité, il faut les garder, parce qu'ils ne ſeront pas inutiles. Tous les glaçons qui ſe formoient ayant été enlevés, il reſte une liqueur extrêmement réduite, comme au tiers de ce qu'elle étoit, & c'eſt un Vinaigre dont les Acides ſont fort concentrés, & ſe trouvent, par la meſure qu'on y applique, très-conſidérablement augmentés de force. Il y a eu cependant quelques autres Acides, qui ont été retenus par le flegme qui ſe geloit, & c'eſt pour cela qu'on réſerve les glaçons, qui ont eu une acidité ſenſible. On les fait fondre tous enſemble, on en tire par une nouvelle congélation les Acides qu'ils contenoient, & on les joint à ces premiers Acides ſi concentrés qu'on a eus d'abord, ce qui augmente d'autant la quantité du nouveau Vinaigre.

Les Acides, en quoi il abonde tant, ſont encore mêlés avec toute l'Huile que contenoit le Vinaigre naturel, & même le Vin, qui eſt devenu ce Vinaigre. Il ſemble donc que le nouveau Vinaigre devroit être fort inflammable; car voilà tout ce que la Chimie demande pour l'inflammation, des Acides fort vifs, bien déflegmés, & de l'Huile. Cependant ce Vinaigre ne s'enflamme point, mais c'eſt par la raiſon même que les Acides ſont trop concentrés, trop rapprochés; ils étouffent en quelque ſorte l'Huile, qui n'eſt pas aſſés étendüe, ni aſſés expoſée à l'action de la flamme. Il faut une certaine doſe préciſe, & dans la quantité & dans l'arrangement de ces deux différentes matiéres.

Si l'on diſtille le nouveau Vinaigre, l'Huile, contre l'ordinaire des diſtillations de ce Mixte, monte la premiére, apparemment parce que la grande concentration des Acides les fixe & les appeſantit par rapport à elle. Cette Huile n'eſt d'abord inflammable que comme de l'Eau de vie, mais diſtillée une ſeconde fois, elle le devient comme l'Eſprit de Vin le mieux rectifié, & c'eſt effectivement celui qui étoit

contenu dans le Vin naturel. M. Geoffroy croit que la concentration du Vinaigre par la Gelée est le meilleur, & peut-être le seul moyen de le déflegmer assés pour faire voir que l'Esprit ardent du Vin s'y est conservé tout entier.

Soit qu'on ait rectifié le Vinaigre par la distillation ordinaire, ou par la concentration à la Gelée, il reste au fond du Vaisseau une substance grasse, mielleuse & épaisse, qui n'a pû s'élever. M. Geoffroy a examiné particuliérement celle de la nouvelle opération. Elle est couverte d'une croûte saline qui a une odeur pénétrante, & par conséquent ce n'est point du Tartre, qui seroit sans odeur. On sçait d'ailleurs que le Tartre n'existe point sous cette forme dans le Vinaigre, car il ne s'en trouve jamais aux parois des Tonneaux des Vinaigriers. M. Geoffroy croit que la croûte saline est formée de l'Acide du Tartre étroitement lié avec des Souffres, qui lui donnent l'odeur. Cette matiére poussée à un feu doux & sans se brûler, donne un dernier Esprit Acide, ou Vinaigre rectifié, le plus fort que l'on puisse avoir, les Acides les plus solides & les plus puissants s'étoient, pour ainsi dire, cantonnés dans ce dernier retranchement. Il ne nous appartient pas de suivre M. Geoffroy dans un plus grand détail, mais nous devons avertir que l'on verra dans la suite les usages & les applications du nouveau Vinaigre. Ce ne sera plus une simple curiosité.

SUR LA PRECIPITATION DU SEL MARIN DANS LA FABRIQUE DU SALPESTRE.

JE suppose la fabrique du Salpêtre connüe. Quand la Lessive d'où l'on doit le tirer, & qu'on fait boüillir sur le feu pendant 72 heures, n'en a eu encore que 55 ou 60 de cuisson, il commence à se précipiter au fond de la Chaudiére du Sel Marin pur, que l'on a soin de ne pas mêler ensuite avec le Salpêtre, qui en seroit altéré. Comme la Lessive qui contenoit & le Salpêtre & le Sel Marin, continüe encore à boüillir, le Salpêtre continüe pareillement à s'y former sans

V. les M. p. 225.

ſe précipiter, & il n'y a alors que le Sel Marin qui ſe précipite. M. Petit le Médecin a cherché la raiſon de ce phénoméne.

Les expériences auſquelles ce deſſein l'a engagé, lui ont appris d'abord une propriété du Sel Marin, qu'il a été étonné qui fût encore inconnüe aux Chimiſtes; c'eſt que ce Sel ne ſe diſſout pas en plus grande quantité dans l'eau chaude que dans la froide. Par conſéquent, ſi on fait évaporer par le feu une eau qui ait été *ſaoulée* de ce Sel étant froide, c'eſt-à-dire, qui en ait diſſous autant qu'elle en peut diſſoudre, à meſure que la quantité de l'eau diminüera par l'évaporation, les particules ſalines, auparavant ſéparées, ſe rapprocheront toûjours en plus grande quantité, il ſe fera ou des criſtalliſations ou une précipitation du Sel Marin, & cet effet ſera toûjours exactement proportionné à l'évaporation de l'eau; quand elle ſera, par exemple, réduite à la moitié, la moitié du Sel ſera criſtalliſée ou précipitée.

L'eau eſt ſaoulée de Sel, quand elle en a pris le tiers de ſon poids, ce qui peut cependant recevoir quelque variation, ſelon la qualité de l'eau. 24 dragmes d'eau tiendront ordinairement 8 dragmes de Sel Marin diſſous.

La même quantité d'eau froide tiendra à peu près la même quantité de Salpêtre diſſous; mais la même eau plus chaude, telle qu'elle eſt dans le fort de l'Eté par rapport à l'Hiver, tiendra une plus grande quantité de Salpêtre, comme 10 dragmes, & un peu plus, au lieu que cette eau n'eût tenu que les 8 dragmes de Sel Marin tant en Eté qu'en Hiver: &, ce qui en eſt une ſuite néceſſaire, il ſe fait de l'Eté à l'Hiver une précipitation dans la diſſolution de Salpêtre, au lieu qu'il ne s'en fait aucune dans celle de Sel Marin; l'eau plus froide, qui auroit eu la force de ſoûtenir toûjours la même quantité de Sel Marin, n'a plus la force de ſoûtenir la même quantité de Salpêtre. Elle eſt tellement affoiblie à l'égard du Salpêtre, qu'elle en laiſſe tomber environ les deux tiers.

Pour faire encore mieux voir combien cela va loin, les mêmes 24 dragmes d'eau, qui dans une ſaiſon tempérée

tiendront 8 dragmes de Salpêtre en diſſolution, en tiendront 16 de plus par une chaleur qui ne ſera que médiocre. Si on laiſſe l'eau ſe réfroidir, ces 16 dragmes ſe précipiteront, l'eau boüillante, on ſouſentend qu'elle eſt en même quantité, tiendra juſqu'à 144 dragmes de Salpêtre.

Dans une ſaiſon tempérée, les 24 dragmes d'eau, qui auront diſſous 8 dragmes de Sel Marin, pourront encore en diſſoudre autant de Salpêtre, & même quelque choſe de plus. Si l'on met ſur le feu cette eau chargée de ces deux Sels, il eſt clair ques dès qu'elle diminüera par l'évaporation, elle n'aura plus la force de ſoûtenir tout le Sel Marin, puiſqu'elle en avoit pris toute la quantité qu'elle pouvoit prendre, & que par conſéquent ce Sel commencera dès lors à ſe coaguler ou ſe criſtalliſer. Mais le Salpêtre ne ſe criſtalliſera pas encore, car quoique la quantité d'eau ſoit déja diminuée par l'évaporation, le nouveau degré de chaleur qu'elle a pris eſt équivalent à cette quantité perdüe, puiſqu'une même quantité d'eau diſſout plus de Salpêtre, quand elle eſt plus chaude, & que par conſéquent une moindre quantité d'eau chaude peut diſſoudre autant de Salpêtre qu'une plus grande qui ſera froide, ce qui n'a pas lieu pour le Sel Marin. Par la grande différence qu'il y a entre la quantité de Salpêtre que diſſout l'eau boüillante, ou froide, il eſt aiſé de concevoir que dans le cas propoſé tout le Sel Marin pourra être coagulé & précipité avant qu'il arrive rien de pareil, du moins à une grande quantité du Salpêtre.

La Leſſive d'où l'on doit tirer le Salpêtre, & qui contient en même temps du Sel Marin, en contient beaucoup moins qu'elle n'en auroit pû diſſoudre à raiſon de la quantité d'eau, ainſi ce Sel ne commence pas à ſe former, ou à ſe coaguler, dès que la Leſſive eſt ſur le feu, ou boüillante, ce n'eſt que quand l'eau eſt réduite à une quantité où ſon poids n'eſt plus que triple de celui du Sel Marin qu'elle contient. Alors ce Sel ſe coagule, paroît ſous une forme ſenſible, ou ſe précipite, & le Salpêtre continüe encore à être diſſous, comme il l'étoit.

Par là M. Petit trouve aisément combien la Lessive contenoit de Sel Marin; c'est une chose dont les Salpêtriers font mystére, parce que ce Sel qu'ils mettent à part, tourne à leur profit. Quand on voit qu'il commence à se former sur la Lessive, il faut sçavoir quelle quantité de toute l'eau, qui étoit dans la Chaudiere, s'est évaporée, le poids de ce qui en reste est triple du poids du Sel Marin. Cela est très-simple, & on ne pouvoit cependant parvenir à cette connoissance exacte que par le chemin que nous avons pris, qui est encore fort abrégé en comparaison de celui que M. Petit a été obligé de suivre.

SUR LES EAUX MINERALES CHAUDES DE BOURBON-L'ARCHAMBAUT.

V. les M. p. 258.

ON a vû en 1726 * avec quel soin M. Boulduc a examiné les nouvelles Eaux de Passy, pour démêler toutes les differentes matiéres qu'elles contiennent, ce qui demande beaucoup plus de travail, & un travail plus ingénieux & plus fin, qu'on ne le croit ordinairement, car on se contente volontiers de quelques épreuves légeres & superficielles, qui s'expédient en fort peu de temps. Il a apporté le même soin à l'éxamen des Eaux chaudes de Bourbon l'Archambaut, dont heureusement il a eû à Paris une assés grande quantité, accompagnée de plus de la Résidence qu'un Chimiste de ses amis en avoit tirée sur le lieu même. Un nouvel examen de ces Eaux, mais précis & exact, étoit d'autant plus nécessaire, que les sentiments étoient partagés sur ce sujet. Les uns y trouvoient le Nitre des Anciens, ou *Natron*, les autres le Nitre des Modernes, c'est-à-dire, ou un Sel Alkali minéral, semblable par ses effets aux Sels fixes & lixiviels des Plantes, ou un vrai Salpêtre, ce qui est fort différent.

* p. 30. & suiv.

L'eau de Bourbon prise à la source est claire & limpide, presque sans odeur, & d'un goût qui tient du vrai salé & du lixiviel, & qu'elle conserve toûjours. Elle sort très-sensible-

ment boüillante & fumante, & à mesure qu'elle s'évapore, il paroît à sa surface une pellicule grasse formée d'une poussiére blanche très-fine, sans liaison, & qui devient plus visible, quand l'eau a été long-temps en repos, mais qu'on ne peut ramasser en aucune façon. Cette eau dépose par tout des Croûtes pierreuses, assés dures, en plusieurs couches blanches, bien distinctes, mêlées en quelques endroits, & principalement en dessous d'une couche de terre d'un brun foncé. Ces Croûtes n'ont ni goût, ni odeur, & s'attachent assés fortement au fond & aux parois des Réservoirs, des Conduits ou des Vaisseaux.

De tous les moyens que M. Boulduc a employés pour décomposer ces Eaux, il a trouvé que le plus simple étoit le meilleur, l'Evaporation, pourvû cependant qu'il conservât, & qu'il examinât à part les différentes matiéres que donnoient les différents degrés d'une Evaporation bien conduite. Il n'a pas laissé de joindre aux connoissances qu'il en tiroit celles qu'il avoit tirées de quelques autres opérations.

Plus l'eau s'évapore, & plus par conséquent les matiéres dont elle étoit mêlée se rapprochent & se concentrent, plus elle jaunit. Il se forme au fond & aux parois du Vaisseau des Cristaux parfaitement cubiques, que cette figure, leur goût, toutes leurs propriétés, font certainement reconnoître pour du Sel marin, & en même temps la surface de l'eau se couvre d'une Croûte saline assés épaisse, mêlée de deux sortes de Cristaux, dont les uns sont encore du Sel marin, les autres demandent plus d'attention & de raisonnement pour être reconnus. Tout bien considéré c'est ce même Sel de Glauber que M. Boulduc a déja trouvé & dans le Sel Cathartique d'Espagne *, & dans les Eaux de Passy, & dans un Sel naturel de Dauphiné *, il se déclare dans les Eaux de Bourbon, par ses propriétés les plus sensibles déja rapportées en 1724, mais M. Boulduc, peut-être pour prévenir le reproche de trouver trop le Sel de Glauber par tout, l'a encore étudié plus particuliérement dans ces Eaux. Comme c'est un Acide Vitriolique transporté sur la base du Sel Marin, il a tiré cet Acide du Sel des Eaux par le moyen de l'Huile de Chaux, qui le

* V. l'Hist. de 1724. p. 54. & suiv.
* V. l'Hist. de 1727. p. 29. & suiv.

détache infailliblement de toute base, ou Matrice, à laquelle il sera lié, après quoi il s'est assûré que la base d'où il l'avoit détaché, n'étoit ni du fer, comme dans le Vitriol, ni une terre Cretacée comme dans l'Alun &c. & que ce devoit donc être celle du Sel marin, car c'est bien assés en pareille matiére de pouvoir procéder par voye d'exclusion.

M. Boulduc ne croit point que jusqu'à present on ait trouvé dans aucune Eau minérale un véritable Acide Nitreux. On a donné ce nom à un Alkali, qu'on y a effectivement trouvé, & qui étoit Nitreux au sens des Anciens, mais non dans le sens des Modernes, & on a abusé de ce mot équivoque. Des Eaux, qui en coulant dans le sein de la Terre en ont emporté différentes parties minérales, n'en ont point emporté de vrai Nitre, qui ne naît que sur la superficie de la Terre, ou à une très-petite profondeur, ainsi que l'a bien prouvé M. Lémery, suivi sur ce point par M. Boulduc. Il n'en est pas de même du Vitriol, qui est assés commun dans les entrailles de la Terre, & de-là vient ce Sel de Glauber si commun aussi dans les Eaux minérales. M. Boulduc croit même qu'il peut aisément se trouver de ce Sel par-tout où il y a du Sel marin, & il en rapporte quelques preuves de fait.

Quand l'évaporation est poussée à un certain point, elle ne donne plus de ces Cristaux ou Croûtes, dont nous venons de parler. L'eau devient plus rousse & plus grasse, d'un goût picquant & lixiviel, d'une odeur bitumineuse. Il y a encore là différentes matiéres à démêler.

Le goût lixiviel & picquant indique sûrement un Alkali fixe, & les eaux dans leur simple état naturel l'indiquoient déja par les effets qu'elles faisoient sur les Acides. Il a, quoique minéral, assés de conformité avec le Sel de Tartre, Alkali végétal, & le plus fort de tous, mais M. Boulduc a trouvé entre eux une différence très-considérable, & digne de remarque, qui nous en fera négliger d'autres plus légeres, & moins curieuses. Le Sel de Tartre mêlé avec le Vitriol, ou avec son Acide seul, fait un Sel mixte ou moyen, qu'on appelle *Tartre vitriolé*, & l'Alkali des Eaux mêlé avec ce même

Vitriol

Vitriol ne fait invariablement qu'un vrai Sel de Glauber, tant les principes de ce Sel s'obſtinent, pour ainſi dire, à ſe trouver dans ces Eaux. M. Boulduc a voulu voir s'il pourroit découvrir ailleurs quelque Alkali minéral, & il en a heureuſement trouvé un dans une Terre de Smirne ou d'Ephefe, qui ſert en ce pays-là à faire du Savon. Ceci combat une opinion aſſés commune chés les Phiſiciens, que l'Alkali n'eſt qu'un produit du feu, & que par conſéquent il n'y en a point de naturel & de foſſile. Mais outre qu'il faut ſe rendre aux faits, le fond de cette opinion ſubſiſteroit encore, car de grands Philoſophes croyent que la Terre, qui certainement a été noyée, avoit été brûlée auparavant, & le feu auroit formé les Alkalis même foſſiles, comme il forme aujourd'hui tous les autres.

Quant à l'odeur bitumineuſe que prend l'eau vers la fin de l'évaporation, elle ne peut venir que d'un Souffre minéral, ou d'un Bitume, qui eſt en trop petite quantité pour ſe rendre ſenſible à l'Odorat, avant que l'eau ſoit concentrée à un certain point. M. Boulduc ne croit point qu'elle contienne du Souffre minéral actuel, mais plûtôt un Bitume, que le Sel marin, qu'elle contient certainement, & qui eſt toûjours plus ou moins bitumineux, y aura amené, & que les Alkalis, dont elle abonde, tiendront en diſſolution. La ſéparation de ces Alkalis & de ce Bitume ſe fait aiſément par le moyen de l'Eſprit de Vin verſé ſur la derniére portion de l'eau, où une plus grande quantité de ces deux matiéres eſt renfermée. Les Alkalis ſe précipitent, & le Bitume dégagé monte en petites gouttes à la ſurface de l'eau concentrée, ou s'attache aux parois du Vaiſſeau.

L'évaporation finie, il reſte une Réſidence ſemblable à celle qui avoit été envoyée de Bourbon. Ce n'eſt pas encore une matiére uniforme & homogene en toutes ſes parties. On en diſtingue principalement de deux ſortes, les unes claires & tranſparentes, les autres ternes & opaques. Les Croûtes pierreuſes, que l'Eau dépoſe naturellement dans ſes Réſervoirs ou dans ſes Conduits, ſont de la même eſpece. Cette

Résidence a de plus du Bitume, puisqu'elle est inflammable; il y est demeuré lié par sa qualité onctueuse.

Les parties claires & transparentes, dont nous venons de parler, sont, selon M. Boulduc, des Sels venus de la pierre Sélénite, ces mêmes Sels qu'il avoit déja trouvés dans les nouvelles Eaux de Passy. Ils sont mixtes ou moyens, formés d'un Acide Vitriolique, & de beaucoup de terre. Cet Acide se peut transporter sur le Sel de Tartre, ou se convertir en Souffre minéral par quelque matiére inflammable. Les Sels Sélénites de l'Eau de Bourbon se déclarent dès que l'évaporation commence, ils paroissent sous la forme d'une poussiére fine, qui ensuite grossit toûjours. M. Boulduc assûre qu'il a trouvé de ces mêmes Sels dans des Eaux minérales froides, & même dans les Eaux salées qui fournissent le Sel commun. Il a eu lieu d'en soupçonner jusque dans une Plante, & ce qui est plus remarquable, dans une liqueur Animale. Il paroît par toutes les observations qu'ils sortent tout préparés des mains de la Nature.

Les parties opaques de la Résidence sont visiblement une Terre. Elle est absorbante, & M. Boulduc la croit calcinée par la Nature même. Pourquoi les Feux Soûterrains, qui donnent tant de chaleur aux Eaux, dont il s'agit, n'auroient-ils pas pû faire aussi cette calcination ? Nous omettons d'autres raisonnements plus Chimiques & plus recherchés. Par une opération de M. Boulduc il se sépare de cette terre une matiére plus brune, qui ayant été rougie au feu, donne des marques sûres d'un peu de Fer, puisque l'Aiman attire quelques-unes de ses parcelles. Voilà donc enfin du Fer dans les Eaux de Bourbon, mais en petite quantité, & qui ne se manifeste que difficilement & bien tard.

Si l'on se souvient des différentes matiéres que M. Boulduc avoit démêlées dans les nouvelles Eaux de Passy, on verra qu'elles sont les mêmes que celles des Eaux de Bourbon, mais il n'en faut pas conclurre une exacte conformité d'effets. Ils peuvent être assés différents par la différence des doses, qui ne sont pas bien connües, par le mêlange plus ou moins

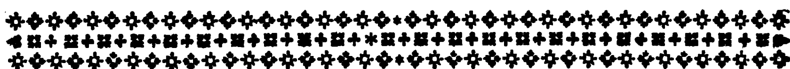
intime des matiéres, sur-tout par une espece de coction que la chaleur des Eaux de Bourbon peut leur avoir donnée, & qui n'aura pas lieu pour des Eaux froides. Cependant les vertus que M. Boulduc attribüe aux Eaux de Bourbon, à en juger par les qualités connües des matiéres qu'elles renferment, sont à peu-près les mêmes que les vertus des Eaux de Passy.

M. Boulduc a voulu prévenir ici, comme il avoit fait en 1726, l'objection que le feu pourroit avoir produit, ou du moins altéré les matiéres des Eaux. Mais sans compter qu'il n'est guere imaginable qu'une douce & lente évaporation ait fait autre chose que séparer, la preuve de l'Esprit de Vin rapportée sur les Eaux de Passy, a été mise aussi en usage pour celles de Bourbon. De plus, ce qui leve entiérement tout scrupule, le grand froid a été employé ici au lieu du feu. Quatre livres d'Eau de Bourbon étant gelées, il resta au milieu du Glaçon demi-Once à peu-près d'eau liquide, qui en s'écoulant emportoit des Cristaux tout formés, très-reconnoissables pour les mêmes qu'on avoit eus par le feu, quoique plus petits. Ce peu d'eau étoit d'un goût fort lixiviel, & par conséquent contenoit les Alkalis fixes résous, qui ne gelent que difficilement. Il est heureux en fait de Phisique de pouvoir satisfaire aussi pleinement à une objection.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

Un second Mémoire de M. Lémery sur le Borax. V. les M. p. 282.

Un second Mémoire de M. de Reaumur sur la Porcelaine. V. les M. p. 325.



BOTANIQUE.

SUR LE SIMAROUBA.

V. les M. p. 32.

VOICI un nouveau Remede, végétal auſſi bien que le Quinquina & l'Ipecacuana, venu comme eux d'Amérique, & auſſi ſpécifique qu'eux. Nul remede ſpécifique pour une Maladie ne l'eſt pour toutes les eſpeces de cette Maladie, & il y en a tel, qui eſt excellent, & à qui on fait dans la ſuite du temps l'injuſtice de le négliger ou de le mépriſer, parce qu'on lui avoit fait d'abord l'honneur exceſſif de le croire infaillible ſans diſtinction. L'Ipecacuana eſt peut-être prêt à tomber dans ce cas, il manque bien des Diſſenteries, mais le Simarouba vient heureuſement pour lui ſervir de ſupplément, M. de Juſſieu l'a trouvé aſſés ſûr pour celles que l'Ipecacuana auroit manquées. Il n'a pas oublié à bien diſtinguer ces différentes eſpeces.

Le Simarouba eſt une Ecorce, qui fut envoyée pour la premiére fois de la Cayenne ici en 1713, comme un très-bon remede pour les Dévoyements diſſenteriques, il y en eut beaucoup, & de violents en 1718, qui ne faiſoient le plus ſouvent que s'irriter par l'Ipecacuana, & la nouvelle drogue au contraire y réüſſit très-bien. M. de Juſſieu, qui n'en avoit eû de ce premier envoi qu'une petite quantité, fut curieux d'en avoir encore dans la ſuite, & il en éprouva toûjours d'auſſi bons effets, bien entendu qu'il ne l'appliquoit pas indifféremment à toutes ſortes de Diſſenteries. La préparation de ce remede eſt la plus ſimple qu'il ſoit poſſible, on le prend en décoction comme du Thé, & dès le ſecond Verre on s'apperçoit ordinairement qu'il agit. Le goût en eſt fort ſupportable, un peu d'amertume marque une ſubſtance acre & ſtomachique

qui rétablit les forces de l'Estomac, la couleur laiteuse que prend l'eau vient d'une substance balsamique & onctueuse, qui arrête les douleurs & les épreintes, la prompte suppression du sang & la constipation qui survient, indiquent une qualité astringente & vulneraire.

Dioscoride parle d'une Ecorce, qu'on apportoit du fond de l'Orient, & qui s'employoit pour les Hemorragies & les Dissenteries. La couleur en étoit jaunâtre, & c'est à peu près celle du Simarouba. On l'appelloit *Macer* ou *Macir*. Pline, Galien, & les Arabes en ont aussi parlé. On ne peut guere douter qu'une Ecorce dont quelques Relations des Indes Orientales font mention, en lui attribuant les mêmes vertus, & avec les plus grands éloges, ne soit ce Macer des Anciens, & la vrai-semblance est d'autant plus forte qu'en quelques lieux des Indes cette Ecorce a le nom de *Macre*, ou *Macreruipe*. Il ne seroit nullement étonnant qu'elle se trouvât aussi en Amérique sous un autre nom, l'Asie & l'Amérique ont plusieurs Plantes, qui leur sont communes à l'exclusion de l'Europe, & peut-être sera-ce là un des moyens qui serviront un jour à décider si l'Amérique est une Colonie de l'Asie.

M. de Jussieu ne détermine point encore, malgré la grande conformité du Macer des Anciens, du Macre des Indiens Orientaux, & du Simarouba des Occidentaux, que ce soit la même Plante. Il attend de plus grands éclaircissements sur ce point, & même sur les propriétés particuliéres de ce Remede, dont il n'a pas fait autant d'expériences qu'il le souhaiteroit. Ses provisions étoient courtes, & il n'y a peut-être plus de Simarouba à Paris.

Quand M. de Jussieu en eût parlé à l'Académie pour la premiére fois, M. d'Isnard fit voir aussi quelques Relations qu'il avoit des effets de ce Remede, & de la maniére de s'en servir. On profitera de tout, nous ne faisons principalement ici qu'annoncer le Simarouba, & préparer le Public à cette nouveauté, mais combien d'accidents, combien de circonstances étrangéres doivent concourir pour l'entier établissement de la chose du monde, qui seroit la plus utile!

SUR L'ACCROISSEMENT DES PLANTES PAR LES PLUYES.

V. les M. p. 349.

QUAND on voit que des Plantes qui ſe fanoient, ou dont au moins l'accroiſſement étoit arrêté par une trop longue ſéchereſſe, & une trop grande chaleur, reprennent vigueur tout à coup, & recommencent à croître ſenſiblement, dès qu'elles reçoivent l'eau de la Pluye, ou ſeulement celle des arroſements, il n'y a rien là qui ſurprenne en aucune façon, tout le monde conçoit naturellement que l'eau étoit néceſſaire pour détremper, pour diſſoudre les matiéres qui forment la ſéve, & pour les conduire dans le corps des Plantes; ceux qui ſeront un peu plus Phiſiciens pourront imaginer de plus que la tranſpiration des Plantes trop abondante dans les temps chauds & ſecs, eſt diminüée par la fraîcheur de l'eau, & qu'une partie de cette ſubſtance, qu'elles perdoient, étant retenüe, devient utile à leur nutrition.

Les raiſonnements fondés ſur des obſervations légéres & ſuperficielles n'iroient pas plus loin. Mais M. du Hamel a obſervé que les Plantes Aquatiques profitent des Pluyes, auſſi bien que les Terreſtres. C'eſt un fait dont il s'eſt bien aſſûré, & cela dérange tout ce qui vient d'être dit. Les Plantes Aquatiques, du moins celles qu'on ſuppoſe toûjours couvertes d'eau, n'en manquent jamais, & leur tranſpiration doit être toûjours égale.

Il y a plus, & c'eſt là le plus remarquable. La Pluye n'eſt abſolument néceſſaire ni aux Plantes aquatiques, ni aux terreſtres pour l'effet dont il eſt queſtion, la ſeule menace de Pluye ſuffit, c'eſt-à-dire un temps couvert & orageux. Il s'agit d'expliquer cette difficulté qu'on ne s'étoit point encore propoſée, la Phiſique qui ne peut s'éclaircir que par les obſervations, demande de nouveaux éclairciſſements à meſure qu'il ſe fait des obſervations nouvelles. Nous ne dirons rien de quelques idées par où M. du Hamel a paſſé ſelon l'ordinaire,

& qui ne l'ont pas satisfait, nous n'exposerons que celle à laquelle il s'est arrêté, comme à la plus vrai-semblable.

La vie des Animaux consiste dans la dilatation & la contraction successives du Cœur, c'est ce mouvement alternatif qui donne aux liqueurs toute la force nécessaire pour pénétrer dans les Canaux les plus éloignés du Cœur, les plus étroits, les plus tortueux. Il ne paroît pas être dans les Plantes, il faut cependant, puisqu'elles vivent & se nourrissent, qu'il y soit, quoique moins égal, moins régulier, moins mesuré que dans les Animaux. Il ne pourra venir que de l'Air, très-susceptible de rarefaction, & de condensation, que les Plantes reçoivent par ces Trachées, qu'a découvertes M. Malpighi. Dans les Plantes où elles sont visibles, elles sont répandûës par tout, au lieu que les Poumons des Animaux, du moins de ceux qu'on appelle les parfaits, n'occupent qu'une petite partie de leur corps, ainsi les Plantes prennent plus d'air à proportion. Cet Air qu'elles ont pris, non-seulement anime la Séve comme il anime nôtre Sang, mais quand il se rarefie, il la pousse vers l'endroit de la moindre résistance, & quand il se condense, il l'oblige à couler dans les espaces qu'il a quittés. En même temps le cotton ou le duvet très-fin, qui revêt intérieurement les tuyaux des Plantes, & qui est visible dans quelques-unes, empêche le reflux de la Séve, & fait l'office des Valvules Animales. Une rarefaction de l'Air, qui ne varie point, tient la Plante dans un même état, & il en va de même d'une condensation toûjours égale; alors le mouvement de la Séve est lent & paresseux, tout l'intérieur de la Plante n'est point assés secoüé, ni assés agité. Mais quand la rarefaction & la condensation de l'Air se succedent, la Séve, outre qu'elle est hâtée par ces mouvements contraires de se distribüer par tout, est encore plus brisée, plus attenüée, plus propre à nourir la Plante, & cet effet est d'autant plus grand, que la rarefaction & la condensation se succedent plus promptement, & à un plus grand nombre de reprises. La Plante en croît plus vîte & profite davantage.

Les différents degrés de la rarefaction de l'Air sont des

changements dans la constitution de l'Atmosphere, & l'on sçait que ces changements se font sentir jusque dans les Eaux, ainsi ce qui de ce côté là est favorable aux Plantes terrestres, l'est aussi aux aquatiques.

Une Pluye qui refroidit l'Air après un temps chaud est ce changement favorable, mais il ne tient pas uniquement à une Pluye, c'est assés que le temps se réfroidisse ou même s'échauffe, comme il arrive souvent quand le Ciel se couvre, car il ne faut qu'un changement, & plus les changements sont frequents, ou se suivent de près, ce qui arrive assés dans les temps d'orage, plus l'effet est avantageux. Delà vient que les Saisons, naturellement les plus variables, le Printemps, & le commencement de l'Autonne, sont celles où les Plantes ont un plus prompt accroissement. Elles languissent dans une Saison trop égale, & celles qui sont dans des Cloches sur des Couches de fumier, seroient dans le cas de cet inconvenient, si de temps en temps on ne leur donnoit de l'Air, qui les refroidît.

Cette Phisique une fois connuë & bien avérée, pourra être d'usage pour la culture des Plantes, pour les arrosements, par exemple, dont on reglera les temps par rapport aux plus grands changements qu'ils pourront opérer dans l'air que les Plantes renferment. Ce n'est pas cependant que ce nouveau principe de M. du Hamel ne doive se combiner avec d'autres ausquels il faudra avoir égard. Un excellent Jardinier seroit un bon Phisicien.

SUR L'ALTERATION DE LA COULEUR des Pierres & des Plâtres des Bâtiments.

V. les M. p. 185. QUAND on voit que les Pierres des Bâtiments, qui d'abord étoient d'un blanc agréable à la vûë, sont devenües avec le temps grises ou noires, il est assés naturel de penser que l'Air & les Pluyes ont produit ce changement de couleur, & de s'en tenir là. Si on observe de plus que dans les

les grandes Villes ce changement eſt plus prompt & plus grand que dans les petites Villes, ou dans les Campagnes où les Bâtiments ſont iſolés, alors il faut recourir à une autre cauſe que l'Air & les Pluyes, ou leur en joindre une autre, & ce ſeront les fumées, les vapeurs, les impuretés de l'air des grandes Villes. Un ſi petit ſujet ne paroîtra pas mériter un plus long examen.

On ſeroit cependant encore bien loin de la véritable cauſe, trouvée par M. de Reaumur, & il n'en faudroit pas davantage pour prouver, s'il en étoit beſoin encore aujourd'hui, qu'il n'y a point de petits ſujets en Phiſique, & qu'il faut employer par tout la plus fine obſervation. Ce ſont des Plantes nées ſur les Pierres, ou ſur les Plâtres, qui en altérent principalement la couleur.

Des eſpeces de Plaques, ou jaunes, ou griſes, ou verdâtres, &c. qu'on voit ſur l'écorce des Arbres, dont elles ſuivent la figure & le contour dans une certaine étendüe plus ou moins grande, ſont reconnües par tous les Botaniſtes pour de véritables Plantes, qu'ils appellent des Lichen *. Il en naît juſque ſur les Pierres, & quelquefois les Tuiles & les Ardoiſes des Toits en ſont couvertes. Cette Plante n'a point de fleur, mais beaucoup de ſemence très-fine. M. de Reaumur en obſervant les différentes grandeurs des Lichen, ſoit dans les différentes circonſtances, ſoit dans les différentes eſpeces, car il y en a un grand nombre, en a trouvé de ſi petits, qu'il a cru pouvoir ſuppoſer légitimement des Lichen, qui ne ſeroient que comme des points, & qui naîtroient ſur les Pierres des Bâtiments. Leurs ſemences auroient été aiſément portées ou par les Vents, ou par les eaux de Pluye, qui auroient coulé des Toits.

* V. l'Hiſt. de 1713. p. 42.

Une preuve que ces petits points ne ſont pas ou de la pouſſiére ou des particules de fumée & de ſuye, &c. c'eſt qu'en les touchant avec un doigt moüillé, ni on ne les diſſout, ni on ne s'y ſalit. Ils paroiſſent de petits corps organiſés, & ſur-tout au Microſcope.

Ils ſont les uns gris, les autres d'un verd noirâtre ou brun,

Les gris ſont ceux qui ſe reconnoiſſent le plus ſûrement pour des Lichen, à cauſe de la couleur, & ils alterent moins la couleur des Pierres que les bruns. Ils l'alterent d'autant plus les uns & les autres, qu'ils ſont en plus grand nombre, & laiſſent moins d'intervalles où le blanc de la Pierre ſe faſſe appercevoir.

Les taches qu'ils y forment doivent naturellement être irréguliéres. M. de Reaumur a vû une Muraille toute chamarrée du haut en bas de traits noirs longs de 4 à 5 pouces, & larges de 7 à 8 lignes, poſées ſelon toutes les inclinaiſons par rapport à l'Horiſon, horſmis qu'il n'y a aucun de ces traits qui lui ſoit parallele. Cela s'accorde aſſés bien avec l'idée qu'une eau de pluye, qui tomboit du Toit, chargée de ſemences de Lichen bruns, aura été repouſſée par le Vent contre la Muraille, où elle ſe ſera partagée en pluſieurs petits courants, dont aucun n'aura pû en effet être parallele à l'Horiſon.

Il n'y a preſque pas lieu de douter que les différents Climats, la différente nature des Pierres, les expoſitions des Murs, ne ſoient plus ou moins favorables à la génération des Lichen ; M. de Reaumur croit même qu'il peut y avoir de la différence à cet égard entre les parties d'une même Pierre, qui n'auront pas, pour ainſi dire, le même degré de maturité, mais tout cela demanderoit une longue ſuite d'expériences, qu'on ne peut attendre que du temps.

Ce qui ſeroit encore plus néceſſaire, ce ſeroit un moyen de prévenir la génération de ces Lichen, car on procureroit un grand ornement aux Villes, ſi on en pouvoit conſerver les Bâtiments dans leur blancheur naturelle. M. de Reaumur a vû entre Saumur & Amboiſe de vieux Bâtiments qui paroiſſoient neufs par la couleur; c'eſt le bienfait de quelque accident, & il faudroit tâcher de s'en ménager un pareil, en trouvant quelque enduit de peu de prix, qui préſervât les Pierres des Lichen. M. de Reaumur ne connoît encore que l'enduit de chaux. La curioſité des Phiſiciens, ou l'interêt, acheveront peut-être l'ouvrage. C'eſt déja un grand pas que de connoître une cauſe.

OBSERVATION BOTANIQUE.

ON ſçait que la Senſitive eſt *heliotrope*, c'eſt-à-dire que ſes rameaux & ſes feüilles ſe dirigent toûjours vers le côté d'où vient la plus grande lumiére, & l'on ſçait de plus qu'à cette propriété qui lui eſt commune avec d'autres Plantes, elle en joint une qui lui eſt plus particuliére, elle eſt Senſitive à l'égard du Soleil ou du jour, ſes feüilles & leurs pédicules ſe replient & ſe contractent vers le coucher du Soleil, de la même maniére dont cela ſe fait quand on touche la Plante, ou qu'on l'agite. Mais M. de Mairan a obſervé qu'il n'eſt point néceſſaire pour ce phénoméne qu'elle ſoit au Soleil ou au grand air, il eſt ſeulement un peu moins marqué lorſqu'on la tient toûjours enfermée dans un lieu obſcur, elle s'épanoüit encore très-ſenſiblement pendant le jour, & ſe replie ou ſe reſſerre réguliérement le ſoir pour toute la nuit. L'expérience a été faite ſur la fin de l'Eté, & bien répétée. La Senſitive ſent donc le Soleil ſans le voir en aucune maniére ; & cela paroît avoir rapport à cette malheureuſe délicateſſe d'un grand nombre de Malades, qui s'apperçoivent dans leurs Lits de la différence du jour & de la nuit.

Il ſeroit curieux d'éprouver ſi d'autres Plantes, dont les feüilles ou les fleurs s'ouvrent le jour, & ſe ferment la nuit, conſerveroient comme la Senſitive cette propriété dans des lieux obſcurs; ſi on pourroit faire par art, par des fourneaux plus ou moins chauds, un jour & une nuit qu'elles ſentiſſent; ſi on pourroit renverſer par là l'ordre des phénomenes du vrai jour & de la vraye nuit, &c. Mais les occupations ordinaires de M. Mairan ne lui ont pas permis de pouſſer les expériences juſque-là, & il ſe contente d'une ſimple invitation aux Botaniſtes & aux Phiſiciens, qui pourront eux-mêmes avoir d'autres choſes à ſuivre. La marche de la véritable Phiſique, qui eſt l'Expérimentale, ne peut être que fort lente.

M. Marchant a lû la Description

De l'*Althoea* Diosc. & Plin. C. B. Pin. 315. *Guimauve*, avec la Critique des Auteurs Botanistes sur cette Plante.

De la *Mitella Americana, florum foliis fimbriatis.* Inst. Raii Herb. 242.

Et de la *Sanicula*, seu *Cortusa Americana, altera, flore minuto, fimbriato.* Hort. Reg. Par.

GEOMETRIE.

SUR LES LIGNES DU IIIme ORDRE OU COURBES DU SECOND.

ÇA été une excellente idée, & d'une utilité inestimable à toute la Géométrie, que celle de Descartes, d'exprimer la nature des Courbes par des Equations Algébriques. Par-là tout devient calculable; & ce que l'on n'auroit eu que par un grand nombre de comparaisons très-pénibles de lignes entassées les unes sur les autres, à la maniére des Anciens, on le trouve sans peine, c'est-à-dire avec une peine beaucoup moindre, par de simples calculs. Ces Equations sont fondées sur ce que l'on conçoit les Courbes comme des suites de points qui sont les extrémités de lignes droites, ou Ordonnées, toutes paralleles entre elles, & toutes tirées d'une même droite ou Diametre ou Axe commun, dont les différentes parties correspondantes aux différentes Ordonnées s'appellent Abscisses; le rapport constant & perpétuel des Abscisses aux Ordonnées, détermine la nature, & constitüe l'Equation de chaque Courbe. Cette forme fut d'abord appliquée aux quatre Sections Coniques, dont on vit que l'Equation ne passoit pas le second degré, & l'on s'apperçut bien vîte que la ligne droite elle-même étoit susceptible de la même forme, & que son Equation étoit renfermée dans le premier degré. En effet si l'on conçoit une droite divisée en un nômbre quelconque de parties égales, & que de chaque point de division il parte des Ordonnées paralleles qui soient en progression arithmétique, la ligne qui passera par les extrémités de toutes ces Ordonnées ne sera qu'une droite, dont la nature sera exprimée par une Equation où le

V. les M. p. 194.

rapport conſtant des Abſciſſes aux Ordonnées ſera toûjours le rapport ſimple d'une ligne donnée à une autre donnée. Mais s'il s'agiſſoit d'une Parabole, par exemple, où les Abſciſſes ſont, non comme les Ordonnées, mais comme leurs quarrés, il faudroit que l'Equation, où ces quarrés entreroient néceſſairement, montât au ſecond degré.

On voit aſſés par-là comment les Courbes ou leurs Equations peuvent monter à tous les degrés ſupérieurs, lorſque les Abſciſſes ſeront comme les Cubes, comme les quatriémes puiſſances, &c. des Ordonnées, & même il n'eſt nullement néceſſaire que les Abſciſſes ſimples ſoient toûjours comparées à des Ordonnées élevées à des puiſſances, les quarrés des Abſciſſes peuvent avoir le même rapport que les cubes des Ordonnées, &c. Toutes les combinaiſons poſſibles de ces différentes puiſſances ſeront également admiſes. Il faut même remarquer que le produit d'une ſimple Abſciſſe par une ſimple Ordonnée, feroit le même effet que le quarré de l'une & de l'autre, & rendroit également l'Equation du ſecond degré. Ce ſera la même choſe à proportion pour les produits plus compoſés.

On peut donc imaginer toutes les Lignes comme diſtribuées en différents *ordres* ou *genres* ſelon le degré de leur Equation, qui s'élevera toûjours. La ligne droite ſera ſeule le premier ordre. Les quatre Sections Coniques feront le ſecond. Les Courbes, dont l'Equation montera au troiſiéme degré, feront le troiſiéme ordre, &c. Si on ne veut pas compter la ligne droite, qui effectivement ne paroît guéres mériter une Equation, les Sections Coniques ſeront les lignes du premier ordre, &c.

Ces Sections ont été extrémement maniées par tous les Géométres, mais comme ils cherchent des ſujets nouveaux, & que l'ardeur de découvrir augmente à meſure que les Méthodes extrémement perfectionnées promettent plus de découvertes, on a ſongé aux lignes du troiſiéme ordre, ou Courbes du ſecond. On en connoiſſoit déja quelques-unes, les deux Paraboles cubiques, par exemple, mais il en reſtoit un

nombre beaucoup plus grand ausquelles perſonne n'avoit touché, ni même penſé. M. Neuton eſt le premier qui en a donné un dénombrement, quoique ſans démonſtration, & c'étoit déja un grand pas de fait dans cette Théorie que d'avoir trouvé quelles étoient toutes les Courbes compriſes dans ce ſecond ordre. Après M. Neuton deux habiles Anglois ont traité ce ſujet, mais ils ne l'ont pas épuiſé, & M. Nicole a cru qu'il lui reſtoit encore beaucoup, ſoit à éclaircir, ſoit à découvrir. Comme il a été obligé d'entrer dans les labirinthes les plus embarraſſants du Calcul, & dans les applications les plus pénibles de l'Algébre à la Géométrie, nous ne le ſuivrons pas juſque-là, & nous nous contenterons de donner quelques idées générales, & quelques connoiſſances préliminaires, ſuffiſantes pour ceux qui ne veulent pas aller ſi loin, ou utiles à ceux qui voudront s'y préparer.

Il eſt reçû chés tous les Géometres, qu'une ligne droite peut couper une ligne d'un ordre quelconque en autant de points que l'Equation de la ligne coupée a de degrés. Ainſi une droite ne peut couper une droite qu'en un point, parce que l'Equation de la droite n'eſt que du premier degré. L'Equation du Cercle, de l'Ellipſe, de la Parabole & de l'Hiperbole étant du ſecond degré, une droite poſée comme on voudra, qui les coupe en un point, les coupera encore néceſſairement en un autre. Si l'on ſe repréſente la premiére Parabole cubique, qui a une infléxion au point où elle part de ſon axe pour aller & au-deſſus & au-deſſous par deux branches contrairement poſées, on verra ſans peine qu'une droite qui coupera la branche ſupérieure en deux points, coupera auſſi l'inférieure en un troiſiéme point ſeulement, & réciproquement; auſſi l'Equation de cette Courbe eſt-elle du troiſiéme degré. Il en eſt de même de la ſeconde Parabole cubique qui au point où elle part de ſon axe ſe rebrouſſe, & ſe partage en deux branches toutes deux au-deſſus de l'axe, & dont les convéxités ſe regardent; une droite qui coupera l'une des deux branches en deux points, coupera auſſi l'autre en un troiſiéme.

En général il faut donc que la Courbe prenne toutes les positions différentes, tous les contours qui lui sont nécessaires pour être coupée par une droite autant de fois qu'elle a de degrés dans son Equation. Il faut que selon ce nombre déterminé elle revienne rencontrer autant de fois cette droite dont la position est unique & invariable; & l'on voit assés par-là combien doit être bisarre en apparence la forme d'une Courbe dont le degré sera un peu élevé.

Il est constant pareillement qu'une Ordonnée d'une Courbe doit la rencontrer en autant de points que son Equation a de degres. Toute Ordonnée d'un Cercle, d'une Ellipse, &c. prolongée, s'il en est besoin, les rencontre en deux points. On pourroit croire d'abord qu'une Ordonnée quelconque de la premiére ou de la seconde Parabole cubique ne les rencontre pas en trois points selon cette Regle, mais en un seulement, car une Ordonnée tirée au-dessus de l'axe à la premiére de ces deux Paraboles ne la rencontre qu'en un point; il est vrai qu'une autre Ordonnée égale tirée au-dessous de l'axe rencontrera la Courbe en un autre point, mais ni ces deux Ordonnées égales ne sont la même, ni il n'y a trois points de rencontre. On diroit la même chose de la seconde de ces Paraboles. Cette difficulté n'est qu'apparente. Nous venons de faire voir qu'une droite couperoit chacune de ces Paraboles en trois points, or cette droite peut être une Ordonnée. Il est vrai qu'alors les Ordonnées ne partiront pas de l'axe qu'on avoit posé d'abord pour y rapporter la Courbe, mais il n'importe à quelle droite prise pour axe ou diametre on rapporte les Courbes. Nous considérions ces deux Paraboles de la maniére la plus simple & la plus naturelle, mais toutes les autres maniéres possibles de les considérer seront également légitimes, seulement il arrive que quand on ne prend pas la plus naturelle & la plus simple de toutes, les Equations des Courbes deviennent plus composées & plus compliquées, plus difficiles à débroüiller, mais sans sortir jamais du degré prescrit par leur nature. C'est dans cet état le plus compliqué qu'il les faut prendre,

lorsqu'on

lorſqu'on veut les avoir dans la plus grande généralité poſſible.

La raiſon eſſentielle qui fait qu'une Courbe du ſecond degré, par exemple, doit avoir des Ordonnées qui la rencontrent en trois points, c'eſt que le cube des Ordonnées entrera dans l'Equation; or tout cube Algébrique a trois racines qui l'ont pû former, ou, ce qui eſt le même, toute Equation qui va au cube peut être réſolüe par trois racines. Le cube de chaque Ordonnée en donne donc, en produit trois, qui ne peuvent être Ordonnées ſans rencontrer chacune la Courbe. Ainſi dans le ſecond ordre on trouvera que d'un même point de l'axe ou diametre il part trois Ordonnées différentes, qui par conſéquent ne répondent qu'à une même Abſciſſe. On dira la même choſe à proportion des ordres ſupérieurs.

On ſçait aſſés ce que c'eſt que des Abſciſſes ou Ordonnées poſitives ou négatives, qui déterminent le cours de la Courbe ſoit d'un côté ou de l'autre du point qu'on a pris pour ſon origine, ſoit au-deſſus ou au-deſſous de l'axe ou diametre auquel on la rapporte. Ces mêmes grandeurs ſont encore plus à conſidérer quand elles deviennent imaginaires, quand elles ne ſont ni ne peuvent être. Alors la Courbe manque dans toute l'étendüe qu'elles déterminent; mais comme ces grandeurs peuvent redevenir réelles, alors auſſi la Courbe renaît après une certaine interruption de ſon cours. Cela produit des branches de Courbes tout-à-fait détachées les unes des autres, & qui aux yeux paroiſſent jettées çà & là comme au hazard. Elles ont cependant par des grandeurs imaginaires une liaiſon & une continuité ſecrette. Dès les Courbes du premier ordre on en voit un exemple dans l'Hiperbole commune, ou plûtôt dans les deux Hiperboles oppoſées rapportées à leur axe traverſant. Elles ont toutes deux, chacune depuis ſon ſommet, des Ordonnées tant poſitives que négatives ſur toute l'étendüe infinie de cet axe de part & d'autre, mais ſur ſon étendüe finie compriſe entre les deux ſommets elles ne pourroient avoir que des Ordonnées imaginaires, & c'eſt pourquoi il n'y a point là de

Courbe, mais une espece de vuide qui sépare les deux Hiperboles, ou plûtôt coupe la même en deux, car elles ne sont au fond que la même. Dans les Courbes plus élevées que l'Hiperbole ordinaire les effets des Ordonnées imaginaires sont toûjours plus frappants & plus bisarres en apparence. Il est bon de remarquer que non-seulement on voit jusqu'où s'étend le cours de ces grandeurs qui ne peuvent être, mais qu'on voit quelles elles seroient si elles étoient, & qu'on peut leur déterminer *un plus grand ou un plus petit*, comme aux grandeurs réelles. Ainsi dans les deux Hiperboles dont nous venons de parler, les Ordonnées imaginaires seroient croissantes depuis chaque sommet jusqu'à celle qui partiroit du centre des Hiperboles & seroit la plus grande de toutes. Ces phénomenes de la Grandeur, pour ainsi dire, auroient-ils jamais été prévûs ou devinés ? Sans doute la seule expérience du Calcul les a fait connoître, & l'on a dû avoir quelque peine à l'en croire.

La ligne droite soit axe ou diametre, à laquelle on rapporte une Courbe, étant conçûë divisée en un nombre infini, s'il le faut, de parties finies égales, elles représentera par ses Abscisses prises depuis son origine, & toûjours croissantes, la suite naturelle des Nombres, 1, 2, 3, &c. & les Ordonnées correspondantes représenteront aussi, ou seront des nombres. Ainsi dans la Parabole ordinaire les Ordonnées seront toutes les Racines quarrées des nombres naturels, dans l'Hiperbole rapportée à une Asimptote ce seront tous les nombres naturels réduits en fractions, qui auront 1 pour numérateur, &c. car cela a été traité avec assés d'étenduë dans les *E'léments de la Géométrie de l'Infini.* Mais quoique l'axe ou diametre d'une Courbe quelconque demeurant toûjours le même & divisé de la même maniére, les Ordonnées doivent être aussi des nombres, il ne faut pas s'attendre que dans des Courbes d'un dégré élevé ce soient des nombres si simples. Ils seront beaucoup plus composés ; de plus ils ne formeront pas des suites uniformes, c'est-à-dire, toûjours croissantes ou décroissantes, mais des suites qui tantôt iront

à Zero ; & puis croîtront, tantôt à *un plus grand*, & puis décroîtront, &c. Enfin ils formeront différentes suites distinctes, qui pourront même ne partir pas d'une même origine, qui se croiseront, s'entrelasseront, se combineront de différentes maniéres.

En voilà assés pour préparer ceux qui n'ont que l'habitude des Courbes les plus simples, à en voir de plus composées & plus surprenantes par leur forme & par leurs contours. Elles le sont dès le second ordre, qui est le seul que M. Nicole traite ici, sur-tout quand on les prend, comme il a fait, dans une Equation générale qui les renferme toutes, parce qu'on y met tout ce qui peut jamais y entrer. Il ne peut qu'à force de calcul construire cette Equation si vaste, & en suivre toutes les parties jusque dans leurs derniers détails. Mais aussi ce travail une fois fait, on n'aura plus qu'à simplifier l'Equation générale en supposant nuls quelques-uns de ses termes, quelques branches de la premiére Courbe disparoîtront, & on en verra naître d'autres en sa place moins compliquées selon les différentes suppositions qu'on aura faites.

Ces Courbes ont souvent des branches infinies, qui vont de différents côtés. M. Neuton les a distinguées en deux especes, la Parabolique, & l'Hiperbolique. Les branches infinies de l'espece Hiperbolique ont une Asimptote droite, celles de l'espece Parabolique n'en ont point. Cela se distingue aisément & par le calcul, & par la nature seule de la chose, car les unes & les autres ont une Tangente à leur extrémité infiniment éloignée, mais dans l'espece Hiperbolique cette Tangente part d'une distance finie par rapport à l'origine de la Courbe ou de la branche, & dans l'espece Parabolique elle part d'une distance infinie. On le voit à l'œil dans la Parabole & l'Hiperbole communes.

Mais il y a quelque chose de particulier pour l'espece Hiperbolique. Dans l'Hiperbole commune les Asimptotes lui sont toûjours extérieures, mais dans une Courbe du second ordre une Asimptote lui peut être intérieure, & s'il y a, comme il arrive souvent, deux branches de cette espece, qui

aillent du même côté, la Courbe ſera *circonſcrite* à ſes deux Aſimptotes, au lieu qu'elle leur ſeroit *inſcrite*, ſi à la maniére ordinaire elles lui étoient toutes deux extérieures. Que ſi l'une lui eſt intérieure, l'autre extérieure, M. Neuton nomme cette Courbe *Hiperbole ambigene*.

La Courbe conſtruite par M. Nicole eſt un aſſemblage de quatre Courbes partiales, de trois eſpeces d'Hiperboles, l'une inſcrite, l'autre circonſcrite, & la troiſiéme ambigéne, & d'une petite Ovale, tout cela aſſés détaché, ſur-tout l'Ovale, qui eſt iſolée dans un aſſés grand eſpace vuide. On reconnoît toûjours à la vûë même que la Courbe totale appartient au ſecond ordre, car on peut toûjours tirer une droite qui la rencontrera en trois points par quelques-unes de ſes différentes parties, tantôt d'une façon, tantôt d'une autre. C'eſt dans ces cas compliqués, & plus encore dans ceux qui le ſeroient davantage que l'application de l'Algebre à la Géométrie, dont on a pû d'abord être ſurpris, devient d'une exactitude & d'une préciſion preſque incroyable.

SUR QUELQUES AFFECTIONS DES COURBES.

V. les M. p. 277.

RIEN n'eſt ſi ſenſible dans une Courbe tracée ſur le papier que ſes Infléxions & ſes Rebrouſſements, quand elle en a, ce ſont les changements les plus marqués, qu'il ſoit poſſible, ou de ſon contour, ou de ſon cours par rapport à ſon axe, & le Paradoxe, qu'une Courbe puiſſe avoir des Infléxions ou des Rebrouſſements inviſibles, doit être aſſés ſurprenant. Il eſt cependant vrai, & M. de Maupertuis en a démontré la vérité, & expliqué la nature. Nous ne parlerons d'abord que des Infléxions, un peu plus ſimples que les Rebrouſſements, quoique ces deux ſortes d'*affections* ſoient extrémement analogues, & à tel point que la même formule algébrique donne l'une & l'autre également.

Une Courbe peut avoir deux Infléxions l'une après l'autre,

elle aura été d'abord concave, si l'on veut, vers son axe, elle y sera ensuite convexe, & enfin redeviendra concave pour la seconde fois. Et il est bon de marquer dès-à-present de quel ordre elle deviendra par cette seule supposition. Les quatre Sections Coniques, qui sont les seules Lignes du second ordre, ou Courbes du premier, & qui n'ont ni infléxion, ni rebroussement, ne peuvent être coupées par une droite qu'en deux points. Dès qu'une Courbe a une infléxion, elle peut être coupée en deux points dans son arc soit concave, soit convexe, & en un point dans l'autre arc. Par-là elle monte au second ordre des Courbes. Si elle a deux infléxions, il est visible qu'elle sera coupée en quatre points, & montera au quatriéme ordre des Lignes, ou, ce qui est le même, au troisiéme des Courbes. Il ne s'agit ici que de Courbes de cet ordre.

Cette Courbe, qu'on a supposée à deux infléxions, & d'abord concave vers son axe, a un arc convexe posé entre les deux concaves. Le second de ces deux concaves remet la Courbe dans la même position générale où elle étoit par le premier, & si de plus ils étoient tels qu'une certaine étendüe de la Courbe, où seroit compris l'arc convexe, étant supprimée, une portion restante du second arc concave pût être la continuation d'une portion du premier, il est certain que par cette suppression la Courbe perdroit ses deux infléxions, & toutes les marques de les avoir eûës, & n'auroit plus qu'un cours uniforme. Or l'Equation de la Courbe peut être telle que l'on y pourra faire cette suppression en égalant certaines grandeurs à Zero, & comme tout ce que l'Equation permet doit être admis, la Courbe aura donc pris alors un cours uniforme. Cependant elle n'aura pas perdu, ni n'aura pû perdre sa premiére nature selon laquelle elle avoit deux infléxions, & il faudra concevoir qu'elles se seront infiniment rapprochées, & seront devenües invisibles, faute d'avoir entre elles l'arc convexe qui les separoit. La Courbe aura toûjours les deux infléxions *en puissance*, pour ainsi dire, parce qu'elle aura réellement les deux points dont l'essence est de causer l'infléxion;

Pour concevoir cela encore plus distinctement, il faut se représenter les trois arcs, le concave, le convexe, & le second concave, tous trois dans leur premiére étendüe naturelle. Si l'un des trois, le premier, par exemple, est coupé par une droite en deux points, comme un arc de Cercle par sa corde, & que cette Sécante ait un mouvement par lequel elle s'approche toûjours du sommet de l'arc en diminuant de grandeur au dedans de l'arc, les deux points d'intersection se rapprocheront toûjours l'un de l'autre, & enfin deviendront infiniment proches ; & comme ils auront toûjours été sur une même droite, ils seront encore sur une droite infiniment petite dont ils détermineront la position, cette petite droite sera le côté infiniment petit de l'arc à son sommet, & la Sécante sera devenüe par conséquent Tangente. Il est aisé d'imaginer que dans chacun des deux autres arcs supposés une Sécante sera pareillement devenüe Tangente, & qu'ils auront chacun à leur sommet un petit côté qui sera partie de leur Tangente particuliére.

Si l'on suppose présentement que les sommets ou les trois côtés que nous avons déterminés dans ces trois arcs, se rapprochent infiniment, & viennent se poser exactement bout à bout sur une même ligne droite, les deux infléxions sensibles qui se faisoient auparavant dans le passage du premier arc concave à la convéxité, & du convexe à la concavité, ne paroîtront plus à l'œil, cependant puisque l'infléxion vient d'une position exacte de petits côtés de la Courbe en ligne droite, ce qui faisoit l'essence des deux infléxions sera conservé.

Il peut rester un scrupule. Une infléxion unique ou simple se fait par deux côtés exactement posés bout à bout en ligne droite, par conséquent il semble que deux infléxions infiniment rapprochées doivent se faire par quatre côtés, & nous n'en avons mis ici que trois. Mais il faut faire attention que puisque deux côtés font une infléxion, trois conditionnés de même ne peuvent pas n'en faire qu'une, & que par conséquent ils en font deux. Il seroit donc inutile qu'il y eût quatre côtés, & les deux infléxions étant infiniment rapprochées ou

le plus qu'il est possible, il n'y faut concevoir que ce qui est absolument nécessaire.

Quand la Courbe avoit ses deux infléxions distinctes & séparées par quelque intervalle, il est visible qu'elle serpentoit par rapport à une droite qui auroit coupé les trois arcs, c'étoit une espece de Caducée, mais la suppression de l'arc convexe posé entre les deux concaves, ayant fait disparoître ce *serpentement*, on ne laisse pas de concevoir ou qu'il se fait encore dans un espace infiniment petit, ou que du moins c'est là où est arrivé ce qui le fait disparoître, & M. de Maupertuis appelle point de *serpentement* ce point où se réünissent les deux infléxions devenües insensibles.

La Tangente de la Courbe en ce point a donc trois côtés communs avec la Courbe. Si elle n'en avoit qu'un de commun, & qu'elle fût simple Tangente, comme toutes celles des Sections Coniques, le point d'attouchement vaudroit deux points d'intersection, autant qu'il peut y avoir d'Ordonnées, qui répondent à un côté. Et comme à deux côtés répondent trois Ordonnées, & quatre à trois, l'attouchement au point de serpentement vaut donc quatre points d'intersection. Or la Courbe dont il s'agit ici étant Courbe du troisiéme ordre, ou Ligne du quatriéme, une droite la peut rencontrer en quatre points, & non en un plus grand nombre. La Tangente au point de serpentement, qui à l'œil ne rencontre la Courbe qu'en un point, ne peut donc plus la rencontrer en aucun autre point, elle a épuisé toute la faculté, tout le droit qu'elle avoit, & de-là M. de Maupertuis tire cette Remarque générale, que si une droite qui auroit dû rencontrer une Courbe dans le nombre de points prescrit par l'ordre de la Courbe, ne le fait pas, il faut qu'elle passe par quelque point où se fasse une réünion, une confusion pareille à celle dont on vient de parler, au moyen de quoi elle satisfait à la Regle. Une Courbe qui paroîtra simple étant tracée sur le papier, on la reconnoîtra à cette marque pour composée.

La formule algébrique trouvée par M. de Maupertuis pour déterminer le point de serpentement, consiste à différentier

deux fois de ſuite la différence des Ordonnées, & voici une ſorte de démonſtration qu'on en peut donner ſans calcul, & par la nature même de la choſe. Dans la ſuppreſſion qui ſe fait ici une portion finie de la Courbe devient infiniment petite, ou, ce qui eſt le même, les éléments ou petits côtés de cette portion, qui étoient du premier ordre d'infiniment petit, deviennent du ſecond, les trois côtés qui font l'infléxion inviſible ſont donc, ou peuvent être cenſés de cet ordre, & c'eſt ce que les *Eléments de la Géométrie de l'Infini* ont marqué expreſſément qui pouvoit arriver dans l'Infléxion & dans le Rebrouſſement. D'ailleurs il a été prouvé dans le même Livre que quand les côtés d'une Courbe baiſſoient d'ordre, les autres grandeurs, qui doivent être du même ordre, comme les Différences des Ordonnées, en baiſſoient pareillement. Or M. le Marquis de l'Hopital a démontré que pour avoir le point d'Infléxion ou de Rebrouſſement il faut égaler à Zero ou à l'Infini la Différence ſeconde des Ordonnées. Cela eſt pour les Infléxions viſibles & ordinaires. Mais ici où les côtés de la Courbe ſont du ſecond ordre, & par conſéquent auſſi les Différences premiéres des Ordonnées, la Différence ſeconde eſt du troiſiéme, c'eſt-à-dire, que pour l'avoir il faut différentier deux fois de ſuite la Différence premiére, & operer ſur cette nouvelle grandeur.

La Théorie des Infléxions inviſibles bien conçûë conduit à celle des Rebrouſſements pareillement inviſibles. Si une Courbe a deux rebrouſſements actuels conſécutifs, tels qu'une certaine étendüe de la Courbe, qui les comprendra, étant ſupprimée, la Courbe reprenne exactement la même direction de cours qu'elle avoit d'abord; & ſi l'Equation permet cette ſuppreſſion, il faudra concevoir les deux points de rebrouſſement infiniment rapprochés, & comme un point de rebrouſſement, ce ſont deux côtés de la Courbe exactement poſés l'un ſur l'autre, ou plûtôt l'un à côté de l'autre, il y aura trois côtés conſécutifs qui auront cette poſition, par la même raiſon que les deux infléxions n'en demandent que trois.

Mais

Mais il y a ici un cas qui mérite d'être plus expliqué, c'est celui où l'infléxion se complique avec le rebroussement. Dans les rebroussements les plus ordinaires, la branche rebroussante ne laisse pas de continüer son cours vers la même extrémité de l'axe, vers laquelle la premiére branche avoit pris le sien, seulement la Courbe, qui, par exemple, descendoit vers l'axe, remontera. Alors les convexités des deux branches se regardent l'une l'autre. Mais il peut arriver aussi que la branche rebroussante prenne son cours vers la même extrémité de l'axe d'où la premiére étoit partie, & que de plus la concavité de la branche rebroussante regarde la convéxité de la premiére, qu'on suppose toûjours avoit été concave vers l'axe. C'est dans ce second cas que se font les rebroussements que M. de l'Hopital appelle de *la seconde sorte*, & nous allons faire voir qu'une infléxion s'y complique avec un rebroussement.

Que l'on conçoive une Courbe qui se contourne pour l'infléxion; si l'on veut que sa 2de Branche, qui sera convexe vers l'axe, & qui continüera son cours vers la même extrémité de l'axe que la 1re, rebrousse vers l'autre extrémité sans souffrir aucun autre changement, il est aisé de voir qu'elle se posera de façon par rapport à la 1re que par sa concavité elle en regardera la convéxité. C'est l'infléxion qu'elle alloit subir, qui lui donne cette position, lorsqu'elle subit le rebroussement au lieu de l'infléxion. Or on se convaincra sans peine que cette idée n'est point applicable au 1er cas de rebroussement, que, par exemple, la branche rebroussante & remontante, dont la convéxité regarde la convéxité de l'autre, ne pouvoit être destinée à subir l'infléxion, puisque sa concavité ou convéxité étoit posée comme celle de la 1re branche.

Il faut que ce point, où l'infléxion en puissance se complique avec le rebroussement actuel, porte le caractere de ces deux affections, & c'est ce qui se trouvera, si l'on conçoit que de la branche destinée à l'infléxion & rebroussante, les deux premiers côtés soient posés bout à bout en ligne droite, & qu'un 3me côté se pose exactement sur le second des deux

premiers. Mais en voilà assés sur ces sortes de détails, peut-être trop recherchés, & qui peuvent ne toucher que médiocrement les Géometres, plus curieux du Calcul que de tout le reste. Ils pourront se contenter de sçavoir & de s'assûrer que la Formule trouvée par M. de Maupertuis s'étend à tous les cas qui ont été expliqués.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires L'Ecrit de M. de Lagny sur le Calcul des Angles des Triangles rectilignes & sphériques, &c.

V. les M. p. 14.

Et celui du même sur l'usage des Poligones rectilignes pour la mesure des Courbes, &c.

V. les M. p. 301.

ASTRONOMIE.

SUR LE MOUVEMENT DIURNE DE LA TERRE, OU SA ROTATION SUR SON AXE.

LE mouvement annuel du Soleil, & ſon mouvement diurne, dont les yeux de tous les hommes ſont frappés, ne ſont plus chés les Coperniciens, ou plûtôt chés tous les Philoſophes que de ſimples apparences, & la réalité de l'un & de l'autre mouvement appartient uniquement à la Terre, qui ſe meut autour du Soleil en un an, & ſur ſon axe en un jour. Ces deux mouvements ont la même direction d'Occident en Orient, & cela eſt vrai non ſeulement de la Terre, mais de toutes les autres Planetes en qui l'on a obſervé les deux mouvements, ou plûtôt le diurne ſeul, & de rotation ſur un axe, car à l'égard du mouvement annuel, il eſt bien ſûr qu'il eſt d'Occident en Orient pour toutes les Planetes, mais on ne connoît par obſervation le mouvement diurne ou de rotation que dans Jupiter, Mars & Venus, préſomption preſque ſûre qu'il eſt auſſi & du même ſens dans Saturne & Mercure.

V. les M. p. 41.

Le mouvement annuel de toutes les Planetes ſans exception, toûjours dirigé d'Occident en Orient, eſt une des plus fortes preuves des Tourbillons de Deſcartes. Rien n'eſt ni plus naturel, ni plus conforme à la raiſon exacte, que de concevoir que cette direction n'eſt commune à toutes les Planetes que parce qu'elle eſt celle d'un grand fluide qui tourne autour d'un centre, & qui les entraîne toutes. Nous l'avons déja dit ailleurs. Qu'on anéantiſſe ce fluide, qu'on les

mette dans un grand Vuide, où l'on fera agir tant qu'on voudra les forces centrifuges ou centripetes, & les attractions, on ne trouvera plus aucun principe d'une direction commune aux mouvements annuels de toutes les Planetes, il leur sera permis d'aller les unes en un sens, les autres en un autre, les plus grandes contrariétés dans leur cours, une espece de Chaos, pourront être l'état naturel.

Le Tourbillon étant si légitimement admis, & son mouvement reconnu pour principe du mouvement annuel des Planetes, aussi-bien que la direction de ce mouvement du Tourbillon pour principe de la direction du mouvement annuel de toutes les Planetes, il faut trouver dans le même mouvement général du Tourbillon le principe & du mouvement diurne des Planetes & de sa direction, & cela est d'autant plus nécessaire que la direction du mouvement annuel des Planetes & du diurne est la même.

Quand une Planete tourne sur elle-même en un certain sens, comme d'Occident en Orient, ce n'est que son hémisphere supérieur par rapport au Soleil, ou au centre du Tourbillon, qui tourne en ce sens-là, l'inférieur tourne nécessairement en sens contraire, d'Orient en Occident. C'est donc l'hémisphere supérieur qui prend la direction du Tourbillon où la Planete nage, & par lequel elle est emportée, & par conséquent le Tourbillon agit plus sur cet hémisphere que sur l'inférieur, car s'il agissoit également sur les deux, il n'y auroit nulle cause de rotation. Cette idée s'offre d'abord à l'esprit, & d'habiles gens l'ont saisie, mais ils ne l'avoient pas assés examinée. Ils concevoient formellement, ou supposoient tacitement que le principe d'une plus grande action du Tourbillon sur l'hémisphere supérieur d'une Planete étoit une plus grande vîtesse, & en effet où prendre un autre principe d'augmentation de force ? mais il se trouve précisément le contraire dans l'Astronomie Phisique. La fameuse Regle de Képler, si bien avérée, démontre que dans le Tourbillon Solaire les vîtesses des différentes couches du fluide vont en diminüant à mesure que ces couches sont plus éloignées du

Soleil. La couche qui frappe l'hémiſphere ſupérieur d'une Planete a donc moins de vîteſſe que celle qui frappe l'inférieur. On n'a fait que de vains efforts pour ſe tirer de-là.

On pourroit ſuppoſer, & c'eſt une idée très-phiſique, que les Plantes ne ſont pas d'une matiére uniforme, ni également diſtribüée autour de leur centre de figure. En ce cas là elles ont un centre de gravité différent de celui de figure, & comme par une loi de Méchanique le centre de gravité deſcend toûjours ou ſe place le plus bas qu'il eſt poſſible, lorſqu'une Planete eſt en équilibre, ainſi qu'il faut la concevoir dans le Tourbillon, ou plus préciſément dans les couches du Tourbillon qui l'embraſſent & l'emportent, ſon centre de gravité ſe place plus bas par rapport au Soleil que le centre de figure; car le Soleil eſt le centre de la peſanteur univerſelle du Tourbillon, & des Planetes qui en ſont comme des parties. De-là il ſuit que ſi on tire par le centre du Soleil au centre de figure de la Planete une ligne, & à cette ligne une perpendiculaire qui paſſe par le centre de figure de la Planete, & y détermine deux hémiſpheres égaux, l'un ſupérieur par rapport au Soleil, l'autre inférieur, le ſupérieur ſe trouvera plus léger, puiſqu'il ſera tout entier au-deſſus du centre de gravité. Il aura donc moins de maſſe, & par conſéquent le fluide y fera plus d'impreſſion, & le fera tourner plus aiſément.

Tout cela eſt vrai, mais ſans compter qu'il faudroit encore âvoir égard à une moindre vîteſſe du fluide qui frappe l'hémiſphere ſupérieur, il ne s'enſuit pas de-là tout ce qu'on voudroit. Il arrivera ſeulement que le fluide, qui aura pouſſé avec plus de force d'Occident en Orient l'hémiſphere ſupérieur, lui donnera vers l'Orient une certaine inclinaiſon qu'il n'avoit pas, le centre de gravité ne ſera plus, comme il étoit, dans la ligne tirée du centre du Soleil au centre de figure de la Planete, il en ſortira un peu, & montera d'autant vers l'Occident, par conſéquent la partie la plus peſante de la Planete montera auſſi un peu vers l'Occident, & il s'en préſentera une plus grande étendüe au fluide qui vient de ce côté-là, juſqu'à ce qu'il ait perdu tout l'avantage qu'il avoit dans le premier

cas. Mais ces effets une fois produits, il n'y aura rien de plus; puiſque tout ſera en équilibre, la Planete ira dans ſa nouvelle ſituation ou poſition par rapport à la couche où elle eſt, & conſervera cette poſition, puiſqu'aucune cauſe ne tend à l'en faire ſortir. Elle ne tournera donc pas ſur elle-même, il faudroit pour cela une cauſe dont l'action ſe renouvellât toûjours, & qui ne fût, pour ainſi dire, jamais ſatisfaite.

Cependant M. de Mairan a crû pouvoir s'engager dans l'explication du mouvement diurne des Planetes. Il ne prétend donner que des conjectures, c'eſt bien aſſés en pareille matiére que de conjecturer heureuſement. Toutes ſes idées roulent ſur une application nouvelle d'un principe reçû aujourd'hui de tous les Philoſophes, que tous les Corps qui peſent vers un point central, comme les corps terreſtres vers le centre de la Terre, les Planetes vers le Soleil, peſent d'autant plus que le quarré de leur diſtance à ce point central eſt plus
* p. 77. & 78. petit. Nous avons expliqué en 1720 *, d'après M. de Mairan même, pourquoi l'action de la Peſanteur varioit ſelon cette proportion.

Cela poſé, lorſqu'une Planete eſt en équilibre dans une couche du Tourbillon, ſon hémiſphere ſupérieur par rapport au Soleil eſt moins peſant de cela ſeul qu'il eſt le ſupérieur, & le plus éloigné du Soleil; le fluide peut donc plus aiſément emporter ſelon ſa direction d'Occident en Orient cet hémiſphere, qui réſiſte moins, & comme il ne ſçauroit lui donner aucun mouvement ſans en faire deſcendre une partie, & ſans faire monter en même temps une partie égale de l'hémiſphere qui étoit l'inférieur, il agit avec le même avantage contre cette nouvelle partie devenüe moins peſante par ſa ſeule poſition, & toûjours ainſi de ſuite. Ce n'eſt plus ici le cas où deux hémiſpheres inégalement peſants l'étoient par leur nature & conſtamment, & où la Planete prenoit ſeulement une certaine inclinaiſon, & s'y tenoit ſans tourner. Il faut qu'elle tourne quand les deux hémiſphéres ne ſont inégalement peſants que par leur poſition ſeule, qui étant une fois changée par une premiére impulſion, ne peut plus que changer toûjours

enſuite, parce que les differentes parties qui ſe ſuccedent ſe donnent toûjours de main en main, pour ainſi dire, les unes aux autres, l'avantage ou le déſavantage du plus ou moins de peſanteur.

Ce principe de rotation perpetuelle pourroit cependant être inutile, car d'un autre côté le fluide qui frappe l'hémiſphere ſupérieur a certainement le déſavantage d'avoir moins de vîteſſe. Il reſte donc à calculer le pour & le contre, & les fondements du calcul ſont que l'hémiſphere ſupérieur eſt le moins peſant en même raiſon que le quarré de la diſtance de l'inférieur au Soleil eſt moindre, que la vîteſſe du fluide à une diſtance quelconque du Soleil eſt en raiſon renverſée de la racine quarrée de cette diſtance, & que parce qu'il eſt fluide ſon impreſſion ſur un corps eſt comme le quarré de ſa vîteſſe. Sur cela M. de Mairan démontre d'une maniére très-ſimple, qu'il reſte de l'avantage au fluide contre l'hémiſphere ſupérieur.

Cet avantage ne peut être fort conſidérable, parce que la différence de peſanteur des deux hémiſpheres en vertu de leur différente diſtance au Soleil ne peut être que petite, & d'autant plus petite que la diſtance de la Planete au Soleil ſera plus grande, mais enfin en fait de forces un avantage en eſt toûjours un, & ne peut manquer d'avoir ſon effet. Il faut même obſerver que l'avantage calculé par M. de Mairan n'eſt que celui de la premiére impulſion du fluide contre l'hémiſphere ſupérieur, or parce que le fluide eſt toûjours appliqué à la Planete, cette Planete peu ébranlée d'abord pour tourner, doit y être toûjours déterminée de plus en plus & avec plus de vîteſſe par des chocs réïterés qui ſe ſuccedent, juſqu'à ce qu'enfin elle ait pris du fluide toute la vîteſſe de rotation qu'elle en peut recevoir. Il eſt même aſſés raiſonnable de croire qu'une Planete a beſoin d'un temps conſidérable pour prendre toute la vîteſſe de rotation, qui dans la ſuite demeurera conſtante.

Il eſt viſible par tout ce qui a été dit, que ſelon la Théorie de M. de Mairan la vîteſſe de rotation dépend 1° de l'inégalité de peſanteur plus ou moins grande dans les deux hémiſpheres de la Planete, 2° de l'impreſſion plus ou moins

forte du fluide. L'inégalité de pesanteur des deux hémispheres est plus ou moins grande selon la grandeur ou le diametre de la Planete. L'impression du fluide est plus ou moins forte selon le quarré de sa vîtesse, & sa vîtesse est en raison renversée de la racine quarrée de la distance au Soleil, d'où il suit que la vîtesse de rotation est d'autant plus grande que la Planete est plus grande, & moins éloignée du Soleil. Ainsi parce que le diametre de Jupiter est plus de dix fois plus grand que celui de la Terre, & que Jupiter est cinq fois plus éloigné du Soleil, sa vîtesse de rotation comparée à celle de la Terre doit être plus de 10 divisé par 5, c'est-à-dire qu'elle sera plus de deux fois plus grande, & en effet Jupiter tourne en 10 heures à peu près, & la Terre en 24.

On ne doit pas avoir de scrupule sur ce que la vîtesse de rotation devroit varier aussi-bien que les distances de la Planete au Soleil qui varient toûjours par l'excentricité des Orbites, ou leur figure Elliptique. Cela est vrai à la rigueur, mais on trouvera aisément par le calcul que la plus grande différence des distances ne produiroit qu'à peine une seconde de différence dans le temps de la rotation, du moins pour les rotations connües. De plus s'il faut du temps au fluide, comme nous l'avons dit, pour imprimer à la Planete avec une force supposée toûjours égale une certaine vîtesse de rotation, il lui faut du temps aussi pour causer l'accélération de cette vîtesse, & le temps où il pourroit causer cette accélération est assés court par rapport à celui de la révolution annuelle, outre que dans ce temps-là même il agit toûjours inégalement à cet égard, ne soûtenant plus ou détruisant dans une partie de ce temps ce qu'il auroit fait dans l'autre. Ce sera la même chose renversée pour le retardement de la vîtesse.

M. de Mairan ajoûte une autre considération. La Terre a un Tourbillon particulier qui l'accompagne toûjours dans le mouvement annuel que lui imprime autour du Soleil le Tourbillon général. Ce Tourbillon de la Terre a une grande étendüe, puisqu'il va tout au moins jusqu'à la Lune qu'il renferme

renferme, éloignée de nous de près de 90000 lieües dans sa distance moyenne. Jupiter & Saturne, qui ont aussi des Lunes ou Satellites, ont de même des Tourbillons particuliers très-étendus, & l'analogie conduit très-fortement à croire que les Planetes qui n'ont point de Satellites ne laissent pas d'avoir des Tourbillons. Ces grands fluides tournent certainement autour de leurs Planetes dans le même sens qu'elles tournent elles-mêmes sur leurs centres, & s'accordent à leur mouvement de rotation. Ils ne peuvent s'y accorder sans l'entretenir & le préserver des variations, foibles d'ailleurs, qui lui pourroient survenir de la part des inégalités des mouvements annuels.

La Regle pour les vîtesses de rotation trouvée par M. de Mairan, & si heureusement vérifiée dans Jupiter, devroit s'étendre aussi aux autres Planetes, soit celles dont on connoît les mouvements diurnes par observation, comme Mars & presentement Venus, soit celles dont on ne les connoît pas encore, comme Saturne & Mercure. Mais il est vrai que la Regle donneroit pour Mars une rotation plus lente que celle de $24^h\ 40'$, observée par feu M. Cassini, & pour Venus une beaucoup plus prompte que celle de 23 jours, observée depuis peu d'années par feu M. Bianchini. Ces écarts de la Regle viennent de ce qu'elle n'est que pour le cas le plus simple, & que ces cas-là sont toûjours les plus rares.

On a supposé tacitement, & parce que cette idée est la plus naturelle, que le Tourbillon général ou Solaire est une grande Sphere fluide, qui se meut d'Occident en Orient; & que les Planetes, n'ayant encore aucun mouvement diurne ou sur elles-mêmes, sont posées dans l'Equateur de ce mouvement général & à différentes distances du Soleil. De ce qu'elles sont dans cet Equateur il s'ensuit qu'elles reçoivent du fluide la plus grande impression possible, & que quand elles viennent à tourner sur elles-mêmes, l'axe de leur rotation est perpendiculaire au plan de l'Equateur du Tourbillon général. Alors on connoît par la Regle de Képler les vîtesses qui conviennent aux différentes distances des Planetes au

Soleil, & dans chacune d'elles, celui de ses diametres qui est dans le plan de l'Equateur du Tourbillon, est frappé avec toute la force du fluide. Voilà les deux Eléments de la Regle de M. de Mairan.

Mais outre qu'on ne sçait pas précisément quel est l'Equateur du Tourbillon général, à moins que ce ne soit le même que celui de la révolution du Soleil sur son axe en 25 jours 12 heures, connüe par ses Taches, il est certain que les Orbites de toutes Planetes sont en des plans différents, & que par conséquent une seule au plus pourroit être dans l'Equateur du Tourbillon général, & il est beaucoup plus apparent qu'aucune n'y soit. Or la Regle de Képler ne donne les différentes vîtesses que pour les différentes couches de cet Equateur, ou pour les Corps qui y sont plongés, ainsi que M. l'Abbé de Molieres l'a prouvé *. Mais il est vrai que les plans des Orbites des Planetes différents entre eux, le sont assés peu, qu'ils sont tous resserrés & renfermés dans une étendüe de peu de largeur, qui comprend sans doute l'Equateur du Tourbillon général, d'où il ne leur est guére permis de s'écarter, & qu'il ne peut y avoir guére d'erreur à les supposer dans cet Equateur.

* V. l'Hist. de 1728. p. 102. & 103.

Il n'en est pas de même de la grandeur de leurs diametres; qui quoiqu'invariable en elle-même peut beaucoup varier par rapport à l'effet dont il s'agit. L'axe de la rotation doit naturellement être perpendiculaire au plan de l'Equateur du Tourbillon général, mais si, par quelque cause que ce soit, il ne peut l'être, si, par exemple, la matiére propre qui compose la Planete est inégalement distribuée autour du centre de figure, ce qui lui donnera un centre de gravité différent du premier, la rotation se fera nécessairement autour du centre de gravité, & son axe s'inclinera au plan de l'Equateur du Tourbillon. Alors le diametre par lequel le fluide frappe la Planete, qui est toûjours perpendiculaire à l'axe de rotation, & qui étoit frappé perpendiculairement par le courant du fluide, ne le sera plus qu'obliquement, & ce sera la même chose quant à l'effet que si ce diametre

demeurant toûjours dans sa premiére situation supposée, étoit devenu réellement plus petit ; il donnera également moins de prise à l'action du fluide, & sera moins poussé. M. de Mairan donne la mesure géométrique & générale de cette diminution.

On peut supposer que le fluide, qui donne le mouvement de rotation à chaque Planete, se meut dans le plan de son Orbite, & alors si on connoît la position de l'axe de rotation d'une Planete sur son Orbite, on connoîtra celle qu'aura sur cette même Orbite le diametre plus ou moins frappé par le fluide, puisque ce diametre est toûjours perpendiculaire à l'axe de rotation ; & comme la position la plus avantageuse de ce diametre par rapport à la rotation, est d'être dans le plan du fluide frappant, auquel cas l'axe de rotation est perpendiculaire à ce plan ou à l'Orbite, il suffira de sçavoir que cet axe est perpendiculaire à cet Orbite, pour en conclurre que le diametre frappé d'où dépend la rotation, l'est avec la plus grande force possible, & de-là s'ensuivront tous les autres cas. Par exemple, l'axe de rotation de la Terre étant incliné de 23 $\frac{1}{2}$ degré sur le plan de l'Ecliptique, on verra que le diametre frappé ne l'est pas avec la plus grande force possible, qu'afin que cela fût il faudroit que l'axe de rotation perdît cette inclinaison qu'il a sur le plan de l'Ecliptique, & lui devînt perpendiculaire, & qu'alors la Terre tourneroit en moins de 24 heures.

Le cas de la moindre rotation possible seroit donc celui où l'axe de rotation seroit dans le plan de l'Orbite de la Planete. Alors la ligne tirée du centre du Soleil à celui de la Planete, & qui y détermine un hémisphere supérieur, & un inférieur par rapport au Soleil, étant toûjours dans le plan de l'Orbite, se confondroit avec l'axe de rotation ; & comme l'hémisphere inférieur par rapport au Soleil est éclairé, & le supérieur obscur, si l'on voit tourner la Planete, on la verra tourner sur un axe dont une moitié sera dans l'hémisphere éclairé, & l'autre moitié dans l'obscur. Des observations singuliéres de M. Bianchini établiroient ce fait sur Venus,

& de-là viendroit ſon extrême lenteur de rotation conforme à la Théorie de M. de Mairan. Mais indépendamment d'une particularité ſi remarquable, qui peut-être n'eſt pas encore aſſés avérée, ou peut-être n'a pas toûjours lieu dans le mouvement de Venus, on peut compter du moins avec M. Bianchini même, que l'axe de rotation de cette Planete n'eſt élevé que de 15 degrés ſur ſon Orbite, & ç'en eſt aſſés pour donner à ſa rotation moins de vîteſſe que n'en a celle de la Terre. Du reſte d'autres cauſes qui ne ſont pas encore connües, & ne le ſeront peut-être jamais, peuvent ſe mêler avec celles que M. de Mairan ne fait même que conjecturer.

La rotation de Mars comparée à celle de la Terre étant au contraire trop prompte par rapport à ſon éloignement du Soleil plus grand, & à ſon diametre conſidérablement plus petit que celui de la Terre, on a ſujet de ſoupçonner que ſon axe de rotation approche beaucoup plus d'être perpendiculaire à ſon Orbite.

Ce ſoupçon eſt d'autant plus légitime, que Jupiter qui quadre ſi bien avec la Regle de M. de Mairan, où l'axe de rotation eſt ſuppoſé perpendiculaire à l'Orbite, a effectivement cet axe perpendiculaire à la ſienne à 3 degrés près. C'eſt de cette poſition de ſon axe, que vient ſon Equinoxe preſque perpétuel. Jupiter eſt la mieux connüe de toutes les Planetes; & il eſt heureux que ce ſoit celle qui s'accorde le mieux avec le Siſtême de M. de Mairan, car en tenant compte de cette poſition préciſe de l'axe, la rotation de Jupiter ſe trouve exactement telle qu'on l'a par obſervation.

Nous ne devons pas omettre une remarque de M. de Mairan, nouvelle, & du moins curieuſe, par laquelle il prouve qu'indépendamment de l'inégalité de peſanteur des deux hémiſpheres d'une Planete elle doit tourner ſelon la direction du Tourbillon général. La grandeur du Tourbillon, qu'on a beſoin de conſidérer ici, étant déterminée par la diſtance où la Planete eſt du Soleil, ou point central, ſi le Tourbillon eſt infini, les lignes par leſquelles il frappe un hémiſphere de la Planete ne ſont que des droites paralleles,

qui n'ont pas plus d'action ſur la moitié ſupérieure du diametre frappé que ſur l'inférieure, ni ſur l'inférieure que ſur la ſupérieure, & par conſéquent ne peuvent déterminer la Planete à tourner ni d'un ſens ni de l'autre, mais ſeulement l'emportent ſelon leur courant. Si au contraire le Tourbillon eſt infiniment petit, c'eſt-à-dire, s'il eſt infiniment petit pour un Tourbillon, s'il ne fait qu'embraſſer la Planete dont le diametre ſera égal au ſien, & qui par un des points de ſa circonférence touchera le point central, alors la Planete ne ſera frappée que par des arcs circulaires, dont les directions obliques ſur l'hémiſphere de la Planete étant décompoſées pour n'en prendre que ce qu'elles auront de perpendiculaire, on verra que les perpendiculaires, qui naîtront de cette décompoſition, iront toutes frapper l'extrémité ſupérieure du diametre expoſé au fluide. La Planete tournera donc bien ſûrement ſelon la direction du fluide, puiſqu'elle n'en recevra d'impulſion que par ſa partie ſupérieure. Donc dans tous les cas qui ſont depuis celui-là juſqu'à celui du Tourbillon infini où elle ne recevroit pas plus d'impulſion par ſa partie ſupérieure que par l'inférieure, il ne peut arriver autre choſe, ſinon que la Planete recevra toûjours plus d'impulſion par ſa partie ſupérieure, mais que ce plus ſera toûjours moindre à meſure que les Tourbillons ſeront plus grands, ou les Planetes plus éloignées du Soleil. Il paroît que ce principe de rotation pourroit tout au plus avoir lieu pour Mercure ou pour Venus, mais enfin il eſt bon de le connoître pour y avoir égard, ſi on en peut démêler quelque effet.

La Théorie générale de M. de Mairan ſuppoſe que l'inégalité de peſanteur des deux hémiſpheres ne vient que de leur différente diſtance au Soleil. Mais il peut y avoir une autre cauſe d'inégalité, & même telle qu'elle ſe rencontrera ordinairement. C'eſt le plus de maſſe dans un hémiſphere, qui par-là ſera ſpécifiquement plus peſant. Si cet hémiſphere eſt le ſupérieur, & qu'il ſoit ſpécifiquement plus peſant dans la même raiſon qu'il eſt plus leger parce qu'il eſt le ſupérieur, le principe de rotation ſera nul, & la Planete ſera privée du mou-

vement diurne; & quand même on voudroit que la Planete eût été d'abord posée dans le fluide, de maniére que son hémisphere spécifiquement plus pesant fût l'inférieur, auquel cas il est vrai que le supérieur seroit emporté par le fluide, il seroit vrai aussi que l'inférieur étant devenu le supérieur, la rotation s'arrêteroit là, & n'iroit pas plus loin. Mais ce cas n'est connu par observation dans aucune Planete principale.

Je dis *principale*, car la Lune ne nous paroît point avoir de rotation, & plusieurs Astronomes ont cru que réellement elle n'en avoit point. Feu M. Cassini l'a cru aussi du cinquiéme Satellite de Saturne *, ce qui depuis est devenu plus incertain *. Mais pour s'en tenir à la Lune il ne faudra pas, si elle n'a point de rotation, juger tout-à-fait d'elle comme d'une Planete principale. La pesanteur de la Terre, qui tourne autour du Soleil, se rapporte au Soleil, mais la pesanteur de la Lune, qui tourne autour de la Terre, se rapporte à la Terre, non qu'elle ne pese aussi vers le Soleil, comme font toutes les parties du Tourbillon Solaire, mais à cause de son mouvement particulier, qui est de beaucoup le plus fort, on peut compter qu'elle ne pese que vers la Terre. Elle y pese donc à la maniére des Corps terrestres. Si elle n'a point de rotation, c'est parce qu'elle a un hémisphere spécifiquement plus pesant, & cet hémisphere doit nécessairement être tourné vers la Terre. M. de Mairan remarque que Descartes & les premiers Cartésiens s'étoient trompés sur ce point à l'égard de la Lune. Il fait entrevoir que sa Théorie pourroit aller jusqu'à expliquer les Librations de cette Planete, mais ce seroit-là le sujet d'une plus ample discussion.

* V. l'Hist. de 1705. p. 120. & 121.

* V. l'Hist. de 1707. p. 96. & 97.

Si une Planete est en tout ou en partie couverte de Mers plus propres que des parties terrestres à obéir aux impressions de la pesanteur, il est certain que ces Mers, quand elles seront tournées vers le Soleil, seront aussi plus poussées de ce côté-là, & s'éleveront par rapport au centre de la Planete, tandis que les Mers du côté opposé s'abbaisseront. Il est clair pareillement que l'Aphélie ou le Périhélie de la Planete mettront dans cet effet une variation proportionnée à la variation de distance au

Soleil. On voit bien qu'il s'agit là du Flux & du Reflux. Aussi les observations récentes, dont nous avons parlé plusieurs fois, marquent-elles toutes une correspondance de ce phénomene au Soleil, outre celle beaucoup plus connüe & plus sensible qu'il a à la Lune.

On sçait que les Forces centrifuges des corps qui circulent, varient & selon leur pesanteur, & selon leur vîtesse. Comme dans la Théorie de M. de Mairan un même point de la surface de la Terre change continuellement & de pesanteur selon qu'il est dans un hémisphere ou dans un autre par rapport au Soleil, & de vîtesse selon que la Terre est plus ou moins éloignée du Soleil, sa Force centrifuge devroit donc continuellement varier, & c'est ce qui ne s'observe point, même dans les cas les plus opposés. Mais M. de Mairan prouve par calcul, qu'aucune observation ne peut jamais attrapper cette variation, quoique réelle. Il est extrémement vrai-semblable que tout varie, parce que tout est en mouvement, & que ce qui nous paroît le moins sujet à changer, ne le paroît que par la petitesse des changements. De meilleurs yeux que les nôtres ne verroient rien de durable, ni d'égal.

SUR LE SECOND SATELLITE DE JUPITER.

IL sera bon de se souvenir de ce qui a été dit en 1727* sur le 1er Satellite de Jupiter, il n'est pas possible que le 2d, & le 1er ne soient deux sujets extrémement liés. Il s'agit de la Théorie des Immersions & des Emersions du 2d, après celle de ces mêmes phénomenes du 1er; on ne peut trop étendre la connoissance de ces phénomenes, non-seulement pour la perfection spéculative de l'Astronomie, soit simple, soit Phisique, mais encore plus pour l'utilité pratique de la Géographie & de la Navigation.

V. les M. p. 393.

* p. 108. & suiv.

Nous avons dit en 1727 d'où dépend la détermination de ces moments si prétieux d'Immersion & d'Emersion d'un

Satellite, & qu'il est si avantageux de pouvoir prédire sûrement. Il y a à cet égard une différence considérable entre le 1er & le 2d Satellite de Jupiter; dans une même révolution du 1er autour de Jupiter on ne peut voir que l'Immersion ou l'Emersion, mais dans une même révolution du 2d, on les voit toutes deux, en certains cas, quoique rares, ce qui vient de ce que le 2d est plus éloigné de Jupiter que le 1er, & dans l'éloignement convenable à cet effet. Cela même rendroit plus facile la connoissance, & le calcul des Eclipses du 2d, mais elles ont d'ailleurs une difficulté particuliére, qui est de très-grande conséquence.

Feu M. Cassini, qui en 18 ans d'abord, & ensuite en 43 avoit fait pour les 4 Satellites de Jupiter ce qu'on avoit fait à peine en 3000 ans pour la Lune Satellite de la Terre, avoit supposé que les Orbes de ces 4 Satellites étoient dans un même plan élevé de 2′ 55″ sur l'Orbe de Jupiter, & que ce plan coupoit toûjours l'Orbe de Jupiter, ou avoit ses Nœuds fixes au 14° 30′ du Lion & d'Aquarius. La grande finesse de ses observations ne lui a fait appercevoir aucune variation assés marquée sur ces deux points, mais il ne laissoit pas de soupçonner qu'avec le temps on en pourroit découvrir quelqu'une. Il y a toûjours en effet un préjugé phisique contre la trop grande uniformité. Jusqu'à present rien ne dément encore l'immobilité supposée des Nœuds des 4 Satellites, & leur position au même point du Zodiaque, mais il n'en est pas de même de l'inclinaison constante & égale des 4 Orbes subalternes sur l'Orbe de Jupiter, M. Cassini avoit conjecturé, mais sans pouvoir encore atteindre à aucune précision, que cette inclinaison n'étoit ni constante pour chacun, ni égale pour tous, & que même celle du 2d Satellite étoit la plus variable en elle-même, & la plus différente des trois autres. C'est celle-là que M. Maraldi a étudiée par une longue suite d'observations, & de recherches, qui ont confirmé la conjecture de M. Cassini.

On sçait assés, & nous l'avons dit souvent dans les occasions pareilles, que l'inclinaison de l'Orbe d'un Satellite sur l'Orbe

l'Orbe de la Planete principale, eſt un Elément néceſſaire du calcul de l'Eclipſe de ce Satellite, lorſqu'il tombe dans l'ombre de la Planete. S'il eſt alors dans le Nœud de ſon Orbe avec celui de la Planete, & par conſéquent dans le plan de l'Orbe de la Planete, ſon centre ſe trouve dans l'axe du Cone d'ombre de la Planete, & il eſt couvert de cette ombre autant & auſſi long-temps qu'il le peut être. S'il eſt à 90 degrés du Nœud, & par conſéquent le plus élevé qu'il puiſſe être au-deſſus du plan de l'Orbe de la Planete, & le plus éloigné de l'axe de l'ombre, il ne rencontrera que la moindre partie qu'il ſoit poſſible du Cone d'ombre, & il pourroit même ne le rencontrer point du tout, ainſi qu'il arrive ſouvent à la Lune; cela dépend du degré de ſon élevation ſur le plan de l'Orbe principal. S'il a une Eclipſe, ſa plus petite & ſa plus courte Eclipſe eſt donc dans ce 2[d] cas, ſuppoſé que dans l'un & l'autre ſa diſtance à la Planete ait toûjours été la même. Il eſt évident que quelle que ſoit ſon inclinaiſon ſur le plan de l'Orbe principal, ou, ce qui revient au même, ſon élevation ſur ce plan, la durée d'une Eclipſe arrivée dans le Nœud eſt toûjours égale, mais non pas celle d'une Eclipſe arrivée dans le plus grand éloignement du Nœud, celle-ci eſt toûjours d'autant plus courte que l'élevation du Satellite ſur le plan de l'Orbe principal eſt plus grande, puiſqu'enfin cette élevation peut être telle qu'il n'y aura plus d'Eclipſe en ce point là. L'inégalité de la plus longue & de la plus courte Eclipſe eſt donc d'autant plus grande que le Satellite eſt plus élevé ſur le plan de l'Orbe principal, & cette inégalité connüe par obſervation ſera un principe qui ſervira à donner l'élevation du Satellite, ou, ce qui eſt le même, l'angle d'inclinaiſon de ſon Orbe ſur l'Orbe de la Planete principale.

Ce ſeroit un bonheur trop rare que d'avoir vû une Eclipſe du ſecond Satellite de Jupiter précisément lorſqu'il étoit dans un de ſes Nœuds, & une autre Eclipſe dans une autre révolution précisément lorſqu'il étoit à ſon plus grand éloignement d'un Nœud, ou qu'il avoit ſa plus grande déclinaiſon à l'égard de Jupiter, ou ſa plus grande élevation ſur l'Orbe de Jupiter;

car ces trois expressions ne sont que la même chose. Encore dans ce cas si heureux, où l'on auroit eû immédiatement l'inégalité de la plus longue & de la plus courte Eclipse du second Satellite, on ne l'auroit eüe que telle qu'elle eût résulté de ces Eclipses vûës de la Terre, & ce n'est pas là l'inégalité réelle dont on a besoin, il faut celle de deux Eclipses vûës du Soleil, & on auroit été obligé de réduire les deux phénomenes à ce qu'ils auroient été par rapport au Soleil. Mais on ne s'est pas trouvé dans des termes si avantageux, & M. Maraldi n'a pû que choisir dans une longue suite d'observations du 2[d] Satellite les deux Eclipses arrivées dans les points les plus approchants des points requis, l'une en 1691, l'autre en 1695; il a trouvé par des calculs astronomiques quelle eût été leur durée dans les points précis, ensuite quelle elle eût été vûë du Soleil, ou, ce qui revient au même, quelle devoit être pour ces phénomenes la position respective de ces trois Cercles, l'Orbe de la Terre, ou l'Ecliptique, l'Orbe de Jupiter, & celui du 2[d] Satellite, & il a enfin conclu que l'Orbe de ce Satellite étoit élevé sur celui de Jupiter de 4° 33′, c'est-à-dire, 1° 30′ de plus que selon la détermination de M. Cassini, & que les Orbes des autres Satellites.

Si le 2[d] Satellite décrivoit une Ellipse autour de Jupiter, qui en seroit un foyer, il est certain que le mouvement de ce Satellite seroit réellement inégal, que cette inégalité allongeroit ou accourciroit les Eclipses, selon que le Satellite seroit dans des points de son Ellipse plus ou moins éloignés de Jupiter, & que ce principe d'une plus grande ou moindre durée se combineroit avec la position du Satellite par rapport à ses Nœuds, seul principe que M. Maraldi ait fait entrer dans sa recherche. Mais les observations n'ont jamais fait ni appercevoir ni soupçonner l'inégalité qui naîtroit du mouvement elliptique, & l'on est bien fondé à le supposer simplement circulaire.

M. Maraldi a supposé aussi conformément à toutes ses observations, que les Nœuds des quatre Satellites étoient encore aux points déterminés par M. Cassini, & ne changeoient

point de place. Ainsi on peut compter que quand Jupiter est revenu à un même point du Zodiaque, une Eclipse d'un Satellite doit toûjours de ce chef être de la même durée.

De tout cela il suit que si aux mêmes points du Zodiaque on trouve une variation sensible dans la durée des Eclipses du 2^d Satellite, la cause n'en peut être attribuée qu'à la variation de l'inclinaison de son Orbe sur celui de Jupiter. Or M. Maraldi fait voir par des comparaisons d'observations comprises dans l'espace de près de 60 ans, que la durée des Eclipses du 2^d Satellite a varié dans les circonstances requises, la plus longue a été de 2^h 38′, & la plus courte de 2^h 13′. Mais les observations nécessaires n'ont pas été en assés grand nombre pour faire découvrir sûrement la marche de la variation, & les termes où elle est renfermée.

Ici il pourroit se présenter incidemment une apparence de difficulté. Nous avons dit en 1727 * que la plus longue Eclipse du 1er Satellite de Jupiter pouvoit être de 2^h 15′. Le 2^d est plus éloigné de Jupiter, & plus élevé sur l'Orbe de Jupiter, & par ces deux raisons sa plus longue Eclipse doit être plus courte que la plus longue du 1er, cependant elle peut être de 2^h 38′. Mais c'est que le 2^d Satellite a moins de vîtesse réelle, parce qu'il est plus éloigné de Jupiter.

Comme M. Maraldi ne prétend pas donner pour absolument sûr ce qu'il n'a tiré qu'avec beaucoup de subtilité d'un petit nombre d'observations rares répandües dans un grand nombre d'années, il invite les Astronomes à observer avec soin les Eclipses du 2^d Satellite, soit pour vérifier, soit pour modifier ses conclusions. Les Eclipses nécessaires sont celles où l'on voit l'Immersion & l'Emersion, & il marque quels sont les temps où, selon l'inclinaison qu'il donne à l'Orbe du Satellite, le lieu de Jupiter dans le Zodiaque sera tel que ces deux phénomenes puissent être vûs. Si ces temps ne sont pas précisément ceux qu'il indique, il y aura quelque changement à faire dans son hipothese de l'inclinaison du Satellite, mais quelle que soit cette inclinaison, il paroît assés établi qu'elle sera & différente de celle des autres Satellites, &

variable. On ne doit nullement deſeſpérer de découvrir enfin les regles de cette variation.

A cet égard l'analogie manquera entre le 2[d] Satellite de Jupiter & la Lune, dont l'inclinaiſon ſur l'Orbe de la Terre ou l'Ecliptique eſt conſtante, du moins dans ſes Conjonctions & Oppoſitions, au lieu que c'eſt juſtement dans ces mêmes cas que ſe trouve la variation d'inclinaiſon du Satellite.

Puiſque les Nœuds des quatre Satellites avec l'Orbe de Jupiter ſont fixes, c'eſt de plus un défaut d'analogie général entre tous les Satellites de Jupiter & la Lune, dont les Nœuds avec l'Ecliptique ont un mouvement très-ſenſible, qui leur fait parcourir toute l'Ecliptique en dix-huit ou dix-neuf ans. L'Aſtronomie Phiſique qui n'eſt pas encore entrée dans ces détails particuliers, aura lieu de s'y exercer à meſure que les faits en ſeront plus ſûrement connus.

SUR LA COMETE DE M.DCCXXIX.

V. les M. p. 409.

IL a paru cette année une Comete, que le P. Sarabat Jéſuite obſerva le premier en Languedoc le 31 Juillet. Le Siécle n'eſt encore guére avancé, & voilà ſix Cometes que l'on y a vûës en 29 ans *. Il eſt vrai qu'elles n'ont pas fait de bruit dans le gros du monde, qui ne daigne pas penſer à des Cometes, à moins que leur grandeur & des Queües ne les rendent fort remarquables, & qui ne s'en effrayeroit même plus en ce cas-là. Mais ces phénomenes reſervés aux Aſtronomes ſont toûjours également importants pour eux, & ils ne peuvent devenir trop communs, pour ſervir l'impatience qu'on auroit d'en trouver le Siſtême.

* V. les Hiſtoires de 1702. p. 65. & ſuiv. 2de Edit. de 1706. p. 104. & ſuiv. de 1707. p. 103. & ſuiv. de 1723. p. 73. & ſuiv.

La Comete de cette année, obſervée d'abord par le P. Sarabat, étoit fort petite & à peine viſible à la vûë ſimple. Elle étoit entre la Conſtellation du petit Cheval, & celle du Dauphin. Le clair de Lune la fit diſparoître, mais elle reparut dans la pleine Lune, pendant l'Eclipſe totale de cette Planete, qui arriva le 8 Août, & le P. Sarabat continua de

la voir les jours ſuivants. On n'apprit ces nouvelles à l'Obſervatoire que le 26 Août, & dès le jour même on la découvrit. Elle paroiſſoit à une Lunette de 16 pieds comme une petite Etoile nébuleuſe environnée d'une chevelure, & le diametre du tout enſemble n'étoit qu'égal à celui de Jupiter vû avec la même Lunette. Sa lumiére étoit ſi foible que celle dont on éclaire les fils du Micrometre l'effaçoit, & l'on verra le moyen que M. Caſſini trouva pour remedier à cet inconvenient.

Elle alloit contre l'ordre des Signes, ou d'Orient en Occident, d'un mouvement qui ſe rallentiſſoit toûjours, juſqu'à ce qu'elle parut ſtationnaire vers le 20 Octobre, après quoi ſon cours fut direct. Les obſervations de M. Caſſini, dont nous rendons compte preſentement, finiſſent au 10 Novembre. Le reſte viendra dans l'année ſuivante.

Une circonſtance remarquable eſt la longue durée de l'apparition d'une ſi petite Comete. Les autres de ce Siécle-ci, auſſi grandes pour le moins, ont moins duré. Celle de 1723, qui a eu la plus longue apparition, ne l'a eüe que de 2 mois, & celle-ci a paru déja près de 3 $\frac{1}{2}$ mois, à nous en tenir au 10 Novembre.

Encore une circonſtance plus ſinguliére, c'eſt celle du peu de diminution de grandeur & d'éclat pendant un ſi long cours. Le 10 Novembre ſa lumiére étoit encore ſenſible malgré le clair de la Lune, & ſi ſenſible, qu'on pouvoit la comparer à des Etoiles voiſines. Il s'en faut beaucoup que les autres petites Cometes, & même la plûpart des grandes, ne lui reſſemblent ſur ce point.

On a vû en 1725 * comment M. Caſſini réduiſoit les Cometes qui ſe meuvent d'Orient en Occident, & même celles qui ſe meuvent du Midi au Septentrion, ou au contraire, à n'être cependant que des Planetes, qui comme toutes celles du Tourbillon Solaire ne ſe meuvent réellement que d'Occident en Orient, ce qui ſauve une des fortes objections que l'on ait faites contre les Tourbillons de Deſcartes. Rien ne pouvoit être plus heureux pour cette Théorie que la

* p. 63. & ſuiv.

Comete de cette année, car ayant paru d'abord se mouvoir d'Orient en Occident, & ensuite d'Occident en Orient, elle a été précisément dans le cas d'une Planete qui après avoir été rétrograde un certain temps redevient directe. Si la Comete n'avoit eu que le mouvement rétrograde pendant tout son cours visible, on pourroit croire qu'elle n'auroit que ce mouvement, & on l'a cru en effet de celles qui étoient dans ce cas, mais elle a eu les deux mouvements contraires, & par conséquent l'un des deux n'a été qu'apparent, & il est permis de supposer que c'étoit le rétrograde, pourvû que d'ailleurs tout s'accorde à cette idée.

Puisqu'elle a été rétrograde comme une Planete, elle a passé par l'opposition avec le Soleil, c'est-à-dire, que la Terre a été entre elle & le Soleil sur une ligne droite tirée par les centres de ces trois corps, d'où il suit déja que la Comete est une Planete supérieure, placée au moins entre Mars & la Terre. Et parce qu'une Planete supérieure dans le temps de son opposition avec le Soleil est la plus proche de la Terre qu'elle puisse être, la Comete a été alors dans son Périgée. M. Cassini a jugé par la suite assés longue de ses observations, que cette opposition a dû arriver le 8 Août, temps où il n'observoit pas encore, mais auquel le fil des observations le conduit. Depuis le 8 Août le mouvement rétrograde s'est toûjours rallenti, comme il devoit, jusqu'au 20 Octobre, où la Comete a été stationnaire, & ensuite directe. On sousentend assés qu'avant le 8 Août il a dû y avoir une premiére station, ensuite une premiére rétrogradation d'une étendüe & d'une durée pareille à la seconde, mais dont le mouvement augmentoit toujours jusqu'au jour de l'opposition, où il a été le plus grand qu'il étoit possible, mais de cette partie du cours on n'en a vû que la fin, puisque la découverte du P. Sarabat est du 31 Juillet.

Par ce même fil d'observations, tel que M. Cassini l'a eu, il a jugé que le mouvement rétrograde de la Comete au temps de son opposition, étoit de 20 minutes de degré par jour. En comparant ce mouvement avec celui des Planetes

supérieures prises dans la même circonstance, & en supposant la Regle de Képler pour les distances des Planetes au Soleil, il trouve qu'au temps de l'opposition & du Périgée de la Comete elle a dû être trois fois plus éloignée du Soleil que de la Terre, & par conséquent au-dessus de Mars, dont la distance au Soleil n'est à celle de la Terre qu'à peu près comme 3 à 2. Elle étoit en même temps au-dessous de Jupiter.

Les Orbes Elliptiques des Planetes, dont le Soleil est un foyer commun, sont peu excentriques au Soleil, peu éloignés d'être des Cercles, dont il seroit le centre. Mais les Orbes des Cometes, qui, si elles sont des Planetes Solaires, sont aussi des Ellipses, dont le Soleil est un des foyers, ne peuvent être qu'extrémement excentriques au Soleil, puisqu'il faut que les Cometes en soient extrêmement éloignées pour nous être invisibles pendant la plus grande partie de leur cours. Ainsi il faut concevoir que quand la Comete de cette année a été trois fois plus éloignée du Soleil que la Terre, & entre Mars & Jupiter, cet éloignement étoit fort petit par rapport à celui où elle est presque toûjours, & on peut supposer qu'elle étoit alors au sommet de son Ellipse le plus proche du Soleil, ou dans son Périhélie aussi bien que dans son Périgée. L'autre sommet de l'Ellipse pouvoit être au-dessus de Saturne, si l'on veut, & beaucoup au-dessus.

Mais si au temps de l'opposition, le Périhélie & le Périgée concouroient ou n'étoient qu'un même point, le grand axe de l'Ellipse, qui passe par ses deux sommets, étant prolongé, passoit aussi par le centre de la Comete, par celui de la Terre, & par celui du Soleil. Cela etant conçu, on voit aisément que quand la Terre continüe son cours sur son Orbe vers l'Orient & s'éloigne de la Comete, la Comete, réellement directe, continüe aussi son cours suivant la même direction; & quoiqu'elles soient alors plus éloignées l'une de l'autre qu'elles n'étoient au moment de l'opposition, & qu'elles le soient même toûjours ensuite de plus en plus, cependant cet éloignement augmente peu pendant un temps considérable; puisqu'il ne résulte que de la différence des deux mouvements

de même côté, qui est long-temps assés petite. De-là vient qu'on a vû si long-temps la Comete peu diminuée de grandeur & d'éclat, ce qui a pû causer d'abord de la surprise. Il n'est pas nécessaire pour ce phénomene que le Périhélie ait exactement concouru avec le Périgée, l'à peu près suffira, & il étoit peut-être inutile d'en avertir.

M. Cassini n'a pas encore déterminé l'inclinaison de l'Orbite de cette Comete sur l'Ecliptique, ni ses Nœuds, sa Théorie de 1725, qu'il y eût appliquée, demandoit que cette Comete eût un plus grand mouvement que celui de 6 $\frac{1}{2}$ degrés, qui sont tout l'espace qu'elle a parcouru pendant le temps de son apparition. Il semble enfin que le Sistême des Cometes avance, car il faut bien se garder de le compter pour fini, & le fût-il même, on auroit tort de le croire si-tôt.

SUR DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES FAITES EN AMÉRIQUE.

V. les M. p. 361.

L'ESPAGNE n'a pas eu beaucoup d'Astronomes, même après avoir eu un Roi qui l'étoit. Mais l'Astronomie renaît aujourd'hui chés les Espagnols, & l'Académie a reçû des observations de trois Sçavans de cette Nation, tous trois établis en Amérique, Dom Juan de Herrera, Dom Pedro de Peralta Docteur en Droit, Controlleur des Comptes de l'Audience Royale, & Professeur Royal de la premiere Chaire de Mathématique dans l'Université de S. Marc, & le Bachelier Dom Marcos Antonio de Gamboa & Ryano, Médecin du S. Office, son Notaire, & Examinateur des Livres. Ces observations ont été recüeillies par Dom Juan de Herrera & Sotomayor, Ingenieur des Armées du Roi d'Espagne, & Gouverneur du Château de Santa-Fé, qui a dédié le Recüeil à l'Académie; il lui a été envoyé par M. de Navarro Sous-Lieutenant de la Compagnie des Gardes de la

Marine à Cadis, & Commandant d'un Vaisseau de S. M. Catholique. D. Juan de Herrera a obſervé à Carthagene, à Panama, à S[te] Marthe, D. Pedro de Peralta à Lima, D. Marcos Antonio de Gamboa en différentes Villes de l'Iſle de Cube. Ce ſont des obſervations d'Eclipſes de Lune, d'Immerſions ou Emerſions du 1[er] Satellite de Jupiter, de hauteurs Méridiennes du Soleil ou d'Etoiles fixes, de hauteurs de Pole. La plus ancienne eſt de 1709.

M. Caſſini, qui les a examinées, & en a tiré tout ce qu'elles pouvoient donner par rapport aux Longitudes & aux Latitudes Géographiques, a trouvé qu'elles étoient faites avec beaucoup de juſteſſe & de préciſion. Nous lui en laiſſons entiérement le détail, pour nous arrêter à quelques remarques, qui peuvent être d'une utilité générale en cette matiére.

1.° Quand une même Eclipſe de Lune a été vûë à Paris, & en quelque lieu de l'Amérique, elle a toûjours paru d'une plus longue ou plus courte durée dans ce lieu qu'à Paris ſelon que l'Obſervateur a été différent, c'eſt-à-dire, que le même Obſervateur Eſpagnol a trouvé les Eclipſes plus longues, & un autre plus courtes, qu'on ne les a trouvées à Paris. Cela vient de la différente maniére de prendre le terme de l'ombre, l'un la juge finie quand un autre juge qu'elle dure encore, & tout Obſervateur ſe fait une habitude d'un certain point où l'ombre eſt finie pour lui. Les Aſtronomes de Paris ſe ſont trouvés tenir le milieu entre les Eſpagnols. En comparant par rapport aux Longitudes des lieux les obſervations d'une même Eclipſe faites en Amérique & à Paris, il ne faut donc pas prendre le commencement ni la fin de l'ombre, ſoit ſur le diſque entier de la Lune, ſoit ſur ſes Taches, parce que ce ne ſeroit pas préciſément le même inſtant dans les deux lieux d'obſervation, il ne faut prendre que le milieu de toute l'Eclipſe, qui ſera ſûrement au même inſtant de part & d'autre, de quelque maniére qu'on ait jugé l'ombre.

2.° Quand on compare les obſervations faites en deux différents lieux d'une même Immerſion ou Emerſion d'un Satellite de Jupiter, il faut avoir égard à la différente longueur des

Lunettes dont les deux Obſervateurs ſe ſeront ſervis. Avec une plus longue Lunette on voit l'Immerſion plus tard, parce qu'on voit plus long-temps le Satellite qui paroît plus grand, & au contraire on voit l'Émerſion plûtôt, & on n'auroit pas le même inſtant de part & d'autre. M. Caſſini a trouvé par expérience que d'une Lunette de 10 pieds à une de 16 la différence eſt de 30 ſecondes de temps, dont la plus longue Lunette voit le 1er Satellite plûtôt, ou le perd plus tard. On pourroit ſe régler ſur ce pied-là pour d'autres longueurs différentes.

3.° Comme il a été rare qu'une même Immerſion ou Émerſion fût obſervée en Amérique & à Paris, parce que la grande différence de longitude fait que le plus ſouvent au temps d'un de ces phénomenes il n'eſt pas nuit de part & d'autre, M. Caſſini a pris entre ceux qui avoient été obſervés à Paris les plus proches de ceux qui l'avoient été en Amérique, & par les temps écoulés entre eux, il a eû le temps où un phénomene qui n'avoit été vû que dans un lieu auroit dû l'être dans l'autre, ce qui donne pareillement la différence de Longitude des lieux.

Les comparaiſons d'obſervations ſervent toûjours infiniment ou à vérifier ou à rectifier les Tables des mouvements céleſtes, & l'Aſtronomie iroit bien plus vîte ſi les Obſervateurs n'étoient pas auſſi clair-ſemés qu'ils le ſont ſur la Terre. Par rapport à ce petit nombre d'Hommes, qui ſçachent regarder le Ciel, les progrès de l'Aſtronomie ſont étonnants.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

Les Obſervations de l'Eclipſe totale Lunaire du 13 Février, par M. Maraldi [a], par M. Caſſini [b], par M. Godin [c], & par M. le Chevalier de Louville [d].

Celles de l'Eclipſe Lunaire totale du 8 Août, par M. Caſſini [e] & par M. Godin [f].

[a] V. les M. p. 1.
[b] p. 5.
[c] p. 9.
[d] p. 12.
[e] V. les M. p. 344.
[f] p. 346.



MÉCHANIQUE.

SUR LES VOUTES.

APRÉS ce que M. Couplet a donné sur les Revêtements des Digues, Chaussées, &c.* il étoit naturel qu'il pensât aux Voûtes, dont la Théorie doit dépendre des mêmes principes de Méchanique; non que cette matiére soit tout-à-fait aussi neuve que celle des Revêtements, elle a déja été traitée par d'habiles Géometres, & nous en avons même parlé en 1704*, mais elle n'a été ni suffisamment approfondie, ni mise dans un assés grand jour, ni réduite à des principes, qui fissent une espece de Sistême dans la Méchanique de l'Architecture.

V. les M. p. 79.

* V. les Histoires de 1726. p. 58. & suiv. de 1727. p. 132. & suiv. & de 1728. p. 103. & suiv.

* p. 93. & suiv.

Nous supposons ce qui a été dit en 1704. Tous les Voussoirs, qui composent une Voûte, sont des especes de Coins, dont chacun, à compter depuis la Clé de Voûte, est toûjours plus incliné à l'horison que le précédent. Ils tendent tous à tomber, & il faut qu'aucun ne tombe; il faut de plus, afin que la Voûte soit la plus durable qu'il se puisse, qu'ils tendent tous avec une force égale à tomber, autrement l'endroit où il se trouveroit plus de cette force viendroit à s'abbaisser peu-à-peu, & par conséquent éleveroit quelque endroit voisin, & toute la Voûte se démentiroit. De ce que chaque Voussoir est plus incliné à l'horison, il suit qu'il est plus soûtenu, & ne tend à tomber que par une moindre partie de sa pesanteur absolüe, il est donc nécessaire pour l'équilibre des Voussoirs que chacun ait une plus grande pesanteur absolüe selon la même raison qu'il est plus incliné.

M. Couplet ne considére présentement les Voussoirs que comme parfaitement polis, ce qui a été aussi sa premiére

hipothese dans sa recherche des Revêtements. Par-là les efforts naturels que les Voussoirs font pour tomber en vertu de leur pesanteur combinée avec la position, ne sont nullement altérés par l'engrénement mutuel de leurs parties entre eux, qui est un obstacle réel à leur chûte, mais en quelque sorte étranger.

La Clé, dont le milieu est le même que celui de la Voûte, étant posée entre deux Voussoirs qu'elle touche de part & d'autre par ses deux surfaces inclinées à l'horison, tend à tomber par une ligne verticale, & elle ne peut avoir cette tendance sans pousser de part & d'autre & tendre à écarter d'elle les deux Voussoirs qu'elle touche ; il suffira d'en considérer un. Son impulsion sur ce Voussoir ne peut être qu'une perpendiculaire tirée du centre de gravité de la Clé sur la surface du Voussoir. Cette ligne est en même temps la diagonale d'un parallelogramme dont les deux côtés seroient la tendance verticale de la Clé pour tomber, & un effort horisontal pour pousser le Voussoir ou l'écarter. Le Voussoir, qui est le 2^d^ de la Voûte, poussé par la Clé selon cette ligne, est en même temps tiré en embas par sa pesanteur selon une ligne verticale, parallele à celle par laquelle agit la pesanteur de la Clé, & de-là résulte à ce Voussoir un effort composé de ce dernier, qui est simple, & du premier qui étoit déja composé, & c'est par cet effort résultant qu'il pousse le 3me Voussoir, qui ayant une tendance verticale à tomber, parallele aux autres, ne pourra recevoir non plus qu'un effort composé, ce qui se continüera toûjours ainsi jusqu'au dernier Voussoir.

On verra aisément que le 2^d^ Voussoir étant le moins incliné à l'horison, parce qu'il est le 2^d^, l'effort composé de la Clé sur lui est presque horisontal, que de-là les efforts composés vont toûjours en s'inclinant moins à l'horison, & en s'approchant de la position verticale, & qu'enfin si le dernier Voussoir étoit infiniment incliné à l'horison, ou horisontal, ou, pour parler plus précisément, avoit sa surface supérieure horisontale, l'effort composé qu'il recevroit seroit vertical. Il

pourroit sembler d'abord que cet effort ne tendroit donc qu'à affermir ce Voussoir sur son piédroit, & que comme il résulte de tous les efforts précédents, toute la Voûte n'agiroit que verticalement sur le piédroit, & n'auroit nulle action horisontale, & par conséquent point de poussée, car la poussée n'est qu'horisontale. Mais il faut prendre garde qu'en ce cas-là le dernier Voussoir qui n'auroit qu'une tendance verticale, & par l'hipothese présente nul engrénement de ses parties avec les autres, n'auroit donc nulle force pour résister à ce que les efforts des Voussoirs précédents ou supérieurs auroient d'horisontal, puisqu'un corps pesant n'apporte aucune résistance au mouvement horisontal. Il auroit besoin pour cela d'une pesanteur infinie, & telle devroit être celle du dernier Voussoir; conclusion où nous étions déja arrivés en 1704 par une autre voye. Le dernier Voussoir glisseroit donc dans le cas proposé, & s'il ne glissoit pas, ce seroit un effet de l'engrénement qu'on a exclus quant à present, mais qui se trouve toûjours dans la réalité. Que si le dernier Voussoir n'est pas horisontal, il est bien clair que son effort composé tiendra quelque chose de l'horisontal. Ainsi la Voûte aura toûjours une poussée. L'équilibre de ses Voussoirs ne va pas à l'empêcher d'en avoir une, mais à les empêcher d'y contribuer inégalement.

Cet équilibre demande, comme il a été dit, que leurs pesanteurs absoluës soient croissantes depuis la Clé, 1er Voussoir. L'effort de la Clé contre le 2^d Voussoir étant une perpendiculaire tirée du centre de gravité de la Clé sur la surface, ou, ce qui est le même, sur le *joint* de ce Voussoir, si l'on suppose qu'il faille une ligne égale à celle-là pour arriver de la surface de ce Voussoir à son centre de gravité sur lequel se fera l'impression, & d'où partira l'effort composé de ce 2^d sur le 3me, & si l'on suppose toûjours ainsi de suite que la ligne par laquelle le centre de gravité d'un Voussoir frappe la surface du suivant, soit égale à celle qui va de cette surface au centre de gravité de ce suivant, on verra sans peine qu'en vertu des positions nécessaires de ces lignes, l'intervalle du

joint d'un Vouſſoir au joint du ſuivant augmentera toûjours depuis la Clé, que par conſéquent la ſurface des Vouſſoirs augmentera toûjours, & par conſéquent auſſi leur peſanteur abſolüe en même raiſon que la ſurface, ſi ce n'eſt que par ces ſurfaces qu'ils different entre eux, comme on a pû le ſuppoſer. M. Couplet démontre de plus que cette raiſon ſelon laquelle différeront leurs peſanteurs abſolües, eſt celle qui eſt requiſe pour leur équilibre.

Mais ſi on veut que les intervalles des joints des Vouſſoirs ſoient égaux, ce qui eſt plus agréable à la vûë, alors ce ſont les longueurs des Vouſſoirs qu'il faut augmenter, & M. Couplet en détermine la proportion. Si ces Vouſſoirs inégalement longs ſont poſés de maniére que par leurs extrémités inférieures ils faſſent ou un demi-cercle ou un arc moindre, leurs extrémités ſupérieures ſeront certainement bien éloignées de pouvoir faire une Courbe ſemblable, elles ne feront aucune Courbe qui ait quelque régularité apparente, & ſuffiſante ſeulement pour l'œil, à moins qu'on ne faſſe les Vouſſoirs peu épais, & qu'on n'en augmente par conſéquent le nombre; il eſt viſible, du moins pour les Géométres, que s'ils étoient en nombre infini, & infiniment minces, ils feroient par ces extrémités ſupérieures, ou à l'*extrados* de la Voûte, une courbure réguliére, qui viendroit de l'inégalité reglée de leurs longueurs toûjours conduite par des degrés infiniment petits.

Si l'intrados de la Voûte eſt un demi-cercle entier, il ſera aiſé de voir que non-ſeulement la ligne de l'extrados formée par les longueurs inégales des Vouſſoirs ne pourra être ſemblable ni parallele à l'intrados, quelque peu épais qu'on faſſe ces Vouſſoirs, mais que ces deux lignes ſeront plus éloignées du parallelisme en approchant des deux piédroits & en s'y terminant, qu'elles ne l'étoient vers la Clé. De-là il ſuit que ſi la diſtance des deux piédroits étant toûjours la même, l'intrados n'eſt plus un demi-cercle entier, mais un arc moindre, on aura ſupprimé les deux portions de l'intrados & de l'extrados les plus éloignées entre-elles du paralléliſme, & que par conſéquent les deux nouvelles lignes qui feront l'in-

trados & l'extrados approcheront davantage d'être paralleles. On ſouſentend aſſés que la Voûte étant toûjours compriſe entre les mêmes piédroits, ſon intrados qui devient un moindre arc, eſt arc d'un plus grand cercle, & que par cette ſuppoſition la Voûte s'abbaiſſe néceſſairement. En un mot plus la Voûte s'abbaiſſera parce que ſon intrados deviendra toûjours un moindre arc d'un plus grand cercle, plus les lignes de l'intrados & de l'extrados approcheront d'être paralleles; & enfin elles le ſeront dans le cas extrême, c'eſt-à-dire, quand la Voûte abbaiſſée autant qu'elle le peut être, ſera devenüe abſolument platte, ou, ce qui eſt le même, un arc infiniment petit d'un cercle infini; alors l'intrados & l'extrados ne ſont que deux lignes droites, horiſontales & paralleles.

Il eſt bon de remarquer que cette Voûte platte, & dont l'épaiſſeur eſt par tout égale, ne laiſſe pas d'être une véritable Voûte. Les ſurfaces de ſes Vouſſoirs ſont toûjours inclinées à l'horiſon de plus en plus à compter depuis la Clé, & ce qu'elles ont de particulier, c'eſt que les ſuivantes ſont plus inclinées par rapport aux précédentes, qu'elles n'euſſent été dans toute autre Voûte circulaire. Cette augmentation d'inclinaiſon fait néceſſairement augmenter les maſſes ou peſanteurs des Vouſſoirs, & elles n'ont qu'à augmenter ſelon la proportion requiſe pour l'Equilibre eſſentiel à toutes les Voûtes.

Puiſque ce n'eſt que dans le cas de la Voûte abſolument platte que l'intrados & l'extrados ſont paralleles, il s'en faut beaucoup que l'on ne ſoit dans le cas de ce paralleliſme, lorſqu'on donne à une Voûte circulaire un extrados rectiligne, ou plat, comme on fait aſſés ſouvent. Auſſi eſt-il bien certain qu'alors les Vouſſoirs ne ſont pas en équilibre, ainſi qu'on a toûjours ſuppoſé ici qu'ils y devoient être, & ſi la Voûte ne laiſſe pas de ſe maintenir malgré nos Regles, c'eſt que ces Regles n'ont pas encore eû égard à l'engrénement des Vouſſoirs entre eux.

Il eſt impoſſible ſelon la Théorie préſente, qu'une Voûte, qui aura ſon intrados circulaire, ſoit d'une épaiſſeur uniforme,

ses Voussoirs toûjours plus longs, parce qu'ils doivent être plus pesants, la rendront toûjours plus épaisse depuis la Clé jusqu'au piédroit. Il faudroit pour l'uniformité d'épaisseur que les Voussoirs pussent être également pesants, & alors on auroit pour l'intrados une autre Courbe qu'un arc de Cercle. Les Géométres connoissent la Chaînette, Courbe qui se forme à l'œil même par une Corde lâche, dont les extrémités sont attachés à deux points fixes posés dans la même ligne horisontale. Toutes les parties de la Corde également pesantes, la tirent chacune en bas, & lui font prendre une certaine courbure dans son tout de la maniére que nous avons expliquée en 1714 *. M. Couplet a pensé qu'une Voûte, qui auroit cette courbure, pourroit avoir par la nature de la Chaînette tous ses Voussoirs également pesants, & seroit par conséquent d'une épaisseur uniforme. La pratique sera extrémement facile. Une Corde lâche, qui attachée par ses deux bouts au haut des deux piédroits descendra aussi bas que la Clé doit être élevée par rapport aux piédroits, prendra une courbure que l'on n'aura qu'à renverser de bas en haut, & appliquer à la Voûte.

* p. 127.

Il reste à parler de la poussée, de cet effort par lequel une Voûte, ou plûtôt une demi-Voûte qu'il suffit de considérer, tend à renverser son piédroit, en le faisant tourner en dehors sur quelque point de sa base, qui seroit le centre ou le point d'appui du mouvement de renversement. La base du piédroit est indéterminée, parce qu'elle devra être plus ou moins grande, & par conséquent le piédroit plus ou moins pesant, selon l'effort qui agira contre lui. Sur la base indéterminée on peut, & il faut même, déterminer tel point qu'on voudra pour être le point sur lequel le piédroit seroit renversé.

Tout le poids de la demi-Voûte étant conçû réüni dans son centre de gravité, on tire de ce centre, qu'on trouve par des Regles connües, une perpendiculaire sur la surface supérieure du dernier Voussoir, toute la demi-Voûte n'agit sur lui que par cette ligne. On la décompose en deux, l'une verticale, l'autre horisontale. Par la verticale la demi-Voûte ne

tend

tend qu'à affermir le piédroit sur sa base, par l'horisontale elle tend à le renverser. D'un autre côté le piédroit oppose à cet effort qui le renverseroit toute sa pesanteur, qui agit par une ligne verticale tirée de son centre de gravité sur sa base. Voilà donc deux actions ou lignes contraires, l'une ce que la demi-Voûte a d'horisontal dans son effort, l'autre la résistance verticale du piédroit. De plus ces deux lignes ou actions rapportées chacune au point d'appui ou centre de mouvement qu'on a déterminé sur la base, ont chacune d'autant plus de force qu'elles en sont plus éloignées. On égale ces deux énergies, par-là la base qui étoit la seule grandeur indéterminée ne l'est plus, & on voit de quelle grandeur elle doit être, afin que la résistance du piédroit soit égale à la poussée de la demi-Voûte.

Tout cela n'est que la suite des idées qui ont conduit M. Couplet dans sa recherche, il reste le travail, assés souvent long & pénible, de les exprimer par la Géométrie & par l'Algébre, & de les unir, pour ainsi dire, à la matiére. Nous ne pouvons toucher à cette partie de l'Ouvrage. En général le travail de bien prendre le fil des idées est le plus fin & le plus sujet aux méprises, l'autre est plus dur, & a plus de sûreté.

SUR LES MACHINES A REMONTER LES BATEAUX.

LA matiére du Remontage de Bateaux s'éclaircit toûjours. La concurrence de quelques personnes, qui ont proposé à l'Académie différentes idées, accompagnées le plus souvent de l'éxécution en grand, y a donné lieu, & nous allons rendre compte de quelques Remarques de M. Pitot, qui semble s'être mis plus qu'un autre en possession de ce sujet *.

V. les M. p. 253. & 385.

* V. l'Hist. de 1725. p. 80. & suiv.

1.° Le nombre des Aubes n'est pas arbitraire. Quand une Aube est entiérement plongée dans l'eau, & qu'elle a la position la plus avantageuse pour en être bien frappée, qui est naturellement la perpendiculaire au fil de l'eau, il faut que l'Aube qui la suit, & vient pour prendre sa place, ne fasse

alors qu'arriver à la surface de l'eau, & la toucher, car pour peu qu'elle y plongeât, elle déroberoit à la premiére Aube une quantité d'eau proportionnée, qui n'y feroit plus d'impression; & quoique cette quantité d'eau fît impression sur la 2de Aube, celle qui seroit perdüe pour la 1re ne seroit pas remplacée par-là, car l'impression sur la 1re eût été faite sous l'angle le plus favorable, & l'autre ne peut l'être que sous un angle qui le soit beaucoup moins. On doit donc faire ensorte qu'une Aube étant entiérement plongée dans l'eau, elle ne soit nullement couverte par la suivante, & il est visible que cela demande qu'elles ayent entre elles un certain intervalle, & comme il sera le même pour les autres, il en déterminera le nombre total.

Les Aubes, attachées chacune par son milieu à un rayon d'une Roüe qui tourne, ont deux dimensions, l'une parallele, l'autre perpendiculaire à ce rayon. C'est la parallele que M. Pitot appelle leur largeur, c'est par cette dimension qu'elles plongent, & c'est elle dont M. Pitot cherche la grandeur, en laissant ou en supposant l'autre dimension constante & connüe. Si la largeur est égale au rayon de la Roüe, une Aube ne peut donc plonger entiérement que le centre de la Roüe, ou, ce qui est le même, de l'Arbre qui la porte, ne soit à la surface de l'eau; & il est nécessaire qu'une Aube étant plongée perpendiculairement au Courant, la suivante, qui ne doit nullement la couvrir, soit entiérement couchée sur la surface de l'eau, & par conséquent fasse avec la 1re un angle de 90 degrés, ce qui emporte qu'il ne peut y avoir que quatre Aubes. De-là il est aisé de conclurre, que si la largeur des Aubes est moindre que le rayon de la Roüe, comme elle l'est ordinairement, leur nombre sera d'autant plus grand que la largeur sera moindre. M. Pitot a trouvé par la Géométrie la Regle de ce rapport du nombre des Aubes aux largeurs, & en a dressé une petite Table, qui épargne les calculs.

2.° Jusqu'à present on avoit toûjours mis les Aubes sur les rayons de la Roüe, dont par conséquent elles avoient la direction selon leur largeur. Un Machiniste leur a imaginé une

autre position, c'est de les mettre sur des Tangentes tirées à différents points de la circonférence de l'Arbre qui porte la Roüe, ce qui ne change rien à leur nombre. M. Pitot les appelle *Aubes en tangente*, au lieu que les autres sont *Aubes en rayon*. Elles se terminent les unes & les autres aux mêmes points de la circonférence de la Roüe, & on suppose que leurs deux dimensions soient les mêmes, sans quoi on ne les pourroit pas comparer exactement.

Tout cela posé, l'Aube en rayon & l'Aube en tangente entrent dans l'eau, & en sortent en même temps, & elles y décrivent par leur extrémité commune un arc circulaire, dont le point du milieu est la plus grande profondeur de l'eau jusqu'où une Aube puisse aller; on peut prendre cette profondeur égale à la largeur des Aubes. Si on conçoit que l'Aube en rayon arrive à la surface de l'eau, & par conséquent y est aussi inclinée qu'elle le puisse, l'Aube en tangente, qui y arrive aussi, y est nécessairement encore plus inclinée, & de-là vient que quand l'Aube en rayon est parvenüe à être perpendiculaire à l'eau, l'Aube en tangente y est encore inclinée, & par conséquent en reçoit à cet égard, & en a toûjours reçû jusque-là moins d'impression. Il est vrai que jusque-là une plus grande partie de l'Aube en tangente a été plongée, ce qui sembleroit pouvoir faire une compensation, mais M. Pitot démontre qu'au contraire cette plus grande partie plongée reçoit d'autant moins d'impression de l'eau qu'elle est plus grande par rapport à la partie plus petite de l'Aube en rayon plongée aussi, & cela à cause de la différence des angles d'inclinaison. L'avantage est donc jusque-là pour l'Aube en rayon. Ensuite l'Aube en tangente parvient à être perpendiculaire à l'eau, mais ce n'est qu'après l'Aube en rayon, le point du milieu de l'arc circulaire qu'elles décrivent est passé, l'Aube en rayon aura été entiérement plongée, & l'Aube en tangente ne le peut plus être qu'en partie, ce qui lui donne du désavantage dans ce cas-là même qui lui est le plus avantageux, & en voilà assés, sans suivre M. Pitot dans un plus grand détail.

pour faire voir que l'Aube en rayon doit toûjours avoir la préférence.

3.° On a pensé aussi à donner aux Aubes une disposition encore plus singuliére, celle des Aîles des Moulins à vent. Ceux qui ont songé les premiers à employer l'eau pour principe du mouvement d'une Machine, ont vû assés naturellement que s'ils faisoient plonger dans l'eau une surface exposée directement à son cours, & qui en recevroit du mouvement, une autre surface pareille, qui seroit dans l'air, & obligée à se mouvoir en même tems que la premiére, causeroit à une Roüe, dont toutes deux feroient partie, un mouvement de circulation. S'ils avoient mis les deux surfaces dans l'eau, elle eût fait sur toutes deux le même effort qui n'eût tendu qu'à les renverser en même temps. Par cette raison ceux qui ont employé l'air pour principe du même mouvement de circulation, & qui ne pouvoient mettre les différentes surfaces que dans l'air, ne les ont pas exposées directement au Vent, qui n'eût tendu qu'à les renverser, mais leur ont fait prendre le Vent obliquement, moyennant quoi elles tournent autour d'un axe commun. Cependant il est très-certain que ce que fait l'air, l'eau peut le faire, par conséquent les Aubes d'un Moulin à eau peuvent être disposées comme les Aîles d'un Moulin à vent, & cette disposition, quoique singuliére, parce qu'elle n'a pas encore été imaginée, est fort naturelle, à cause de la grande analogie des deux Moteurs, & elle a bien mérité que M. Pitot en fît un éxamen particulier.

Au lieu que dans la disposition ordinaire les Aubes sont attachées à un Arbre perpendiculaire au fil de l'eau, ici elles le sont à un Arbre parallele à ce même fil, comme l'Arbre des Aîles d'un Moulin à vent est dans la direction du vent. Et parce qu'il est démontré que l'angle le plus avantageux sous lequel ces Aîles puissent prendre le vent est celui de 54 *, il faut supposer que les Aubes du Moulin à eau font ce même angle avec le fil de l'eau.

* V. l'Hist. de 1701. p. 138. 2de Édit.

L'impression de l'eau sur les Aubes disposées à l'ordinaire

eſt inégale d'un inſtant à l'autre. Sa plus grande force eſt dans l'inſtant où une Aube étant perpendiculaire au Courant, & entiérement plongée, la ſuivante veut entrer dans l'eau, & la précedente en ſort, car alors l'Aube plongée, qui eſt entre ces deux, reçoit l'impreſſion de l'eau dans toute ſa ſurface, & à angles droits. Le cas oppoſé à celui-là eſt lorſque deux Aubes ſont en même temps également plongées, ce qui emporte que ni l'une ni l'autre ne ſoit perpendiculaire au Courant, que l'une couvre entiérement l'autre, & que celle même qui eſt découverte ne reçoive l'impreſſion de l'eau que dans une partie de ſa ſurface, ce qui fait tout le déſavantage poſſible. Depuis l'inſtant du 1er cas juſqu'à l'inſtant du 2d la force de l'impreſſion de l'eau ſur les Aubes diminüe donc toûjours, & il eſt clair que cela vient originairement de ce qu'une Aube, pendant tout le temps de ſon mouvement dans l'eau, y eſt toûjours inégalement plongée. Mais cet inconvénient ceſſeroit à l'égard des Aubes diſpoſées comme les Aîles du Moulin à vent, celles-ci étant toûjours entiérement plongées dans l'air, les autres le ſeroient toûjours auſſi entiérement dans l'eau. On peut faire leur largeur égale au rayon de la Roüe, c'eſt-à-dire, que le centre de l'Arbre qui porteroit les Aubes, ſeroit toûjours à fleur d'eau, au moyen de quoi on auroit de grandes ſurfaces toûjours également frappées. L'égalité d'impreſſion & de mouvement eſt d'un grand prix dans les Machines.

Celle-ci, qui eſt préciſément dans le cas des Moulins à vent, doit être examinée par les mêmes principes, & nous les avons déja expoſés aſſés au long d'après M. Pitot en 1727 *. Il faut faire les deux décompoſitions de mouvement, dont il a été parlé, en ſuppoſant que l'Aube poſée de la nouvelle maniére, a été frappée ſous l'angle de 54. De-là réſultent dans la 2de décompoſition deux forces, l'une parallele, l'autre perpendiculaire au fil de l'eau, dont M. Pitot donne les expreſſions algébriques. C'eſt la perpendiculaire ſeule qu'on peut employer. Cette force étant appliquée à une Aube nouvelle, qu'on ſuppoſe égale en ſurface à une Aube, poſée ſelon l'ancienne maniére, de l'une des deux Machines qu'on

* p. 137 & ſuiv.

a vûës depuis peu executées en grand sur la Seine, il se trouve que l'Aube nouvelle, qui reçoit une impression constante, en reçoit une un peu moindre que ne feroit l'Aube ancienne dans le cas même, où, selon ce que nous venons de dire, elle en reçoit le moins.

4°. M. Pitot ôte encore aux Aubes nouvelles un avantage, qui sembleroit leur devoir appartenir. Quand on dit, comme nous avons fait en 1725, que la plus grande vîtesse que puisse prendre une Aube ou Aîle mûe par un fluide, est le tiers de la vîtesse de ce fluide, il faut entendre que cette vîtesse réduite au tiers, est uniquement celle du *centre d'impulsion ou d'impression*, c'est-à-dire, d'un point de la surface de l'Aube, où l'on conçoit que se réünit toute l'impression que le fluide fait sur elle. Si le courant fait 3 pieds en 1 Seconde, ce centre d'impression fera 1 pied en 1 Seconde, & comme il est nécessairement placé sur le rayon de la Roüe, il y aura un point de ce rayon, qui aura cette vîtesse de 1 pied en 1 Seconde. Si ce point étoit l'extrémité du rayon, qui seroit, par exemple, de 10 pieds, auquel cas il seroit un point d'une circonférence de 60 pieds, il ne pourroit parcourir 60 pieds, ou, ce qui est le même, la Roüe qui porte les Aubes ne pourroit faire un tour qu'en 60 Secondes ou 1 Minute. Mais si ce même centre d'impression étoit posé sur son rayon à 1 pied de distance du centre de la Roüe & de l'Arbre, il parcourroit une circonférence de 6 pieds, ou feroit un tour en 6 Secondes, & par conséquent la circonférence de la Roüe feroit aussi son tour dans le même temps, & auroit une vîtesse dix fois plus grande que dans le 1er cas. Donc moins le centre d'impression est éloigné du centre de la Roüe, plus la Roüe tourne vîte, ce qui est un avantage.

Quand une surface parallelogrammique, mûe par un fluide, tourne autour d'un axe immobile, auquel elle est suspendüe, son centre d'impression est à compter depuis l'axe aux deux tiers de la ligne qui la divise en deux selon sa hauteur. Si la Roüe a 10 pieds de rayon, l'Aube nouvelle, qui est entiérement plongée dans l'eau, & dont la largeur

ou hauteur est égale au rayon, a donc son centre d'impression environ à 6 pieds du centre de la Roüe. Il s'en faut beaucoup que la largeur ou hauteur des Aubes anciennes ne soit égale au rayon, & par conséquent leur centre d'impression est toûjours plus éloigné du centre de la Roüe, & cette Roüe ne peut tourner que plus lentement.

Cela est vrai, mais M. Pitot remarque que cet avantage est détruit par une compensation précisément égale. Dans le mouvement circulaire de l'Aube le point immobile ou point d'appui est le centre de la Roüe, & plus le centre d'impression, auquel toute la force est appliquée, est éloigné de ce point d'appui, plus la force agit avantageusement, parce qu'elle agit par un plus long bras de levier. Ainsi quand une moindre distance du centre d'impression au centre de la Roüe fait tourner la Roüe plus vîte, & fait gagner du temps, elle fait perdre du côté de la force appliquée moins avantageusement, & cela en même raison, d'où il suit en cette matiére que la position du centre d'impression est indifférente. La proposition énoncée en général eût été fort étrange, & on peut apprendre par beaucoup d'exemples à ne pas rejetter les Paradoxes sur leur premiére apparence.

SUR LES TOURBILLONS CELESTES.

M. L'Abbé de Moliéres continüe le dessein, dont nous avons commencé à rendre compte en 1728 *, de conserver à la Phisique les Tourbillons de Descartes, vivement attaqués par les formidables objections de M. Neuton, & de sa nombreuse Secte. Voici une des plus fortes. V. les M. p. 235. *p. 97. & suiv.

Si les Tourbillons existent, ce sont certainement de grands fluides d'une figure Elliptique, dont les différentes couches circulent autour d'un des Foyers de l'Ellipse avec différentes vîtesses, qui sont entre elles, selon la Regle de Képler, en raison renversée des racines quarrées de leurs distances au Foyer. Si l'on conçoit un Cercle décrit du Foyer comme

centre, ſur un rayon qui ſoit la diſtance de ce Foyer au ſommet de l'Ellipſe le plus proche, il eſt certain que tous les Globules de chaque couche circulaire circuleront en même temps, mais que ceux d'une couche comparés à ceux d'une autre circuleront avec des vîteſſes différentes ſelon la Regle de Képler. Ce Cercle ſuppoſé, qui touchera l'Ellipſe par ſa partie la plus proche du Foyer, ou inférieure, ne peut que laiſſer beaucoup de vuide dans la partie ſupérieure, où il ne s'étendra point, & comme les Globules de cette partie ſupérieure ſont en beaucoup plus grand nombre que ceux de la partie inférieure, il eſt impoſſible qu'ils paſſent tous en même temps dans cette inférieure, ainſi qu'ils y ſont obligés par la circulation, à moins qu'ils n'y paſſent avec une vîteſſe plus grande que celle qu'auroient eûë les Globules des couches circulaires. Mais la vîteſſe de ceux-ci auroit ſuivi la Regle de Képler, la vîteſſe des autres ne peut donc pas ſuivre cette Regle, puiſqu'elle eſt plus grande, & par conſéquent la Regle de Képler ne s'obſervera pas dans des Ellipſes, ce qui contredit le fait le plus conſtant de toute l'Aſtronomie Phiſique, reçû par les Cartéſiens, comme par tous les autres Philoſophes.

Ce raiſonnement ſuppoſe ce que Deſcartes lui-même a ſuppoſé, & ce qu'on ſuppoſe naturellement, que les Globules, qui compoſent ces grands fluides de matiére céleſte, ſont durs, & en effet on ne peut les concevoir que comme des Corps d'une petiteſſe extrême, & preſque infinie, ce qui emporte la dureté, car la molleſſe n'appartient qu'à des aſſemblages de parties mal liées.

L'objection qu'on vient de rapporter ceſſeroit, ſi les Globules, en paſſant de la partie ſupérieure de l'Ellipſe dans l'inférieure, pouvoient diminuer de volume, ils paſſeroient alors en plus grand nombre ſans prendre une plus grande vîteſſe; mais cette idée paroîtroit trop forcée, pour être recevable, & elle le ſeroit d'autant moins qu'il faudroit une diminution de volume faite dans des proportions bien exactes, & faite par degrés ſucceſſifs, après quoi il faudroit retrouver une augmentation dans les mêmes proportions, & conduite par

les

les mêmes degrés, & cela ſans fin, ce qui ne paroît guére poſſible.

Cependant c'eſt-là la penſée de M. l'Abbé de Moliéres, & une penſée qu'il rend très-probable, & même très-géométrique. Il adopte les petits Tourbillons du P. Malbranche, que nous avons expliqués en 1715 *. Ce que Deſcartes a imaginé comme des Globules durs, ce ſont autant de Tourbillons preſque infiniment petits, dont la matiére circule autour d'un centre commun. Ils ont une force centrifuge, auſſi bien que les plus grands Tourbillons, tels que celui de tout le Siſtême Solaire, & ils l'ont preſque infiniment plus grande, puiſqu'elle eſt toûjours le quarré de la vîteſſe, diviſé par le rayon de la Sphere du Tourbillon, & que le rayon de la Sphere de ces petits Tourbillons eſt preſque infiniment petit, car une grandeur finie étant diviſée par une infiniment petite, le quotient de la diviſion eſt infini. On entend aſſés que les petits Tourbillons, qui au lieu des Globules compoſent les grands Tourbillons, ont, comme auroient eu les Globules, une vîteſſe de circulation déterminée par celle des grands.

* p. 109. & 110.

Un Tourbillon quelconque tend toûjours par ſa force centrifuge à s'étendre, à augmenter ſa Sphére, & ſi deux Tourbillons, qui ſe touchent, ont des forces centrifuges inégales, le plus fort s'étendra & s'aggrandira aux dépens du plus foible, c'eſt-à-dire, qu'il prendra quelque portion de la matiére, qui avoit appartenu à l'autre. D'un autre côté il y a plus de force centrifuge dans la partie inférieure du grand Tourbillon Elliptique que dans la ſupérieure, & cela ſelon les degrés de la vîteſſe, toûjours proportionnée aux diſtances du foyer, par rapport auquel ſe fait la circulation. Si l'on conçoit donc qu'un petit Tourbillon paſſe de la partie inférieure du grand dans la ſupérieure, il paſſe d'un lieu où il y a plus de force centrifuge dans un lieu où il y en a moins, il rencontre toûjours d'autres petits Tourbillons qui en ont moins que lui, & par conſéquent il s'aggrandit à leurs dépens, juſqu'à ce qu'enfin s'étant aggrandi autant qu'il eſt poſſible, il perde tout ce qu'il avoit acquis en repaſſant de la partie ſupérieure de

l'Ellipse dans l'inférieure. Cela suffit pour faire entendre comment la grandeur des petits Tourbillons se proportionne naturellement, selon tous les degrés requis, aux espaces par où ils doivent passer, sans qu'il soit besoin d'un changement de vîtesse, qui troubleroit la Regle établie.

Il est vrai que quand les petits Tourbillons passent de la partie supérieure dans l'inférieure en diminuant de volume, ils n'en peuvent diminuer sans chasser hors de leur Sphére, sans exprimer de la matiére, qui ne tourbillonnera plus, du moins pour un temps, & cela est d'autant plus nécessaire, que dans le Sistême Cartésien tout étant plein, la partie supérieure de l'Ellipse plus grande que l'inférieure, doit contenir plus de matiére. Aussi M. de Moliéres en convient-il, il admet un sassement & ressassement continuel de cette matiére chassée par quelques petits Tourbillons, reprise ensuite par d'autres, & il insinüe qu'on en pourra faire quelques usages dans la Théorie de la Phisique. Il paroît en général qu'on ne sçauroit attribuer trop de mouvement, trop de vie à toute la Nature.

On a fait à M. l'Abbé de Moliéres une difficulté considérable. On conçoit dans le Sistéme Cartésien que les grands Tourbillons, qui ont des Etoiles fixes pour centres ou pour foyers, tournent en des sens différents les uns des autres, & souvent contraires, nôtre Tourbillon Solaire, par exemple, qui tourne d'Occident en Orient, en touchera d'autres qui tourneront d'Orient en Occident. Il en doit être de même de ces Tourbillons si petits qui composent les grands, & plus ils sont petits, plus il y en doit avoir qui tournent en sens contraires les uns par rapport aux autres. Or quand un d'entre eux, qui doit s'aggrandir aux dépens d'un autre qu'il rencontre, le rencontre tournant en sens contraire au sien, il est impossible que la matiére qui doit passer du foible dans le fort, ne commence du moins par perdre tout le mouvement qu'elle avoit, puisqu'il faut qu'elle se meuve ensuite dans une direction toute opposée à sa premiére. Ces pertes de mouvement qui ne peuvent être que très-fréquentes, & ne sont ni ne

peuvent être réparées, doivent faire bien-tôt une grande somme, qui grossira toûjours, & le mouvement du grand Tourbillon total s'affoiblira continuellement & sensiblement.

A cela M. l'Abbé de Moliéres répond que quand un petit Tourbillon s'aggrandit, c'est en vertu de sa force centrifuge, dont la direction est du centre à la circonférence, que cette direction n'étant point absolument contraire à celle qu'on a supposée dans la rotation d'un 2[d] Tourbillon rencontré par le 1[er], les particules du 2[d] exposées au choc ne prendront qu'un mouvement composé de la direction de ce choc & de leur premiére direction, que ce mouvement composé se fera selon une Courbe, & qu'elles ne rebrousseront, parce qu'enfin il faut qu'elles rebroussent, que selon cette Courbe; tout cela pourroit être prouvé géométriquement. Il y aura encore certainement une perte de vîtesse, mais feu M. Varignon a démontré * que les pertes de vîtesse faites dans des mouvements selon des Courbes sont infiniment petites à chaque instant fini, & qu'il en faudroit par conséquent une infinité, qui demanderoit un temps infini, pour faire une somme finie. C'est ainsi que des Vérités, dont peut-être on ne voyoit guére d'abord l'usage, viennent, & même d'assés loin, au secours d'autres Vérités, qui sans elles auroient eu un mauvais sort.

* V. l'Hist. de 1704. p. 104. & suiv.

CEtte année M. de la Condamine a présenté à l'Académie un Ecrit contenant la description & l'usage d'une Machine qui donne le moyen d'executer sur le Tour toutes sortes de contours réguliers & irréguliers, avec un examen de la nature de toutes les Courbes qui se peuvent tracer sur un plan par le moyen du Tour. On a trouvé que cette matiére devenoit presque absolument neuve entre les mains de l'Auteur, & beaucoup plus féconde qu'on ne l'avoit crû jusqu'ici, qu'il l'a traitée avec ordre, & en Méchanicien Géometre.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

L'Ecrit de M. le Chevalier de Louville sur les Mouvements variés, & l'estimation des Forces.

V. les M. p. 154.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCXXIX.

I.

UN Soufflet de M. Terral pour les Fourneaux à Fonderies, les Forges, &c. Quoiqu'il ait rapport à un Porte-vent décrit par Agricola, à une Machine à vanner le Bled dont on se sert en quelques Provinces, & à quelques autres Machines décrites par différents Auteurs, on a crû qu'il pouvoit être regardé comme nouveau, parce qu'on ne se sert point actuellement de Soufflet construit sur ce principe. Il est simple, & peut être fort utile.

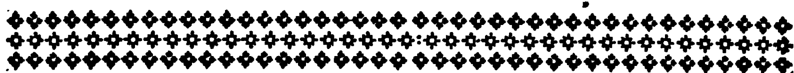
II.

Un Métal jaune de M. Renty, dont l'alliage concilie assés juste la ductilité avec la belle couleur d'Or, qui n'est pas cependant au-dessus de celle de quelques autres essais de Tombac, qui ont été présentés à l'Académie.

III.

Un Etain allié de M. Boutet, qui est plus dur, & plus sonnant, sans perdre la blancheur qu'il a en sortant de la Mine. On l'a trouvé aussi beau, & même plus sonnant & plus blanc que ce qu'on avoit vû en ce genre.





E'LOGE

DU P. SE'BASTIEN TRUCHET, CARME.

JEAN TRUCHET nâquit à Lyon en 1657 d'un Marchand fort homme de bien, dont la mort le laissa encore très-jeune entre les mains d'une Mere pieuse aussi, qui le chérissoit tendrement, & ne négligea rien pour son éducation. Dès l'âge de 17 ans il entra dans l'Ordre des Carmes, & prit le nom de Sébastien, car cet Ordre est de ceux où l'on porte le renoncement au monde jusqu'à changer son nom de Batême. Il n'a été connu que sous celui de Frere ou de Pere Sébastien, & il le choisit par affection pour sa Mere, qui se nommoit Sébastiane.

Ceux qui ont quelque talent singulier peuvent l'ignorer quelque temps, & ils en sont d'ordinaire avertis par quelque petit évenement, par quelque hasard favorable. Un homme destiné à être un grand Méchanicien ne pouvoit être placé par le hasard de la naissance dans un lieu où il en fût ni plus promptement, ni mieux averti qu'à Lyon. Là étoit le fameux Cabinet de M. de Serviére, Gentilhomme d'une ancienne noblesse, qui après avoir long-temps servi, mais peu utilement pour sa fortune, parce qu'il n'avoit songé qu'à bien servir, s'étoit retiré couvert de blessures, & avoit employé son loisir à imaginer & à exécuter lui-même un grand nombre d'Ouvrages de Tour nouveaux, de différentes Horloges, de Modéles d'Inventions propres pour la Guerre, ou pour les Arts. Il n'y avoit rien de plus célébre en France que ce Cabinet, rien que les Voyageurs & les Etrangers eussent été plus honteux de n'avoir pas vû. Ce fut là que le P. Sébastien s'apperçut de son génie pour la Méchanique. La plûpart des Piéces de M. de Serviére étoient des Enigmes, dont il s'étoit réservé le secret, le jeune homme devinoit la construction, le jeu, l'artifice, & sans doute l'Au-

teur étoit mieux loüé par celui qui devinoit, & dès-là ſentoit le prix de l'invention, que par une foule d'admirateurs, qui ne devinant rien ne ſentoient que leur ignorance, ou tout au plus la ſurpriſe d'une nouveauté.

Les Supérieurs du P. Sébaſtien l'envoyerent à Paris au Collége Royal des Carmes de la Place Maubert, pour y faire ſes études en Philoſophie & en Théologie. Il n'y eut guére que la Phiſique, qui fût de ſon goût, toute Scholaſtique qu'elle étoit, toute inutile, toute dénüée de pratique, mais enfin elle avoit quelque rapport éloigné aux Machines. Il leur donnoit tout le temps que ſes devoirs laiſſoient en ſa diſpoſition, & peut-être ſans s'en appercevoir leur en abandonnoit-il quelque petite partie que les autres études euſſent pû réclamer. Le moyen que le devoir & le plaiſir faſſent entre eux des partages ſi juſtes?

Charles II. Roi d'Angleterre avoit envoyé au feu Roi deux Montres à répétition, les premiéres qu'on ait vûës en France. Elles ne pouvoient s'ouvrir que par un ſecret, précaution des Ouvriers Anglois pour cacher la nouvelle conſtruction, & s'en aſſûrer d'autant plus la gloire & le profit. Les Montres ſe dérangérent, & furent remiſes entre les mains de M. Martineau Horloger du Roi, qui n'y put travailler faute de les ſçavoir ouvrir. Il dît à M. Colbert, & c'eſt un trait de courage digne d'être remarqué, qu'il ne connoiſſoit qu'un jeune Carme capable d'ouvrir les Montres, que s'il n'y réüſſiſſoit pas il faloit ſe réſoudre à les renvoyer en Angleterre. M. Colbert conſentit qu'il les donnât au P. Sébaſtien, qui les ouvrit aſſés promptement, & de plus les raccommoda ſans ſçavoir qu'elles étoient au Roi, ni combien étoit important par ſes circonſtances l'ouvrage dont on l'avoit chargé. Il étoit déja habile en Horlogerie, & ne demandoit que des occaſions de s'y exercer. Quelque temps après il vient de la part de M. Colbert un ordre au P. Sébaſtien de le venir trouver à ſept heures du matin d'un jour marqué, nulle explication ſur le motif de cet ordre, un ſilence qui pouvoit cauſer quelque terreur. Le P. Sébaſtien ne manque pas à l'heure, il ſe préſente interdit & tremblant, le Miniſtre accompagné de deux Membres de

cette Académie, dont M. Mariotte étoit l'un, le loüe sur les Montres, & lui apprend pour qui il a travaillé, l'exhorte à suivre son grand talent pour les Méchaniques, sur-tout à étudier les Hidrauliques, qui devenoient nécessaires à la magnificence du Roi, lui recommande de travailler sous les yeux de ces deux Académiciens, qui le dirigeront, & pour l'animer davantage, & parler plus dignement en Ministre, il lui donne 600 livres de pension, dont la premiére année selon la coûtume de ce temps-là lui est payée le même jour. Il n'avoit alors que 19 ans, & de quel désir de bien faire dût-il être enflamé! Les Princes ou les Ministres qui ne trouvent pas des hommes en tout genre, ou ne sçavent pas qu'il faut des hommes, ou n'ont pas l'art d'en trouver.

Le P. Sébastien s'appliqua à la Géométrie absolument nécessaire pour la Théorie de la Méchanique. Que le génie le plus heureux pour une certaine adresse d'exécution, pour l'invention même, ne se flate pas d'être en droit d'ignorer & de mépriser les principes de Théorie, qui ne sçauroient que trop bien s'en vanger. Mais après cela le Géometre a encore beaucoup à apprendre pour être un vrai Méchanicien, il faut que la connoissance des différentes pratiques des Arts, & cela est presque immense, lui fournisse dans les occasions des idées, & des expédients, il faut qu'il soit instruit des qualités des Métaux, des Bois, des Cordes, des Ressorts, enfin de toute la *matiére machinale*, si l'on peut inventer cette expression à l'exemple de *matiére médicinale*, il faut que de tout ce qu'il employera dans ses ouvrages, il en connoisse assés la nature pour n'être pas trompé par des accidents Phisiques imprévûs, qui déconcerteroient les entreprises. Le P. Sébastien, loin de rien négliger de ce qui lui pouvoit être utile par rapport aux Machines, alloit jusqu'au superflu, s'il y en peut avoir, il étudioit l'Anatomie, il travailloit assidüement en Chimie dans le Laboratoire de M. Homberg, ou plûtôt dans celui de feu M. le Duc d'Orleans, dont le commerce étoit si flateur par sa bonté naturelle, & l'approbation si prétieuse par ses grandes lumiéres.

Selon l'ordre que le P. Sébastien avoit reçû d'abord de

M. Colbert de s'attacher aux Hidrauliques, il posséda à fonds la construction des Pompes, & la conduite des Eaux. Il a eu part à quelques Aqueducs de Versailles, & il ne s'est guére fait ou projetté en France pendant sa vie de grands Canaux de communication de Rivieres, pour lesquels on n'ait du moins pris ses conseils. Et l'on ne doit pas seulement lui tenir compte de ce qui a été exécuté sur ses vûës, mais encore de ce qu'il a empêché qui ne le fût sur des vûës fausses, quoiqu'il ne reste aucune trace de cette sorte de mérite. En général le travail d'esprit, que demandent ces entreprises, est assés ingrat, c'est un bonheur rare que le projet le mieux pensé vienne à son entier accomplissement, une infinité d'inconvénients & d'obstacles étangers se jettent à la traverse. Nous commençons à sentir depuis un temps combien sont avantageuses les communications de Rivieres, & cependant nous aurons bien de la peine à faire dans l'étendüe de la France, ce que les Chinois, moins instruits que nous en Méchanique, & qui ne connoissent pas l'usage des Ecluses, ont fait dans l'étendüe de leur Etat presque cinq fois plus grande.

La pratique des Arts, quoique formée par une longue expérience, n'est pas toûjours aussi parfaite à beaucoup près qu'on le pense communément. Le P. Sébastien a travaillé à un grand nombre de Modéles pour différentes Manufactures, par exemple, pour les proportions des Filiéres des Tireurs d'Or de Lyon, pour le blanchissage des Toiles à Senlis, pour les Machines des Monnoyes de France, travaux peu brillants, & qui laissent périr en moins de rien le nom des Inventeurs, mais par cet endroit-là même réservés aux bons Citoyens.

Sur la réputation du P. Sébastien, M. Gunterfield Gentilhomme Süedois vint à Paris lui redemander, pour ainsi dire, ses deux mains qu'un coup de Canon lui avoit emportées, il ne lui restoit que deux Moignons au-dessus du Coude. Il s'agissoit de faire deux mains artificielles, qui n'auroient pour principe de leur mouvement que celui de ces Moignons, distribué par des fils à des Doigts qui seroient fléxibles.

fléxibles. On assûre que l'Officier Süedois fut renvoyé au P. Sébastien par les plus habiles Anglois, peu accoûtumés cependant à reconnoître aucune supériorité dans notre Nation. Une entreprise si difficile, & dont le succès ne pouvoit être qu'une espece de miracle, n'effraya pas tout-à-fait le P. Sébastien. Il alla même si loin qu'il osa exposer ici aux yeux de l'Académie & du Public *ses études*, c'est-à-dire, ses essais, ses tentatives, & différents morceaux déja exécutés, qui devoient entrer dans le dessein général. Mais feu Monsieur eut alors besoin de lui pour le Canal d'Orleans, & l'interrompit dans un travail qu'il abandonna peut-être sans beaucoup de regret. En partant il remit le tout entre les mains d'un Méchanicien, dont il estimoit le génie, & qu'il connoissoit propre à suivre ou à rectifier ses vûës. C'est M. du Quet dont l'Académie a approuvé différentes inventions. Celui-ci mit la main artificielle en état de se porter au Chapeau de l'Officier Süedois, de l'ôter de dessus sa tête, & de l'y remettre. Mais cet Etranger ne pût faire un assés long séjour à Paris, & se résolut à une privation, dont il avoit pris peu à peu l'habitude. Après tout cependant on avoit trouvé de nouveaux artifices, & passé les bornes, où l'on se croyoit renfermé. Peut-être se trompera-t'on plûtôt en se défiant trop de l'industrie humaine, qu'en s'y fiant trop.

Feu M. le Duc de Lorraine étant à Paris *incognito*, fit l'honneur au P. Sébastien de l'aller trouver dans son Couvent, & il vit avec beaucoup de plaisir le Cabinet curieux qu'il s'étoit fait. Dès qu'il fut de retour dans ses Etats, où il vouloit entreprendre différents ouvrages, il le demanda à M. le Duc d'Orleans Regent du Royaume, qui accorda avec joye au Prince son Beaufrere un homme qu'il aimoit, & dont il étoit bien-aise de favoriser la gloire. Son voyage en Lorraine, la reception & l'accüeil qu'on lui fit, renouvellerent presque ce que l'Histoire Grecque raconte sur quelques Poëtes ou Philosophes célébres, qui allerent dans des Cours. Les Sçavants doivent d'autant plus s'intéresser à ces

ſortes d'honneurs rendus à leurs pareils, qu'ils en ſont aujourd'hui plus deſaccoûtumés.

Le feu Czar Pierre le Grand honora auſſi le P. Sébaſtien d'une viſite, qui dura trois heures. Ce Monarque né dans une barbarie ſi épaiſſe, & avec tant de génie, créateur d'un peuple nouveau, ne pouvoit ſe raſſaſier de voir dans le Cabinet de cet habile homme tant de modeles de Machines, ou inventées ou perfectionnées par lui, tant d'ouvrages, dont ceux qui n'étoient pas recommandables par une grande utilité, l'étoient au moins par une extrême induſtrie. Après la longue application que ce Prince donna à cette eſpece d'étude, il voulut boire, & ordonna au P. Sébaſtien, qui s'en défendit le plus qu'il put, de boire après lui dans le même Verre, où il verſa lui-même le Vin, lui à qui le deſpotiſme le plus abſolu auroit pû perſuader que le commun des hommes n'étoit pas de la même nature qu'un Empereur de Ruſſie. On peut même penſer qu'il fît naître exprès une occaſion de mettre le P. Sébaſtien de niveau avec lui.

Ceux d'entre les Seigneurs François, qui ont eu du goût & de l'intelligence pour les Méchaniques, ont voulu être en liaiſon particuliére avec un homme qui les poſſedoit ſi bien. Il a imaginé pour M. le Duc de Noailles, lorſqu'il faiſoit la guerre en Catalogne, de nouveaux Canons, qui ſe portoient plus aiſément ſur les Montagnes, & ſe chargeoient avec moins de poudre, & il a fait des Mémoires pour M. le Duc de Chaune ſur un Canal de Picardie. Il a été appellé pour cette partie aux études des trois Enfants de France, petits-fils du feu Roi, & il a ſouvent travaillé pour le Roi même. C'eſt lui qui a inventé la Machine à tranſporter de gros Arbres tous entiers ſans les endommager, de ſorte que du jour au lendemain Marli changeoit de face, & étoit orné de longues Allées arrivées de la veille.

Ses Tableaux mouvants ont été encore un des ornements de Marli, il les fit ſur ce qu'on en avoit expoſé de cette eſpéce au Public, & que le feu Roi lui demanda s'il en feroit

bien de pareils. Il s'y engagea, & enchérit beaucoup sur cette merveille dans deux Tableaux qu'il présenta à S. M.

Le premier, que le Roi appella son petit Opera, changeoit cinq fois de décoration à un coup de sifflet, car ces Tableaux avoient aussi la propriété d'être résonnants ou sonores. Une petite boule, qui étoit au bas de la bordure, & que l'on tiroit un peu, donnoit le coup de sifflet, & mettoit tout en mouvement, parce que tout étoit réduit à un seul principe. Les cinq Actes du petit Opera étoient représentés par des figures, qu'on pouvoit regarder comme les vrais Pantomimes des Anciens, elles ne joüoient que par leurs mouvements, ou leurs gestes, qui exprimoient les sujets dont il s'agissoit. Cet Opera recommençoit quatre fois de suite sans qu'il fût besoin de remonter les Ressorts, & si on vouloit arrêter le cours d'une représentation à quelque instant que ce fût, on le pouvoit par le moyen d'une petite Détente cachée dans la bordure, on avoit aussi-tôt un Tableau ordinaire & fixe, & si on retouchoit la petite boule, tout reprenoit où il avoit fini. Ce Tableau long de 16 pouces 6 lignes sans la bordure, & haut de 13 pouces 4 lignes, n'avoit que 1 pouce 3 lignes d'épaisseur pour renfermer toutes les Machines. Quand on les voyoit desassemblées, on étoit effrayé de leur nombre prodigieux, & de leur extrême délicatesse. Quelle avoit dû être la difficulté de les travailler toutes dans la précision nécessaire, & de lier ensemble une longue suite de mouvements, tous dépendants d'instruments si minces & si fragiles! N'étoit ce pas imiter d'assés près le Méchanisme de la Nature dans les Animaux, dont une des plus surprenantes merveilles est le peu d'espace qu'occupent un grand nombre de Machines ou d'Organes, qui produisent de grands effets?

Le second Tableau, plus grand, & encore plus ingénieux, représentoit un Païsage où tout étoit animé. Une riviére y couloit, des Tritons, des Sirenes, des Dauphins nageoient de temps en temps dans une Mer qui bornoit l'horison, on chassoit, on pêchoit, des Soldats alloient monter la garde dans une Citadelle élevée sur une montagne, des Vaisseaux

arrivoient dans un Port, & saluoient de leur Canon la Ville; le P. Sébastien lui-même étoit-là qui sortoit d'une Eglise pour aller remercier le Roi d'une grace nouvellement obtenüe, car le Roi y passoit en chassant avec sa suite. Cette grace étoit 40 piéces de marbre qu'il donnoit aux Carmes de la Place Maubert pour leur grand Autel. On diroit que le P. Sébastien eût voulu rendre vrai-semblable le fameux Bouclier d'Achille pris à la lettre, ou ces Statües à qui Vulcain sçavoit donner du mouvement, & même de l'intelligence.

En même temps que le Roi donna à l'Académie le Réglement de 1699, il nomma le P. Sébastien pour un des Honoraires. Son titre ne l'obligeoit à aucun travail réglé, & d'ailleurs il étoit fort occupé au dehors, cependant outre quelques ouvrages qu'il nous a donnés, comme son élégante Machine du Sistême de Galilée pour les Corps pesants, ses Combinaisons des Carreaux mi-partis, qui ont excité d'autres Sçavants à cette recherche, il a été souvent employé par l'Académie à l'examen des Machines, qu'on ne lui apporte qu'en trop grand nombre. Il en faisoit très-promptement l'analise & le calcul, & même sans analise & sans calcul il auroit pû s'en fier au coup d'œil, qui en tout genre n'appartient qu'aux maîtres, & non pas même à tous. Ses critiques n'étoient pas seulement accompagnées de toute la douceur nécessaire, mais encore d'instruction & de vûës qu'il donnoit volontiers, il n'étoit point jaloux de garder pour lui seul ce qui faisoit sa supériorité.

Les derniéres années de sa vie se sont passées dans des infirmités continuelles, & enfin il mourut le 5 Fév. 1729.

Il arrive quelquefois que des talents médiocres, de foibles connoissances, que l'on ne compteroit pour rien dans des personnes obligées par leur état à en avoir du moins de cette espece, brillent beaucoup dans ceux que leur état n'y oblige pas, ces talents, ces connoissances font fortune par n'être pas à leur place ordinaire, mais le P. Sébastien n'en a pas été plus estimé comme Méchanicien ou comme Ingénieur, parce qu'il étoit Religieux; quand il ne l'eût pas été,

sa réputation n'y auroit rien perdu. Son mérite personnel en a même paru davantage, car quoique fort répandu au dehors, presque incessamment dissipé, il a toûjours été un très-bon Religieux, très-fidelle à ses devoirs, extrêmement desintéressé, doux, modeste, & selon l'expression dont se servit feu M. le Prince en parlant de lui au Roi, *aussi simple que ses Machines*. Il conserva toûjours dans la derniére rigueur tout l'extérieur convenable à son habit, il ne prit rien de cet air que donne le grand commerce du monde, & que le monde ne manque pas de desapprouver & de railler dans ceux même à qui il l'a donné, quand ils ne sont pas faits pour l'avoir. Et comment eût-il manqué aux bienséances d'un habit, qu'il n'a jamais voulu quitter, quoique des personnes puissantes lui offrissent de l'en défaire par leur crédit, en se servant de ces moyens que l'on a sçû rendre légitimes? Il ne prêta point l'oreille à des propositions qui en auroient apparemment tenté beaucoup d'autres, & il préféra la contrainte & la pauvreté où il vivoit à une liberté & à des commodités qui eussent inquiété sa délicatesse de conscience.



E'LOGE
DE M. BIANCHINI.

FRANÇOIS BIANCHINI nâquit à Vérone le 13 Decembre 1662 de Gaſpar Bianchini, & de Cornelie Vailetti.

Il embraſſa l'état Eccléſiaſtique, & l'on pourroit croire que des vûes de fortune plus ſenſées encore & mieux fondées en Italie que par-tout ailleurs, l'y déterminérent, s'il n'avoit donné dans tout le cours de ſa vie des preuves d'une ſincere piété. Il fut reçû Docteur en Théologie, mais il ne ſe contenta pas des connoiſſances qu'exige ce Grade, il voulut poſſeder à fond toute la belle Littérature, & non-ſeulement les Livres écrits dans les Langues ſçavantes, mais auſſi les Médailles, les Inſcriptions, les Bas-reliefs, tous les prétieux reſtes de l'Antiquité, Tréſors aſſés communs en Italie pour prouver encore aujourdui ſon ancienne domination.

Après avoir amaſſé des richeſſes de ce genre preſque prodigieuſes, il forma le deſſein d'une Hiſtoire Univerſelle, conduite depuis la Création du Monde juſqu'à nos jours, tant Profane qu'Eccléſiaſtique, mais l'une de ces parties toûjours ſéparée de l'autre, & ſéparée avec tant de ſcrupule qu'il s'étoit fait une loi de n'employer jamais dans la Profane rien de ce qui n'étoit connu que par l'Eccléſiaſtique. La Chronologie ou de ſimples Annales ſont trop ſéches, ce ne ſont que des parties de l'Hiſtoire, miſes véritablement à leur place, mais ſans liaiſon, & iſolées. *Un air de Muſique*, c'eſt lui-même qui parle, *eſt ſans comparaiſon plus aiſé à retenir, que le même nombre de Notes, qui ſe ſuivroient ſans faire un chant.* D'un autre côté l'Hiſtoire, qui n'eſt pas continuellement appuyée ſur la Chronologie, n'a pas une marche aſſés réglée, ni aſſés ferme. Il vouloit que la ſuite des Temps & celle des Faits ſe

dévelopaſſent toutes deux enſemble avec cet agrément que produiſent, même aux yeux, la diſpoſition induſtrieuſe, & la mutuelle dépendance des parties d'un Corps organiſé.

Il avoit imaginé une diviſion des Temps facile, & commode, 40 Siécles depuis la Création juſqu'à Auguſte, 16 Siécles d'Auguſte à Charles V, chacun de ces 16 Siécles partagé en cinq Vingtaines d'années, de ſorte que dans les huit premiers, de même dans les huit derniers, il y a 40 de ces Vingtaines comme 40 Siécles dans la 1re diviſion, régularité de nombres favorable à la mémoire; au milieu des 16 Siécles comptés depuis Auguſte ſe trouve juſtement Charlemagne, Epoque des plus illuſtres. Le haſard ſembloit s'être ſouvent trouvé d'accord avec les intentions de M. Bianchini. Il avoit imaginé de plus de mettre à la tête de chaque Siécle de la Quarantaine par où il ouvroit ce grand Théatre, & enſuite à la tête de chaque Vingtaine d'années, la repréſentation de quelque Monument qui eût rapport aux principaux évenements qu'on alloit voir, c'étoit la décoration particuliére de chaque Scéne, non pas un ornement inutile, mais une inſtruction ſenſible donnée aux yeux & à l'imagination par tout ce qui nous reſte de plus rare & de plus curieux.

Il publia en 1697 la premiére partie de ce grand deſſein. Elle devoit contenir les 40 premiers Siécles de l'Hiſtoire profane, mais il ſe trouva que le Volume auroit été d'une groſſeur difforme, & il n'y entra que 32 Siécles, qui finiſſent à la ruine du grand Empire d'Aſſirie. Le titre eſt *La Iſtoria Univerſale provata con Monumenti, & figurata con Simboli de gli Antichi.* M. Bianchini occupé d'autres travaux qui ſont ſurvenus n'a point donné de ſuite, mais cette partie n'eſt pas ſeulement ſuffiſante pour donner une haute idée de tout l'ouvrage, elle en eſt le morceau qui eût été le plus conſidérable par la difficulté & l'obſcurité des matiéres à éclaircir; là préciſément où elle ſe termine, le jour alloit commencer à paroître, & à conduire les pas de l'Hiſtorien.

Si d'un grand Palais ruiné, on en trouvoit tous les débris confuſément diſperſés dans l'étenduë d'un vaſte terrain, &

qu'on fût sûr qu'il n'en manquât aucun, ce seroit un prodigieux travail de les rassembler tous, ou du moins, sans les rassembler, de se faire, en les considérant, une idée juste de toute la structure de ce Palais. Mais s'il manquoit des débris, le travail d'imaginer cette structure seroit plus grand, & d'autant plus grand qu'il manqueroit plus de débris, & il seroit fort possible que l'on se fît de cet Édifice différents plans, qui n'auroient presque rien de commun entre eux. Tel est l'état où se trouve pour nous l'Histoire des temps les plus anciens. Une infinité d'Auteurs ont péri, ceux qui nous restent ne sont que rarement entiers, de petits fragments & en grand nombre qui peuvent être utiles, sont épars çà & là dans des lieux fort écartés des routes ordinaires, & où l'on ne s'avise pas de les aller déterrer, mais ce qu'il y a de pis, & qui n'arriveroit pas à des débris matériels, ceux de l'Histoire ancienne se contredisent souvent, & il faut ou trouver le secret de les concilier, ou se résoudre à faire un choix qu'on peut toûjours soupçonner d'être un peu arbitraire. Tout ce que des Sçavants du premier ordre, & les plus originaux, ont donné sur cette matiére, ce sont différentes combinaisons de ces matériaux d'Antiquité, & il y a encore lieu à des combinaisons nouvelles, soit que tous les matériaux n'ayent pas été employés, soit qu'on en puisse faire un assemblage plus heureux, ou seulement un autre assemblage.

Il paroît que M. Bianchini les a ramassés de toutes parts avec un extréme soin, & les a mis en œuvre avec une industrie singuliére. Les Siécles qui ont précédé le Déluge, vuides dans l'Histoire profane que l'on traite ici, & à laquelle on interdit le secours de l'Histoire Sainte, sont remplis par l'invention des Arts les plus nécessaires, & l'on en rapporte tout ce que les Anciens en ont dit de plus certain, ou imaginé de plus vrai-semblable. Il est aisé de voir quels sujets suivent le Déluge. Par-tout c'est un grand spectacle raisonné, appuyé non-seulement sur les témoignages que le sçavoir peut fournir, mais encore sur des réfléxions tirées de la nature des choses, & fournies par l'esprit seul, qui donne la vie à ce grand

amas de faits inanimés. Rien n'est mieux manié que les établissements des premiers Peuples en différents Pays, leurs Transmigrations, leurs Colonies, l'origine des Monarchies, ou des Républiques, les Navigations ou de Marchands ou de Conquérants, & sur ce dernier article M. Bianchini fait toûjours grand cas de ce qu'il appelle la *Thalassocratie*, l'Empire ou du moins l'usage libre de la Mer. En effet l'importance de cette Thalassocratie connüe & sentie dès les premiers temps l'est aujourd'hui plus que jamais, & les Nations de l'Europe s'accordent assés à penser qu'elles acquiérent plus de véritable puissance en s'enrichissant par un commerce tranquille, qu'en aggrandissant leurs Etats par des conquêtes violentes. Selon M. Bianchini ce n'étoit point du ravissement d'Helene qu'il s'agissoit entre les Grecs & les Troyens, c'étoit de la navigation de la Mer Egée, & du Pont Euxin, sujet beaucoup plus raisonnable, & plus intéressant, & la guerre ne se termina point par la prise de Troye, mais par un Traité de Commerce. Cela est même assés fondé sur l'Antiquité, mais de-là l'Auteur se trouve conduit à un paradoxe plus surprenant; c'est que l'Iliade n'est qu'une pure Histoire allégorisée dans le goût Oriental. Ces Dieux tant reprochés à Homere, & qui pourroient l'empêcher d'être reconnu pour divin, sont pleinement justifiés par un seul mot, ce ne sont point des Dieux, ce sont des Hommes, ou des Nations. Sesostris Roi de l'Ethiopie Orientale ou Arabie avoit conquis l'Egipte, toute l'Asie Mineure, une partie de la grande Asie, & après sa mort les Rois ou Princes qu'il avoit rendus tributaires secoüerent peu à peu le joug. Le Jupiter d'Homere est celui des Successeurs de Sesostris qui regnoit au temps de la guerre de Troye, il ne commande qu'à demi aux Dieux, c'est-à-dire, aux Princes ses Vassaux, & il ne les empêche pas de prendre parti pour les Grecs ou pour les Troyens selon leurs intérêts, & leurs passions. Junon est la Sirie appellée *blanche*, alliée de l'Ethiopie Orientale, mais avec quelque dépendance, & cette Sirie est caractérisée par les *bras blancs* de Junon. Minerve est la sçavante Egipte, Mars une Ligue de l'Arménie, de la Colchide,

de la Thrace, & de la Thessalie, & ainsi des autres. A la faveur de cette Allégorie Homere se retrouve divin, il faut avoüer cependant qu'il l'étoit déja quoiqu'on ne la connût point.

Après tout ce qui vient d'être dit, on ne s'attendroit point que M. Bianchini fût un grand Mathématicien. Naturellement le génie des vérités Mathématiques, & celui de la profonde érudition sont opposés, ils s'excluent l'un l'autre, ils se méprisent mutuellement, il est rare de les avoir tous deux, & alors même il est presque impossible de trouver le temps de satisfaire à tous les deux. M. Bianchini les posséda pourtant ensemble, & les porta loin. Il eut une occasion heureuse de donner en même temps des preuves incontestables de l'un & de l'autre. Lorsqu'au commencement de ce Siécle il fut question à Rome de l'affaire du Calendrier, dont nous avons parlé en 1700 *, & 1701 *, & que le Pape Clément XI eut fait une Congrégation sur ce sujet, M. Bianchini, qu'il en avoit nommé Secretaire, fit deux Ouvrages qui avoient rapport & à cette grande affaire & à sa nouvelle dignité, & où la Mathématique se lioit nécessairement avec l'érudition la plus recherchée. Il les publia en 1703 sous ces titres, *De Calendario & Cyclo Cæsaris, Ac de Canone Paschali Sancti Hippolyti Martiris Dissertationes duæ.* Telle est la nature de ces Ouvrages qu'on les défigureroit trop, si on vouloit en donner une idée, tout Lecteur en sentira le prix, pourvû qu'il soit assés sçavant pour les bien lire. Nous rapporterons seulement que l'Auteur s'est attaché à défendre le Canon Paschal de S[t] Hippolyte que le grand Scaliger avoit hardiment traité de *puerile*, & qui par les remarques de M. Bianchini se trouve être le plus bel ouvrage qu'on ait fait en ce genre jusqu'à la réformation du Calendrier sous Grégoire XIII. Ce devoit être un double plaisir pour un Sçavant & pour un Catholique zélé, qu'une victoire remportée en cette matiére sur Scaliger.

* p. 127. 2[de] Edit.
* p. 105. 2[de] Edit.

M. Bianchini fut purement Mathématicien dans la construction du grand Gnomon qu'il fit dans l'Eglise des Chartreux de Rome, pareil à celui que le grand M. Cassini avoit

fait dans S[t] Pétrone de Boulogne. Il en vient de naître un troisiéme dans S[t] Sulpice de Paris par les soins d'un Pasteur, qui songe à tout, & on en finit actuellement à l'Observatoire un quatriéme. Ces Gnomons ne sont que de grands Quarts de Cercle, mais plus justes à proportion de leur grandeur, & ce plus de justesse paye assés tous les soins presque incroyables de leur construction. Clément XI fit frapper une Médaille du Gnomon des Chartreux, & M. Bianchini publia une ample Dissertation *De Nummo & Gnomone Clementino*.

Il partageoit continuellement sa vie entre les recherches d'Antiquité, & les recherches de Mathématique, sur-tout celles d'Astronomie. Tantôt Astronome, & tantôt Antiquaire, il observoit ou les Cieux ou d'anciens Monuments, avec des yeux éclairés de la lumiére propre à chaque objet, ou plûtôt il sçavoit prendre des yeux différents selon ces différents objets. Nous ne donnerons pour exemple de cette remarquable alternative, que ses deux derniers Ouvrages imprimés à une année l'un de l'autre, le premier en 1727, *Camera ed Inscrizioni Sepolcrali de' Liberti, Servi, ed Uffiziali della Casa di Augusto*, &c. Le second en 1728, *Hesperi & Phosphori nova Phænomena, sive Observationes circa Planetam Veneris*.

On découvrit en 1726 hors de Rome sur la Voye Appienne un Bâtiment souterrain consistant en trois grandes Salles, dont les Murs étoient percés dans toute leur étenduë de Niches pareilles à celles que l'on fait dans les Colombiers, afin que les Pigeons s'y logent. Elles étoient remplies le plus souvent de quatre Urnes Cinéraires, & accompagnées d'Inscriptions, qui marquoient le nom & la condition des personnes, dont on voyoit les Cendres, tous étoient ou Esclaves ou Affranchis de la maison d'Auguste, & principalement de celle de Livie. L'Edifice étoit magnifique, tout de marbre, avec des ornements de Mosaïque d'un bon goût. M. Bianchini ne manqua pas de sentir toute la joye d'un Antiquaire, & de se livrer avec transport à sa curiosité. Il pensa lui en

coûter la vie, il alloit tomber de quarante pieds de haut dans ces ruines, & il fit pour ſe retenir un effort violent dont il fut long-temps fort incommodé, ce qui interrompit les obſervations qu'il faiſoit en même temps ſur Venus. Il s'enfermoit donc le jour dans le Colombier ſépulchral & ſouterrain, & la nuit il montoit dans ſon Obſervatoire. Il a donné une deſcription exacte de ce Colombier, & toutes les recherches ſçavantes qu'on peut faire à l'occaſion des Inſcriptions, ſur-tout l'explication d'un grand nombre de noms d'Offices, qui ſont ſans doute d'une excellente Latinité, vû le Siécle, mais d'une Latinité preſque perdüe aujourd'hui. En joignant le nombre des Morts de ce grand Tombeau à ceux d'un autre tout pareil découvert précédemment, & qui n'étoit non plus que pour la maiſon d'Auguſte, M. Bianchini en trouve 6000, ſans tous ceux qui devoient être diſperſés en une infinité d'autres lieux plus éloignés de Rome. Ce grand nombre n'étonne plus, dès que l'on voit par pluſieurs Charges rapportées dans les Inſcriptions, combien le Service étoit diviſé en petites parties. Telle Eſclave n'étoit employée qu'à peſer la Laine que filoit l'Impératrice, une autre à garder ſes Boucles d'Oreilles, une autre ſon petit Chien.

Les Obſervations de M. Bianchini ſur Venus nous intéreſſent davantage. Venus eſt très difficile à obſerver autant & de la maniére qu'il le faudroit pour en apprendre tout ce que la curioſité Aſtronomique demanderoit. Comme le Cercle de ſa révolution autour du Soleil eſt enfermé dans celui de la Terre, on ne la voit ni quand elle eſt entre le Soleil & nous, parce qu'alors ſon Hémiſphére obſcur eſt tourné vers nous, ni quand le Soleil eſt entre nous & elle, parce qu'alors il la cache ou l'efface. Il ne reſte que les temps où elle n'eſt ni dans l'une ni dans l'autre de ces deux parties oppoſées de ſon cours, & où même elle en eſt à un certain éloignement. Ces temps qui précédent le lever du Soleil, ou ſuivent ſon coucher, ſont courts, parce que Venus ne s'écarte pas beaucoup du Soleil, encore en faut-il néceſſairement perdre une bonne demi-heure pour attendre que Venus ſoit aſſés dégagée

des rayons de cet Astre. Mercure qui étant plus proche du Soleil, est encore plus dans le cas de ces difficultés, échappe presque entiérement aux Astronomes.

M. Cassini étant encore en Italie s'étoit appliqué en 1666 & 1667 à découvrir les Taches de Venus, pour déterminer par leur moyen son mouvement diurne ou de rotation, si elle en avoit un. Il vit des Taches à la vérité, & même une partie plus luisante, qui fait le même effet par rapport au mouvement de rotation; il crut que ce mouvement pouvoit être de 23 heures, si cependant ce n'en étoit pas un de Libration, tel que celui qu'on attribüe à la Lune, car les plus grands hommes sont les moins hardis à affirmer. Le peu de durée que pouvoit avoir chacune de ses observations, lui rendoit le tout assés incertain, & depuis ce temps-là il paroît avoir abandonné cette Planete. Ensuite M. Huguens, qui avoit découvert l'Anneau de Saturne, & un de ses Satellites, chercha inutilement des Taches dans Venus, il n'y vit qu'une lumiére parfaitement égale. Nous avons dit en 1700 * que feu M. de la Hire y avoit vû de grandes inégalités en saillie, qui pouvoient être des Montagnes, ce qui ne s'accorde ni avec M. Cassini, ni avec M. Huguens, & ne prouve que la difficulté du sujet. En dernier lieu le P. Briga Jésuite Professeur en Mathématique au College de Florence, qui travailloit à un grand ouvrage sur Venus, avoit invité tous les Observateurs de sa connoissance & en Europe & à la Chine, à chercher les Taches de cette Planete avec leurs meilleurs Télescopes, & tous lui avoient répondu qu'ils y avoient perdu leurs peines.

* p. 121. 2de Edit.

De plus il manquoit à la Théorie de Venus que sa parallaxe fût connüe par observation immédiate, elle n'étoit que tirée par des conséquences, ou des circuits, toûjours moins sûrs que l'observation. On sçait que la parallaxe d'une Planete est la différence entre les deux lieux du Ciel où on la rapporte vûë du centre de la Terre, ou vûë d'un point de sa surface, ce qui donne la grandeur dont le demi-diametre de la Terre seroit vû de cette Planete, & la distance de la Planete à la Terre.

Ce fut par la recherche de la parallaxe de Venus que M. Bianchini commença. Il voulut tenter d'y appliquer l'ingénieuse méthode trouvée par feu M. Cassini pour la parallaxe de Mars, & expliquée en 1706 *. Elle consiste à comparer à une Etoile fixe extrémement proche de la Planete dont on cherche la parallaxe, le mouvement de cette Planete, & cela pendant un temps assés long. On n'auroit pas vû assés long-temps Venus prise le matin ou le soir, mais avec des Lunettes on la peut voir en plein jour & dans le Méridien, quelquefois même à l'œil nud, & alors on avoit le temps nécessaire. Mais on ne voit pas ainsi les Fixes, à moins cependant qu'elles ne soient de la premiére grandeur, & c'étoit un pur bonheur d'en trouver quelqu'une extrémement proche de Venus vûë en plein jour & au Méridien. M. Bianchini espéra sur la foi des Tables du mouvement de Venus, que le 3 Juillet 1716, elle se trouveroit dans le Méridien à peu près avec *Regulus*, ou *le Cœur du Lion*, & en effet il vit ces deux Astres dans la même ouverture de sa Lunette. Il répéta l'observation les trois jours suivants, & après s'en être bien assûré il trouva par la méthode de M. Cassini, & vérifia encore par une autre voye, que la parallaxe de Venus étoit de 24 Secondes. Nous supprimons toutes les attentions fines & délicates qu'il apporta, le mérite n'en seroit senti que par les Astronomes, & les Astronomes supposeront aisément qu'il ne les oublia pas dans une recherche si nouvelle & si importante.

* p. 97. & suiv.

Il ne faut pourtant pas compter pour absolument sûres les 24 Secondes de la parallaxe de Venus, elles en donneroient 14 pour celle du Soleil, qui selon M. Cassini n'est que de 10, & selon M. de la Hire de 6, & ces deux noms sont d'un grand poids. C'est plûtôt la maniére de trouver la parallaxe de Venus qui est enfin trouvée par M. Bianchini, que ce n'est cette parallaxe même. Il vouloit recommencer ses observations en 1724, où Venus se devoit retrouver en passant par le Méridien dans la même position à peu près à l'égard de Regulus, position unique & prétieuse. Mais il n'eut plus alors le même lieu pour observer, & il n'en pût

avoir d'autre qui y fût propre, & quel déplaisir de dépendre tant d'un certain concours de circonstances étrangéres ! Comme Venus ne revenoit avec Regulus qu'au bout de huit ans, il se flatta de reprendre son travail en 1732, mais sa vie ne s'est pas étendüe jusque-là.

Il fut plus heureux dans l'observation, encore plus importante des Taches de Venus, qu'il fit en 1726. Ce n'étoit pas la faute de ceux qui ne les avoient point vûës, ou les avoient mal vûës, ils ne se servoient que de Verres de 50 ou 60 pieds de foyer, qui n'étoient pas suffisants. Campani, & Divini, les plus excellents Ouvriers en ce genre, en avoient fait de 100 & de 120 pieds, mais la difficulté étoit de manier des Tuyaux de cette énorme longueur, qui se courboient toûjours très-sensiblement vers le milieu. M. Huguens avoit ingenieusement imaginé le moyen de se passer de tuyau, mais il restoit encore tant d'embarras, & d'incommodités, qu'on auroit apparemment abandonné l'invention, si M. Bianchini n'eût trouvé le secret de remédier à tout. Il vint à Paris en 1712, & fit voir à l'Académie sa Machine, qui parut simple, portative, maniable, & expéditive au de-là de tout ce qu'on eût osé espérer. L'Académie a crû qu'elle en devoit la description au Public, & elle l'a donnée dans ses Mémoires de 1713 *. Il étoit dans l'ordre que l'Auteur en recüeillît le fruit. Il vit très sûrement les Taches de Venus prise dans toutes les situations où elle le peut être, & dans toute la variété, quoiqu'assés bornée, de ces situations. Ces Taches, vûës par les grands Verres qu'il employoit, ne sont que comme les Taches de la Lune vûës à l'œil nud, & si celles-ci sont des Mers, les autres en seront aussi. Il conseille à ceux qui voudront bien voir les Taches de Venus, de s'accoûtumer auparavant à regarder avec attention celles de la Lune, à bien suivre leurs contours, & à les distinguer les unes des autres. L'œil préparé par cet apprentissage en sera plus habile & plus sçavant, quand il se transportera sur Venus.

* p. 299. & suiv.

M. Bianchini en distingua assés nettement les Taches pour y établir vers le milieu du Disque sept Mers, qui se commu-

niquent par quatre Détroits, & vers les extrémités deux autres Mers sans communication avec les premiéres. Des parties, qui sembloient se détacher du contour de ces Mers, il les appella Promontoires, & en compta huit. Comme il avoit un droit de propriété sur ce grand Globe presque tout nouveau, & dû à ses veilles, il imposa des noms à ces Mers, à ces Détroits, à ces Promontoires, & à l'exemple tant des anciens Grecs qui ont mis dans le Ciel leurs Héros, que des Astronomes modernes, qui ont rempli la Lune de Philosophes & de Sçavants, il favorisa qui il voulut de ces especes d'Apothéoses, toûjours cependant avec un choix judicieux. Il avoit reçû des graces du Roi de Portugal, & il donna son nom à la premiére Mer. Pour ces autres grands Pays dont il disposoit, il les partagea entre les Généraux Portugais les plus illustres par leurs conquêtes dans les deux Indes, & entre les plus célébres Navigateurs, qui ont ouvert le chemin à ces conquêtes. Galilée & Cassini se trouvent-là, non pas tant par l'amour de M. Bianchini pour sa patrie, que parce que ces deux grands hommes, qui n'ont jamais navigé, ont été aussi utiles à la Navigation & à la connoissance du Globe terrestre, que Colomb, Vespuce & Magellan. L'Académie des Sciences & le nouvel Institut de Boulogne ont aussi leur place dans Venus. Les principaux Domaines des Sçavants ne sont point exposés à la jalousie des autres hommes.

Nous avons dit en plusieurs endroits de nos Histoires, & principalement en 1701 *, quelle est la méthode dont on se sert pour découvrir par les Taches d'une Planete, & par les circonstances de leur mouvement l'axe de la rotation, & sa position sur le plan de l'Orbite que la Planete décrit. Parce que Venus est une Planete inférieure, on ne sçauroit voir son disque entiérement éclairé du Soleil, il y a toûjours sur ce disque une ligne, qui sépare la partie obscure d'avec l'éclairée, & est une portion d'un Cercle qui vû du Soleil sépareroit les deux Hémispheres, l'un éclairé, l'autre obscur. Le plan de ce Cercle est toûjours perpendiculaire à une ligne tirée du centre du Soleil à celui de Venus, & cette ligne est nécessairement dans

* p. 101. & suiv. 2de Edit.

dans le plan de l'Orbite de Venus, ou de son Ecliptique particuliére. C'est par rapport à la ligne de la derniére illumination sur le disque de la Planete que M. Bianchini observoit le mouvement des Taches, & l'inclinaison de la ligne de ce mouvement, par-là il parvint à déterminer que l'axe de la rotation de Venus étoit incliné de 15 degrés à son Orbite ou Ecliptique.

Lorsque l'axe de rotation d'une Planete est perpendiculaire à son Orbite, comme l'est presque celui de Jupiter, cette Planete a toûjours le Soleil dans son Equateur, & ses deux Poles éclairés en même temps, elle joüit d'un Equinoxe perpétuel, & chacune de ses parties n'a jamais que la même Saison. Si au contraire l'axe de rotation est infiniment incliné sur l'Orbite, c'est-à-dire couché dans son plan, la Planete n'a un Equinoxe que deux fois dans son année, ses deux Poles ont alternativement le Soleil vertical, & chacune de ses parties a la plus grande inégalité de Saisons qu'il soit possible. L'axe de Venus est si incliné sur son Orbite qu'il s'en faut peu qu'elle ne soit dans ce dernier cas, & l'on ne connoît point de Planete, qui à cet égard différe tant de Jupiter.

M. Cassini avoit crû, ou plûtôt soupçonné que la rotation de Venus étoit de 23 heures. Il voyoit d'un jour à l'autre une certaine partie du disque avancée d'une certaine quantité, & il jugeoit qu'elle s'étoit ainsi avancée après une révolution entiére du Globe, qui par conséquent n'auroit pas duré 24 heures. Cela étoit fort possible, mais il l'étoit aussi que le Globe n'eût pas fait une révolution entiére, qu'il en eût seulement continué une, dont la lenteur auroit été nécessairement assés grande. On n'avoit point d'exemple d'une lenteur pareille dans aucune rotation de Planete, mais quoique peu vrai-semblable elle n'a pas laissé de se trouver vraye, & M. Bianchini a déterminé la rotation de Venus de 24 jours 8 heures. Selon le Sistême de M. de Mairan rapporté en cette année 1729 *, cette lenteur de la rotation de Venus est en partie une suite de la grande inclinaison de l'axe.

* p. 512 & suiv.

Enfin une découverte très-remarquable de M. Bianchini est celle du parallelisme constant de l'axe de Venus sur son

Orbite, pareil à celui que Copernic fut obligé de donner à la Terre. Ce qu'il avoit imaginé & supposé pour le besoin de son Sistême, est maintenant vérifié dans toutes les Planetes, dont on connoît la rotation, nulle variété à cet égard tandis que tout le reste varie, & Copernic a eu la gloire de deviner ce qui fait aujourd'hui une des principales Clefs de l'Astronomie Phisique. Cependant M. Bianchini craint que ce parallelisme de Venus, & quelques autres points où la bonne Astronomie le jette indispensablement, ne paroissent trop favorables à Copernic, & il a toûjours grand soin d'avertir que tout cela peut s'accorder avec Ticho. Ces précautions sont nécessaires aux Compatriotes de Galilée, une petite différence de Climat en mettroit apparemment dans leur stile.

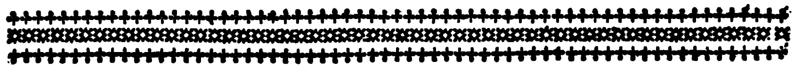
L'ouvrage sur les Phénomenes de Venus fait mention d'une Méridienne que M. Bianchini vouloit tracer dans toute l'étendüe de l'Italie, à l'exemple de la Méridienne de la France, unique jusqu'à présent. Pendant l'espace de huit années, il avoit employé tous les intervalles de ses autres travaux à faire tous les préparatifs nécessaires pour ce grand dessein, mais il n'a pas vêcu assés pour en commencer seulement l'execution.

Nous nous arrêtons-là, en avoüant que nous lui faisons tort de nous y arrêter, mais la raison même, qui nous y oblige, tourne à sa gloire. *Les Vies des Papes par Anastase le Bibliothécaire*, dont il a donné une nouvelle Edition en trois Tomes *in-folio*, enrichie d'une infinité de recherches très-sçavantes, sont un trop grand ouvrage, qui nous meneroit trop loin, sur-tout après ceux du même genre dont nous avons rendu compte, & plusieurs autres ouvrages, moins considérables seulement par le Volume, sont en trop grand nombre. Il y en a même quelques-uns qui sont des piéces d'Eloquence, & l'on dit qu'il embrassoit jusqu'à la Poësie. Il se trouve en effet dans son stile, quand les occasions s'en présentent, une force & une beauté d'expression, des figures, des comparaisons, qui sentent le génie poëtique.

L'Académie le mit dès l'an 1705 dans le petit nombre de ses Associés Etrangers.

Il mourut d'une Hidropisie le 2 Mars 1729. On lui trouva un Cilice, qui ne fut découvert que par sa mort, & toute sa vie par rapport à la Religion avoit été conforme à cette pratique secrette. La facilité, la candeur de ses mœurs étoient extrêmes, & encore plus, s'il se peut, son ardeur à faire plaisir. Il n'étoit jamais engagé dans aucune étude si intéressante pour lui, dans aucun travail dont la continuation fût si indispensable, & l'interruption si nuisible, qu'il n'abandonnât tout dans le moment avec joye pour rendre un service.

Son mérite a été bien connu, & l'on pourroit dire, récompensé, si l'on s'en rapportoit à sa modestie. Il a eu deux Canonicats dans deux des principales Eglises de Rome. Il a été Camérier d'honneur de Clément XI, & Prélat Domestique de Benoît XIII. Outre le Sécrétariat de la Congrégation du Calendrier, Clément XI lui donna par une Bulle une Intendance générale sur toutes les Antiquités de Rome, ausquelles il étoit défendu de toucher sans sa permission. Il auroit pû aspirer plus haut dans un Pays où l'on sçait qu'il faut quelquefois décorer la Pourpre elle-même par les talents & par le sçavoir, l'exemple récent du Cardinal Noris l'autorisoit à prendre des vûës si élevées & si flateuses, mais on assûre que sa modération naturelle & la Religion l'en préserverent toûjours.



E'LOGE
DE M. MARALDI.

JACQUES PHILIPPE MARALDI nâquit le 21 Août 1665 à Perinaldo dans le Comté de Nice, lieu déja honoré par la naissance du grand Cassini. Il fut fils de François Maraldi, & d'Angela Catherine Cassini, Soeur de ce fameux Astronome.

Après qu'il eut fini avec distinction le cours des Etudes ordinaires, son goût naturel le porta aux Sciences plus élevées, aux Mathématiques, & il y avoit fait tant de progrès à l'âge de 22 ans, que son Oncle établi en France depuis plusieurs années l'y appella en 1687 pour cultiver lui-même ses talents, & les faire connoître dans un pays, où l'on avoit eu un soin singulier d'en rassembler de toutes parts. Sans doute M. Cassini, étranger, & circonspect comme il étoit, ne se fût pas chargé d'un Neveu, dont il n'eût pas beaucoup espéré, & qui lui auroit été plus reproché que tout autre qu'il eût mis à la même place.

Dès les premiers temps que M. Maraldi se mit à observer le Ciel, il conçut le dessein de faire un Catalogue des Etoiles fixes. Ce Catalogue est la piéce fondamentale de tout l'Edifice de l'Astronomie. Les Fixes, qui à la vérité ont un mouvement, mais d'une extrême lenteur, & d'une quantité présentement bien connüe, & qui d'ailleurs ne changent point de situation entre elles, sont prises pour des points immobiles auxquels on rapporte tous les mouvements qui se passent au dessous d'elles, ceux des Planetes & des Cometes, & par-là il est de la derniére importance de connoître exactement & le nombre & la position de ces points lumineux, qui regleront tout. Non seulement les Télescopes ont prodigieusement enrichi le Ciel de Fixes auparavant invisibles, mais la simple

vûë plus attentive & mieux dirigée en a porté le nombre beaucoup au de-là de celui que les Anciens avoient prétendu déterminer à peu-près, & c'est proprement de nos jours qu'il n'est presque plus permis de les compter. Mais que ne peut la curiosité ingénieuse & opiniâtre? On les compte, ou du moins on leur assigne à toutes leurs places dans leurs Constellations. Le Catalogue de Bayer est celui dont les Astronomes se servent le plus ordinairement, & auquel ils semblent être convenus de donner leur confiance, mais M. Maraldi crut pouvoir porter la précision & l'exactitude au de-là de celles de tous les Catalogues connus, & il se détermina courageusement à en faire un nouveau.

Quelques efforts d'esprit que l'on fasse, & quelque assiduité qu'on y donne, on est trop heureux, quand il n'en coûte que de demeurer dans son Cabinet. Ces veilles, que les Sçavants & les Poëtes même ont tant de soin de faire valoir, prises dans le sens le plus littéral, ne sont pas des veilles en comparaison de celles qui se font en plein air & en toute saison pour étudier le Ciel; le Géometre le plus laborieux mene presque une vie molle au prix d'un Astronome également occupé de sa Science. Sur-tout, quand on a entrepris un Catalogue des Fixes, on n'a point trop de toutes les nuits de l'année, les seules que l'on ait de relâche sont celles où le Ciel est trop couvert, encore se plaint-on de cette grace de la Nature. Aussi M. Maraldi altéra-t-il beaucoup sa santé par un si long & si rude travail, il en contracta de fréquents maux d'Estomac, dont il s'est toûjours ressenti, parce qu'il ne put pas s'empêcher d'en entretenir toûjours la cause.

Cependant il communiquoit assés facilement ce qui lui avoit tant coûté. De son ouvrage, qui n'est encore que manuscrit, il en a détaché des positions d'Etoiles, dont quelques Auteurs avoient besoin, par exemple, M. Delisle pour son Globe céleste, M. Manfredi pour ses Ephémérides, M. Isaac Broukner pour le Globe dont il a été parlé en 1725*. *p. 103. & 104.

Son Catalogue n'étoit pas seulement sur le papier, il étoit tellement gravé dans sa tête, qu'on ne lui pouvoit désigner

aucune Etoile, quoique presque imperceptible à la vûë, qu'il ne dît sur le champ la place qu'elle occupoit dans sa Constellation. Puisque les Etoiles ont été appellées dans les Livres saints l'*Armée du Ciel*, on pourroit dire que M. Maraldi connoissoit toute cette Armée, comme Cirus connoissoit la sienne.

Quelquefois de petites Cometes, & qui durent peu, ne sont pas reconnües pour Cometes, parce qu'on les prend pour des Etoiles de la Constellation où elles paroissent, & cela faute de sçavoir assés de quel assemblage d'Etoiles cette Constellation est composée. Peut-être croira-t-on que ce ne seroit pas un grand malheur d'ignorer une Comete si petite & de si peu de durée qu'elle ne devoit pas dans la suite se faire remarquer; mais les Astronomes n'en jugent pas ainsi. Ils ont tous aujourd'hui une extrême ardeur pour le Sistême des Cometes, qui fait à notre égard les derniéres limites du Sistême entier de l'Univers, & ils ne veulent rien perdre de tout ce qui peut conduire à en avoir quelque connoissance, tout sera mis à profit. Il étoit difficile que des phénomenes célestes échappassent à M. Maraldi, la plus petite nouveauté dans le Ciel frappoit aussi-tôt des yeux si accoutumés à ce grand objet. Ceux qui observoient en même lieu que lui, & qui auroient pû être jaloux des premiéres découvertes, avoüent que le plus souvent c'est lui qui en a eu l'honneur.

La construction du Catalogue, des Observations soit journaliéres, soit rares, & dont le temps se fait beaucoup attendre, comme celles des Phases de l'Anneau de Saturne, des déterminations de retours d'Etoiles fixes, qui disparoissent quelquefois, des applications adroites des Méthodes données par M. Cassini, des vérifications de Théories dont il est important de s'assûrer, des corrections d'autres Théories qui peuvent recevoir plus d'exactitude, voilà tous les événements de la vie de M. Maraldi, nos Histoires en sont pleines, & ont fait d'avance une grande partie de son Eloge.

Il travailla sous M. Cassini en 1700 à la prolongation de la fameuse Méridienne jusqu'à l'extrémité Méridionale du

Royaume, & eut beaucoup de part à ce grand ouvrage. De-là il alla en Italie, & comme alors on travailloit à Rome sur la grande affaire du Calendrier, dont nous avons parlé en 1700 * & 1701 *, le Pape Clément XI profita de l'heureuse occasion d'y employer un Astronome formé par M. Cassini. Il donna entrée à M. Maraldi dans les Congrégations, qui se tenoient sur ce sujet. M. Bianchini, lié d'une grande amitié avec M. Cassini, ne manqua pas de s'associer son Neveu dans la construction d'une grande Méridienne, qu'il traçoit pour l'Eglise des Chartreux de Rome, à l'imitation de celle de St Petrone de Boulogne, tracée par celui qu'ils reconnoissoient tous deux pour leur Maître.

* p. 127. 2de Edit.
* p. 105. 2de Edit.

En 1718 M. Maraldi alla avec trois autres Académiciens terminer la grande Méridienne du côté du Septentrion. A ces voyages près, il a passé sa vie, depuis son arrivée à Paris, renfermé dans l'Observatoire, ou plûtôt il l'a passée toute entiére renfermé dans le Ciel, d'où ses regards & ses recherches ne sortoient point.

Il se délassoit pourtant quelquefois, il prenoit des divertissements. Il faisoit des observations Phisiques sur des Insectes, sur des Pétrifications curieuses, sur la culture des Plantes, partie de la Botanique, à laquelle il seroit temps que l'on songeât autant qu'on a fait jusqu'ici à la Nomenclature, qui n'est qu'un Préliminaire. Ce n'est pas que ce Préliminaire soit fini, s'il doit l'être jamais ce ne sera que dans plusieurs Siécles, mais on l'a mis en état de permettre que l'on aille desormais plus avant. Nous avons rendu compte en 1712 * de la plus importante observation terrestre de M. Maraldi, c'est celle des Abeilles, qui malgré l'agrément naturel du sujet, a demandé un travail très-fatigant par la longue assiduité de plusieurs années, & par l'extrême difficulté de bien voir tout ce qui se passoit dans ce merveilleux petit Etat.

* p. 5. & suiv.

Il ne restoit plus à M. Maraldi pour achever son Catalogue des Fixes, que d'en déterminer quelques-unes vers le Zénit & vers le Nord, & dans ce dessein il venoit de placer un Quart de Cercle mural sur le haut de la Terrasse de

l'Observatoire, lorsqu'il tomba malade. Il employa le seul remede auquel il eût confiance, une diéte austere, il s'en étoit toûjours bien trouvé, mais nul remede ne réüssit toûjours; il mourut le 1 Dec. 1729.

Son caractere étoit celui que les Sciences donnent ordinairement à ceux qui en font leur unique occupation, du sérieux, de la simplicité, de la droiture, mais ce qui n'est pas si commun, c'est le sentiment de la reconnoissance porté au plus haut point, tel qu'il l'avoit pour son Oncle. Il vouloit le veiller lui-même dans ses maladies, & il y apportoit le soin le plus attentif, & la plus tendre inquiétude, M. Cassini avoit en lui un second Fils. L'impression des bienfaits redouble de force, quand ils partent d'un homme à qui les indifférents même ne pourroient refuser de la vénération.

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRES DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M.DCCXXIX.

OBSERVATION De l'Eclipse totale de la Lune, du 13 Février 1729.

Par M. MARALDI.

LE Ciel a été fort serein durant toute l'Eclipse, mais le bord de l'Ombre étoit si mal terminé, qu'on avoit de la difficulté à distinguer son terme dans le commencement & dans la fin de l'Eclipse, ce qui a rendu un peu douteuse la détermination de ces deux phases, sur-tout celle du 19. Févr. 1729.

commencement, parce que ne sçachant pas encore quel degré d'obscurité devoit avoir l'Ombre, on doutoit si c'étoit la pénombre ou l'ombre même, tant elles étoient semblables. La différente obscurité que l'ombre de la Terre a dans les différentes Eclipses, vient en partie de la différente distance que la Lune a de la Terre dans ses Eclipses, car le cone de l'ombre est un peu différemment éclairé par les rayons du Soleil qui se rompent dans l'Atmosphere, & vont pénétrer l'ombre suivant les différentes distances que les sections de ce cone, par où passe la Lune, ont de la Terre. Dans cette Eclipse, la Lune étoit près de ses moyennes distances. Les parties du Globe de la Terre, plus ou moins inégales, par où passent les rayons du Soleil durant l'Eclipse, peuvent aussi contribuer à cette diversité d'ombre que l'on observe dans les Eclipses différentes. Un peu après le commencement de l'Eclipse, nous avons observé que l'extrémité de l'ombre étoit terminée par une espece d'Anneau un peu plus obscur que le reste de l'ombre, soit que ce fût une apparence même de l'ombre, soit que cette diversité d'ombre fût causée par des taches claires sur lesquelles tomboit cette partie d'ombre, & la faisoit paroître moins obscure. Cette apparence de l'Anneau obscur résulte des expériences que font les ombres des corps opaques éclairés par le Soleil, que nous avons rapportées autrefois à l'Académie. Dans la suite de cette Eclipse, nous n'avons pas continué de remarquer cette apparence d'Anneau.

Durant l'obscurité totale, on a toûjours vû la Lune d'une couleur rougeâtre, & elle n'a point disparu comme il est arrivé dans quelques Eclipses que nous avons observées, ce qui est arrivé cependant fort rarement. Après l'immersion totale de la Lune dans l'ombre, on voyoit la partie orientale de son disque, qui étoit la plus immergée dans l'ombre, d'une couleur plus rougeâtre que la partie orientale du même disque, qui étoit la moins immergée. Il est arrivé le contraire avant l'émersion. Vers le milieu de l'Eclipse, la partie septentrionale du disque de la Lune étoit plus sombre que la

méridionale, ce qui eſt une marque que le bord ſeptentrional de la Lune étoit plus près du milieu de l'ombre où cette ombre eſt plus denſe, que le bord méridional de la Lune. Cela eſt conforme aux hypotheſes du mouvement de la Lune, qui font connoître que la Lune dans cette Eclipſe avoit un peu de latitude méridionale.

A	6h	55′	0″	Pénombre foible à la vûë.
	7	1	0	Pénombre plus denſe.
		3	0	Pénombre forte proche de Grimaldus.
		8	50	Galileus couvert.
		14	0	L'Ombre à Ariſtarchus.
		15	4	Ariſtarchus tout couvert.
		16	44	Keplerus tout couvert.
		18	4	L'Ombre à Gaſſendus.
		19	20	Schicardus tout couvert.
		22	0	L'Ombre à Reinoldus.
		22	40	Au bord de Copernic.
		23	43	Reinoldus couvert.
		25	15	Tout Copernic couvert, & Eratoſthenes en même temps.
		27	2	Helicon couvert.
		31	50	Au bord de Tycho.
		33	8	Au milieu de Tycho.
		33	30	Au bord précédent de Plato.
		33	47	Tout Plato couvert.
		38	7	Au bord précédent de Manilius.
		39	20	Manilius tout couvert.
		41	45	A Ménélaüs.
		42	35	Milieu de Ménélaüs.
		45	22	A Plinius.
		49	47	Au bord précédent de Fracaſtorius.
		50	30	*Promontorium acutum.*
		51	24	Tout Fracaſtorius couvert.
		54	30	A Proclus.
		55	16	Tout Proclus couvert.

à	7ʰ	56′	17″	Au bord de *Mare Caſpium.*
		58	56	La moitié de l'*Intervallum.*
		59	0	Au bord ſuivant de *Mare Caſpium.*
	8	2	0	Fin douteuſe.
		3	0	On ne voit plus de lumiére.
à	9ʰ	41′	18″	Commencement de la ſortie.
		41	33	Grimaldus.
		45	40	Second bord de Grimaldus.
		49	35	Gallileus découvert.
		51	30	Schichardus découvert.
		54	34	Capuanus découvert.
		55	16	L'Ombre à Ariſtarchus.
		56	4	Ariſtarchus tout découvert.
		58	35	Keplerus tout découvert.
	10	0	30	L'Ombre au bord de Tycho.
		1	30	Au milieu de Tycho.
		2	30	La fin de Tycho.
				Lanſberge & Reinoldus découverts.
		3	40	Deux petites Taches entre Copernic & Képler.
		5	19	Commencement de Copernic.
				Héraclius eſt ſorti en même temps.
		6	43	Tout Copernic découvert.
		7	33	Eratoſthenes découvert.
		8	0	Helicon tout découvert.
		12	5	Tymocharis découvert.
		12	56	Commencement de Plato.
		14	15	Fin de Plato.
		20	35	Manilius.
		21	28	Tout Manilius découvert.
		23	50	Menelaüs.
		27	25	Plinius.
		40	19	Dionyſius découvert.
		31	0	*Promontorium acutum.*
		36	15	Proclus.

à 10h	37′	26″	Commencement de *Mare Caſpium*.
	40	5	Fin de *Mare Caſpium*.
	41	24	Fin douteuſe.
	42	0	Fin certaine.

OBSERVATION

De l'Eclipſe totale de Lune, du 13 Février 1729, faite à l'Obſervatoire Royal.

Par M. CASSINI.

NOus avions diſpoſé ſur une Machine parallactique une Lunette de 8 pieds, garnie au foyer commun de ſes Verres de divers Réticules paralleles entr'eux, pour pouvoir déterminer la quantité de la partie éclipſée de la Lune à meſure qu'elle augmentoit ou diminuoit. 19 Févr. 1729.

Le Ciel a été fort ſerein pendant la durée de l'Obſervation, cependant il a été très-difficile de déterminer avec préciſion les termes de l'Ombre d'avec ceux de la Penombre, principalement au commencement de l'Eclipſe.

Voici les Obſervations que nous en avons faites, où nous avons eu ſoin de réduire en doigts & minutes les parties de la Lune interceptées entre les Réticules.

A 7h	3′	7″	Commencement de l'Eclipſe douteux.
	4	12	Commencement certain.
	6	7	Grimaldi eſt entré.
	7	57	La Lune eſt éclipſée d'un doigt 9 minutes.
	13	37	L'Ombre à Ariſtarque.
	14	32	La Lune eſt éclipſée de 2 doigts 17 minutes.
	15	7	Ariſtarque eſt entiérement caché.
	21	23	La Lune eſt éclipſée de 4 doigts.
	22	17	L'Ombre à Héraclides.
	22	57	L'Ombre au commencement de Copernic.

à 7^{h}	24′	52″	Copernic eſt entré.
	27	27	La Lune eſt éclipſée de 5 doigts 9 minutes.
	31	17	L'Ombre au bord de Tycho.
	33	17	Six doigts 17 minutes, l'Ombre à Platon.
	38	7	L'Ombre à Manilius.
	39	17	Manilius eſt entré, la Lune eſt éclipſée de 7 doigts 25 minutes.
	41	37	L'Ombre à Ménélaüs.
	45	7	La Lune eſt éclipſée de 8 doigts 34 minutes.
	49	47	L'Ombre au Promontoire aigu.
	50	47	La Lune eſt éclipſée de 9 doigts 42 minutes.
	55	42	L'Ombre à Proclus.
	56	27	La Lune eſt éclipſée de 10 doigts 51 minut.
	59	18	L'Ombre à l'extrémité de la Mer des Criſes.
8	2	37	Immerſion totale de la Lune dans l'Ombre.

L'Immerſion totale de la Lune, dans l'Ombre de la Terre, a été déterminée avec beaucoup plus de préciſion que le commencement de l'Eclipſe.

On voyoit alors le Diſque de la Lune de la couleur d'un rouge-brun, dont la lumiére étoit plus vive du côté où étoit arrivée l'Immerſion, que de celui qui lui étoit oppoſé. Cette lumiére, que l'on ſçait être produite par la réfraction des rayons qui traverſent l'Atmoſphere, & vont ſe répandre ſur le Diſque de la Lune, paſſa ſucceſſivement vers le côté oppoſé où elle parut plus vive à l'endroit où la Lune devoit ſortir de l'Ombre.

A 9^{h}	41′	11″	Commencement de l'Emerſion.
	46	32	La partie éclipſée eſt de 10 doigts 51 minut.
	52	31	La partie éclipſée eſt de 9 doigts 43 minutes.
	54	56	Ariſtarque commence à ſortir.
10	4	41	La Lune eſt éclipſée de 7 doigts 25 minutes.
	8	11	L'Ombre eſt à Hélicon.
	10	22	La Lune eſt éclipſée de 6 doigts 17 minutes.
	13	31	Platon commence à ſortir.

à 10^h 16′	11″	La Lune est éclipsée de 5 doigts 9 minutes.
20	22	Manilius est sorti.
21	44	La Lune est éclipsée de 4 doigts.
23	27	Ménélaüs commence à sortir.
24	32	Ménélaüs est sorti de l'Ombre.
27	22	Deux doigts 52 minutes.
29	53	Le Promontoire aigu commence à sortir.
33	12	Un doigt 43 minutes.
36	12	Le commencement de la Mer Caspienne commence à sortir.
38	32	33 minutes d'un doigt.
39	54	Fin douteuse.
40	52	Fin certaine.

En comparant le commencement & la fin de l'Eclipse, on trouve sa durée de 3^h 37′ 57″, & le milieu de l'Eclipse à 8^h 52′ 5″. On trouve aussi par l'Immersion & l'Emersion totale sa demeure dans l'Ombre de 1^h 38′ 46″, & le milieu de l'Eclipse à 8^h 52′ 0″, à 6 secondes près de celui qu'on a déterminé par le commencement & la fin.

Le diametre apparent de la Lune a été observé à son passage par le Méridien, de 33′ 0″.

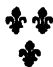
En examinant la situation de la Terre dans le temps de cette Eclipse, à l'égard du Soleil & de la Lune, on trouve que le Soleil étoit à 7^h du soir, temps du commencement de l'Eclipse, sur un Méridien de la Terre, éloigné de celui de Paris de 105 degrés vers l'Occident, c'est-à-dire, sous la longitude de 275 degrés à l'égard du premier Méridien qui passe par l'Isle de Fer.

La déclinaison du Soleil étoit alors de 13^d 10′ vers le Midi, d'où il résulte que le Soleil étoit alors au Zenith du lieu de la Terre, dont la longitude est de 275 degrés, & la latitude méridionale de 13^d 10′. Décrivant de ce point comme centre, à l'intervalle de 90 degrés, un cercle sur la surface de la Terre, il détermine la circonférence de la Terre, qui est terminée alors par les rayons du Soleil, & forme le

difque de fon ombre au commencement de l'Eclipfe.

Ce cercle paffe à l'Orient par la Mer du Sud, au Nord par la partie feptentrionale de l'Amérique, à l'Occident par la Mer Océane, où il rencontre la partie de l'Afrique qui s'avance le plus vers l'Occident, & va enfuite au de-là du Détroit de Magellan vers les Terres Auftrales, où l'on voit que la partie occidentale de l'ombre, qui a commencé à éclipfer la Lune, étoit prefque entiérement terminée par la Mer Océane.

Dans la fin de l'Eclipfe, qui eft arrivée à $10^h\ 41'$, le Soleil étoit éloigné du Méridien de Paris de 160 degrés vers l'Occident, avec à peu-près la même déclinaifon ; d'où il fuit qu'il étoit alors au Zénith du lieu de la Terre, dont la longitude eft de 220 degrés, & la latitude méridionale de 13 degrés, & un peu plus. Décrivant de ce point un grand cercle, on trouve qu'il paffe à l'Orient par la Nouvelle Hollande, l'Ifle de Borneo, les Philippines, & une partie de la Chine ; au Nord par la Terre de Jeffo, à l'Occident par l'Amérique méridionale & feptentrionale, & au Midi par la Mer du Sud, ou les Terres Auftrales ; où l'on voit que la partie orientale de l'Ombre, qui éclipfoit la Lune vers fa fin, étoit terminée par diverfes grandes Ifles & continents ; & c'eft peut-être une des raifons pourquoi l'Ombre étoit plus diftincte vers la fin de cette Eclipfe que vers le commencement ; car fi l'on fuppofe, avec bien de la vrai-femblance, que l'Atmofphere eft plus chargée de vapeurs fur la Mer que fur la Terre, les refractions des rayons qui la traverfent près de la Mer doivent caufer moins de diftinction dans l'Ombre de la Terre, que dans les lieux où ces rayons paffent près des Terres & des Continents : c'eft ce que l'on pourra vérifier par les Obfervations des Eclipfes de Lune qui arriveront dans la fuite.



OBSERVATION

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune, du 13 Février 1729 au soir, faite à l'Observatoire Royal.

Par M. GODIN.

J'AI observé cette Eclipse avec un Réticule simple, composé de quatre filets qui se coupent tous au centre d'une Lunette de 8 pieds, & forment entr'eux des angles de 45 degrés. La Lunette étoit montée sur une Machine parallactique. Cette Méthode donne les différences en Ascension droite & en Déclinaison, entre les principaux points de l'Eclipse & un point déterminé du Disque de la Lune, mais elle est sujette à certaines corrections qui dépendent du mouvement propre de l'Ombre de la Terre & de celui de la Lune. Je donnerai une autre fois les résultats de mes Observations par cette Méthode, & je comparerai alors ces Observations avec les Tables : Voici les Phases principales de cette Eclipse, & le passage des Taches par l'Ombre marquées en temps vrai. 5 Mars 1729.

Lorsque la Lune entroit dans l'Ombre.

A 7h	2'	45"	Commencement de l'Eclipse.
	5	52	Grimaldi entre dans l'Ombre.
	11	6	Galilei couvert.
	13	36	Képler entre dans l'Ombre.
	15	29	Gassendi entre dans l'Ombre.
	22	20	Copernic & Héraclides entrent.
	24	32	L'Ombre au milieu de Copernic.
	27	26	.... à Hélicon.
	32	38	.... au bord précédent de Tycho.
	33	36	.... au bord suivant de Tycho.
	33	47	.... au milieu de Platon.
	37	47	Le commencement de *Mare serenitatis* entre.

à 7^h	42′	57″	*Catharina* dans l'Ombre.
	43	58	L'Ombre à *Dionysius*.
	48	50	.... à la fin de *Mare ſerenitatis*.
	56	11	.... à *Mare Criſium*.
	57	15	.... au milieu de *Mare Criſium*.
	58	23	.... à la fin de *Mare Criſium*.
8	0	35	.... à la fin de *Mare fœcunditatis*.
	3	19	Immerſion totale.

Lorſque la Lune ſortoit de l'Ombre.

9	41	8	Recouvrement de lumiére.
	43	18	L'Ombre à Riccioli.
	44	10	.... à Grimaldi.
	46	8	Tout Grimaldi ſorti.
	48	20	L'Ombre à Galilei.
	54	50	.... au milieu de Képler.
	57	20	.... à Gaſſendi.
	59	19	.... au bord de Tycho.
10	1	17	.... au milieu.
	2	5	.... à la fin de Tycho.
	3	22	Héraclides hors de l'Ombre.
	5	13	Copernic eſt ſorti.
	7	57	Eratoſthenes hors de l'Ombre.
	8	49	Helicon ſort.
	12	59	Le bord de Platon.
	14	5	Tout Platon hors de l'Ombre.
	20	11	Le commencement de *Mare ſerenitatis*.
	23	56	*Dionyſius* ſort.
	26	17	*Catharina* ſort.
	30	15	La fin de *Mare ſerenitatis*.
	36	32	Le commencement de *Mare Criſium* ſort.
	39	19	Milieu de *Mare Criſium*.
	40	24	Fin de *Mare Criſium*.
	41	34	Fin entiére de l'Eclipſe.

Les quatre points principaux de cette Obſervation ont été

déterminés très-exactement, & s'accordent à ce qui a été observé par d'autres Astronomes; pour ce qui est des Taches, elles ne sont pas si sûres, tant à cause que l'Ombre étoit mal terminée, & que les Taches ne paroissoient pas si claires qu'à l'ordinaire, que parce que j'avois plus d'attention aux Observations par le Réticule, qui demandoient beaucoup de soin.

Par ces Observations on trouve la durée totale de l'Eclipse de $3^h 38' 49''$, & la demeure de la Lune dans l'Ombre de $1^h 37' 49''$. Le temps de l'Immersion entiére du disque de la Lune est de $1^h 0' 34''$, & celui de son Emersion de $1^h 0' 26''$; d'où, en ayant égard aux variations du mouvement apparent de la Lune & de l'Ombre, on trouve le milieu véritable de l'Eclipse à $8^h 52' 13'' \frac{1}{2}$.

Dans cette Eclipse, l'Ombre ne m'a pas paru bien terminée, elle étoit assés peu dense, sur-tout vers le commencement; la Lune parut de couleur rouge-brun d'abord vers l'endroit où s'étoit faite l'Immersion totale, & ensuite vers celui où se devoit faire l'Emersion. Peut-être que ces apparences ont des causes assés proches de nous, & qu'il ne seroit pas impossible de déterminer. Quelques-uns croyent que ces différentes couleurs qui paroissent dans les Eclipses de Lune, sont produites en général par les diverses réfléxions des rayons de lumiére qui viennent des lieux qui ont pour ces moments-là le Soleil à l'horison, c'est-à-dire, qui se trouvent sous le Cercle appellé par les Astronomes *lucis & umbræ Determinator*.

Voy. l'Hist. de l'Acad. an. 1704. p. 60.



OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune, du 13 Février 1729, qui a été totale avec demeure.

A Carré près d'Orléans.

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.

26 Févr. 1729.

Commencement de l'Eclipse à	6h	58′	0″	temps vrai.
Immersion de la Lune dans l'Ombre à	8	0	40	
Emersion à	9	41	53	
Fin entiére de l'Eclipse à	10	45	0	
Demeure de la Lune dans l'Ombre	1	41	13	
Durée de l'Eclipse entiére	3	47	0	

Calcul de la même Eclipse par les Eléments dont je me sers ordinairement, que j'ai indiqués, partie dans les Mémoires de l'Académie de 1724, partie dans ceux de 1726.

Commencement de l'Eclipse à	6h	58′	2″.
Immersion de la Lune dans l'Ombre à	8	0	42
Emersion à	9	41	53
Fin de l'Eclipse entiére à	10	44	34
Demeure de la Lune dans l'Ombre	1	41	11
Durée de l'Eclipse entiére	3	46	22
Milieu de l'Eclipse à	8	51	18
Opposition véritable à	8	52	31

Il faut ajoûter à toutes ces phases 1′ 32″ pour avoir le temps vrai à Paris.

On voit que ce calcul s'accorde avec l'Observation, autant qu'on peut le souhaiter dans une Eclipse de Lune dont les

phases ne se déterminent pas avec la même précision que celles des Eclipses de Soleil, car celles-ci peuvent être observées à 2 ou 3 secondes de temps près, au lieu que celles de Lune ne le peuvent gueres être qu'à près d'une minute, encore la première phase, c'est-à-dire le commencement de l'Eclipse, est-elle si incertaine, qu'on a de la peine d'en juger à une minute près : & j'ai remarqué qu'on l'avoit avec plus de précision, lorsqu'on l'observoit à la vûë simple, que quand on observoit avec des Lunettes.

Il ne s'est rien passé de fort remarquable dans cette Eclipse, il n'y a point eu d'Etoile qui ait été éclipsée par la Lune, la Lune n'a point entiérement disparu pendant l'obscurité totale, comme quelques Astronomes disent l'avoir quelquefois observé. La Lune a été pendant toute l'obscurité totale d'une couleur rougeâtre, mais assés éclairée pour qu'on ait toûjours vû ses Taches.

Ceux qui l'ont observée, peuvent avoir remarqué que le bord du disque de la Lune, pendant l'obscurité, sur-tout celui qui étoit du côté du centre de l'Ombre de la Terre, étoit sensiblement plus éclairé que le reste du disque, de la même maniére que les Peintres ont coûtume de peindre les extrémités des corps qu'ils veulent réprésenter sur un fond obscur, qu'ils laissent plus clairs que le reste, afin de le détacher de ce fond, ce qu'ils appellent un *reflet*. Au reste toutes les Eclipses de Lune que j'ai calculées suivant ces mêmes Eléments, ce sont toûjours accordées avec les Observations que j'en ai faites avec toute la précision qu'on peut attendre de ces sortes d'Observations. Et non seulement toutes les Eclipses de Lune que j'ai observées moi-même, mais j'en ai calculées un assés grand nombre que j'ai tirées des Observations de différents Astronomes, comme de Tycho-Brahé, d'Hévélius dans son Livre intitulé *Machina cœlestis*, que j'ai, & de M. Flamsted, je ne suis tombé sur aucune qui ne se soit trouvée très-exactement représentée par mon calcul, mais ce n'est pas la même chose des Eclipses de Soleil, ce qui fait voir qu'il y a quelque Elément qu'il faut employer différem-

ment dans les Conjonctions & dans les Oppositions, ce qu'on ne fait pas.

Je ne trouve pas non plus qu'il soit nécessaire de faire une correction au Nœud de la Lune, qui me paroît avoir un mouvement très-uniforme.

MEMOIRE

Sur le Calcul analytique & indéfini des Angles des Triangles rectilignes & sphériques, indépendamment des Tables des Sinus, & sur les MINIMUM & les MAXIMUM de ce Calcul.

Par M. DE LAGNY.

9 Févr. 1729.

DANS le Mémoire que je donnai l'année derniére sur ce sujet, je m'engageai à déterminer les *Minimum* & les *Maximum* de ce calcul, afin de pouvoir comparer dans tous les cas possibles les avantages & les desavantages des différentes Méthodes.

C'est ainsi qu'en calculant le calcul même, on est en état de choisir sûrement & démonstrativement la meilleure des Méthodes.

PRÉPARATION ET CONSTRUCTION.

Fig. 1. 1.° Soit construit sur la ligne droite *AB*, prise à discrétion, le Triangle rectiligne, rectangle & isoscele *ABC* rectangle en *B*.

2.° Du point *A*, comme centre, & de l'intervalle *AB*, soit décrit le demi-quart de Cercle *BD* qui coupe au point *D* l'hypothenuse *AC*.

3.° Divisés par la Méthode ordinaire ce demi-quart de Cercle en trois parties égales aux points *E* & *F*, ensorte que les trois arcs *DE*, *EF* & *FB* soient égaux.

4.° Abbaissés de ces trois points *D*, *E*, *F*, sur le rayon

AB, les trois perpendiculaires *DG*, *EH* & *FI*.

5.° Entre les deux points *D* & *E*, prenés à discrétion un point quelconque *K*, duquel point vous abbaisserés sur le rayon *AB* la perpendiculaire ponctuée *KL*, & tirés le rayon ponctué *AK*, le Triangle *AKL* représentera en général tous les Triangles rectangles de la premiére classe, c'est-à-dire, tous les Triangles rectangles dans lesquels l'hypothénuse *AK* est moindre ou non plus grande que le double du plus petit côté *KL*.

Dans le premier & le plus simple de tous les cas, ou exemples en nombres, l'hypothénuse *AK* peut être représentée par le nombre 5, le côté moyen *AL* par le nombre 4, & le petit côté *KL* par le nombre 3. Ce qui formera le premier & le plus simple de tous les Triangles rectangles en nombres & de la premiére classe; sçavoir, le Triangle 3, 4 & 5.

Le Triangle rectangle & isoscele *ADG* est le premier & le plus grand des Triangles de cette premiére classe. C'est aussi le premier *Minimum* pour le calcul *goniométrique;* car on connoît, sans aucun calcul, la grandeur de ses deux angles aigus *ADG* & *GAD*, qui sont chacun la moitié de l'angle droit.

6.° Entre les deux points *E* & *F*, prenés à discretion un point quelconque *M*, duquel point vous abbaisserés sur le rayon *AB* la perpendiculaire ponctuée *MN*, & tirerés le rayon *AM*.

Le Triangle *AMN* représentera en général tous les Triangles rectangles de la seconde classe, c'est-à-dire, tous les Triangles rectangles dans lesquels l'hypothénuse est plus grande ou non plus petite que le double du petit côté *MN*.

Dans le premier & le plus simple de tous les cas ou exemples en nombres, l'hypothénuse *AM* peut être représentée par le nombre 13, le côté moyen *AN* par le nombre 12, & le petit côté *MN* par le nombre 5; ce qui formera le premier & le plus simple de tous les Triangles rectangles en nombres & de la seconde classe; sçavoir, le Triangle 5, 12 & 13.

Le Triangle *AEH* est en même temps & le dernier & le

plus petit des Triangles de la premiére classe, parce que l'hypothénuse *AE* étant précisément double du petit côté *EH*, elle n'excede *analogiquement* ce double que de zero.

Il est aussi en même temps, & par la même raison d'analogie, le premier & le plus grand des Triangles rectangles de la seconde classe. Ainsi le côté *EH* est le terme commun où finit la Série des Triangles de la premiére classe, & où commence la Série des Triangles de la seconde classe.

Cette derniére Série commençe donc au point *E*, & finit ou se termine au point *B*, extrémité du rayon *AB*, & elle finit par la coïncidence *analogique* de la derniére hypothénuse avec le rayon *AB*.

Ce même Triangle *AEH* est le second *Minimum* du calcul *goniométrique*, parce qu'on connoît, sans aucun calcul, la grandeur de ses deux angles aigus; sçavoir *EAH*, qui est le tiers de l'angle droit, & par conséquent *HEA*, qui en est les deux tiers.

Entre l'infinité de ces Triangles de la seconde classe, il y en a un qui mérite une attention particuliére, c'est le Triangle *AFI* formé par la bissection de l'arc *BE* au point *F*, par le rayon *AF*, & par la perpendiculaire *FI* abbaissée du point *F* sur le point *I* du rayon *AB*.

Il est évident, par cette construction, que l'angle *FAI* est la sixiéme partie de l'angle droit. Cet angle est le *Maximum quod non* des angles à trouver, c'est un angle de 15 degrés, & par conséquent l'angle *IFA* est un angle de 75 degrés; c'est un troisiéme *Minimum* du calcul *goniométrique*.

Ce Triangle *FAI* a ses trois côtés incommensurables; car le côté moyen *AI* étant supposé égal à *I*, le petit côté *FI* sera aisément démontré égal à $2 - \sqrt{3}$, & par conséquent le quarré de l'hypothénuse *AF* est égal à $8 - 4\sqrt{3}$, qui n'est pas un quarré rationnel; mais comme il ne s'agit uniquement dans le calcul *goniométrique* que de la mesure des angles dans les Triangles dont les rapports des côtés sont exprimés *exactement* par des nombres entiers, ou qui peuvent l'être *indéfiniment près* par des Séries indéfinies, dont tous les termes sont des

des fractions rationnelles & indéfiniment convergentes, il faut substituer à l'irrationnel $2 - \sqrt{3}$ un terme indéfini de l'une des deux Séries suivantes, l'une par défaut, & l'autre par excès. Sçavoir :

La Série par défaut est $2 - \sqrt{3} = \frac{0+}{1}, \frac{1+}{4}, \frac{4+}{15}, \frac{15+}{56}, \frac{56+}{209}, \frac{209+}{780}$, &c. à l'infini. La formule générale & génératrice est pour le terme antécédent quelconque $\frac{a}{b}$; & pour le terme conséquent, c'est $\frac{b}{4b-a}$.

La Série par excès est $2 - \sqrt{3} = \frac{1-}{3}, \frac{3-}{11}, \frac{11-}{41}, \frac{41-}{153}, \frac{153-}{571}$, &c. à l'infini. La formule générale & génératrice est semblable à celle de la Série précédente; sçavoir, $\frac{c}{d}$ pour le terme antécédent, & $\frac{d}{4d-c}$ pour le terme conséquent.

C'est un Corollaire aisé à tirer de la transformation donnée de l'irrationnel $\sqrt{3}$ en Séries de fractions rationnelles.

L'infinitiéme terme est également dans les deux Séries ce même binome irrationnel $2 - \sqrt{3}$.

Mais on n'admet ici (de même que dans tous les calculs trigonométriques) que les côtés des Triangles exprimés par des nombres entiers. Soit que ces côtés soient des lignes droites, ou bien des arcs de grand Cercle, il s'agit toûjours de trouver les valeurs des angles par les valeurs des arcs qui doivent servir de mesure à ces angles. On commence par déterminer indéfiniment la valeur de ces arcs réduits en lignes droites relativement au rayon du Cercle, qui est toûjours la valeur constante & l'homogene de comparaison; ensorte que pour l'entiére perfection de la Méthode *goniométrique*, la différence entre la valeur réelle de l'arc & la valeur trouvée par la Méthode doit être démonstrativement moindre qu'aucune partie aliquote donnée de ce rayon; qu'elle soit, par exemple, moindre que la centiéme, que la milliéme, que la cent-milliéme, que la cent-millionniéme, &c. partie du rayon, & par

conféquent que l'angle ou l'arc cherché foient déterminés indéfiniment avec toute l'exactitude *poffible*, par rapport à la valeur conftante de l'angle droit, ou, pour parler plus exactement, par rapport à la fixiéme partie de l'angle droit, qui eft, comme je l'ai dit ci-deffus, & comme je l'ai démontré dans les Mémoires des années 1724 & 1725, le feul véritable homogene de comparaifon pour la mefure des Angles, de même que l'Arc de 15 degrés eft le feul véritable homogene de comparaifon pour la mefure des arcs de Cercle.

L'on peut infcrire dans le demi-quart de Cercle un Triangle rectiligne & rectangle, femblable à tout Triangle donné. Car tout Triangle rectiligne, fcalene & rectangle a néceffairement l'un de fes deux angles obliques plus petit que la
Fig. 1. moitié de l'angle droit. On pourra donc faire au point A, avec la ligne conftante AB, un angle aigu, comme, par exemple, BAK égal au plus petit des deux angles aigus du Triangle rectangle & fcalene donné, & achevant le Triangle AKL par la perpendiculaire KL abbaiffée fur le rayon AB, on aura un Triangle rectiligne rectangle & fcalene femblable au Triangle donné. *Ce qu'il falloit faire.*

Fig. 2. Le Triangle ADG eft un *Maximum* par rapport à l'aire de tous les Triangles rectangles qu'on peut infcrire dans le demi-quart de Cercle ABD, comme, par exemple, par rapport au Triangle rectangle AKL.

On peut aifément le démontrer par la Méthode de *Maximis* & *Minimis*; mais on peut le démontrer encore plus fimplement, & d'une maniére plus élégante & plus lumineufe, en conftruifant fur la ligne AD, hypothénufe commune du Triangle ADG & de tout autre, comme ADL, car le Triangle rectangle & ifofcele ADG dans le demi-Cercle $AGLD$, dont le diametre AD fert de bafe commune, il eft évident que la hauteur BG eft plus grande que la hauteur CL. Donc, &c.

Un Problême de *Maximis* & de *Minimis* n'eft parfaitement réfolu que lorfqu'on a déterminé, par une formule générale, l'excès du *Maximum* fur les autres grandeurs géométriques &

homogenes qu'on lui compare ; or dans ce cas-ci, l'excès de l'aire du Triangle *ADG* ſur le Triangle *AKL* eſt trop aiſé à déterminer pour qu'on s'y arrête.

On ſçait auſſi que ſi l'on ſuppoſe *AD* $= 2$, on aura *AG* $=$ *DG* $= 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$; ce $\sqrt{2}$ eſt le premier & le plus ſimple des irrationnaux.

On ſçait auſſi que l'hypothénuſe *AE* eſt préciſément double du petit côté *EH*, & que prenant *AE* $= 2$, on aura *EH* $= 1$, & par conſéquent *AH* $= 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$; c'eſt après $\sqrt{2}$ le plus ſimple des irrationnaux, car 2 ſurpaſſe le premier quarré parfait 1 ſeulement d'une unité, de même que 4 ſecond quarré parfait ne ſurpaſſe 3 que d'une unité. Ces deux nombres irrationnaux $\sqrt{2}$ & $\sqrt{3}$, réduits en Série rationnelle, ſont le fondement de tout le calcul cyclométrique & goniométrique.

L'arc *DE* eſt en un ſens le lieu géométrique de tous les ſommets *K* des Triangles rectilignes & rectangles de la premiére claſſe, comme *AKL* qui repréſente ici toute la Série infinie des Triangles de cette claſſe ; & de même l'arc *EB* eſt le lieu géométrique de tous les ſommets, comme *M*, des Triangles de la ſeconde claſſe, comme *AMN* qui en repréſente ici toute la Série infinie. Fig. 1.

Or l'arc *DE* étant par conſtruction la moitié de l'arc *EB*, il ſemble d'abord qu'on peut conclurre que dans la double infinité de ces Triangles il y en a deux fois plus de la ſeconde claſſe que de la premiére.

Mais d'ailleurs le lieu géométrique des côtés moyens des Triangles de la premiére claſſe s'étendant à tous les points depuis *AG* juſqu'à *AH* incluſivement, c'eſt la ligne *GH* qui eſt le véritable lieu géométrique de tous les ſommets des Angles droits de ces Triangles de la premiére claſſe, comme *HB* eſt le lieu géométrique de tous les ſommets des Angles droits des Triangles de la ſeconde claſſe ; on doit conclurre que le nombre infini des Triangles de la premiére claſſe eſt

au nombre infini des Triangles de la ſeconde claſſe, comme *GH* eſt à *HB*.

Or il eſt démontré que ſuppoſant $AB = 2$, on aura $DG = AG = \sqrt{2}$, & $AH = \sqrt{3}$. Donc $GH = AH - AG = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, & $HB = AB - AH = 2 - \sqrt{3}$. Mais le rapport de $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ à $2 - \sqrt{3}$ eſt bien différent du rapport de 1 à 2, & l'on doit s'en tenir à ce dernier rapport, parce que la ligne droite, préférablement à toute ligne courbe, doit être priſe pour meſure numérique en pareil cas. Je ne parle ici que des *Triangles primitifs*, à l'excluſion des *Triangles compoſés*, parce qu'en matiére de Géométrie un ſeul Triangle primitif repréſente parfaitement la Série entiére & infinie des Triangles compoſés de ce Triangle primitif, dont chaque côté étant diviſible à l'infini, repréſente lui ſeul tous les rapports des Triangles ſemblables & compoſés poſſibles; ainſi 5, 4, 3, premier Triangle primitif de la premiére claſſe, repréſente les Triangles compoſés 10, 8, 6 & 15 : 12, 9, &c. & tous les autres à l'infini.

Fig. 1. L'arc *DK* eſt égal à l'excès du demi-quart de Cercle *BD* ſur *KB*, meſure de l'angle cherché *KAB* dans ce Triangle de la premiére claſſe; par conſéquent connoiſſant indéfiniment près par ma formule le petit arc *DK* (qui peut être indéfiniment plus aiſé à meſurer que l'arc *KB*) on connoîtra indéfiniment près l'arc *BK*, & par conſéquent auſſi l'angle cherché *BAK*. J'ai démontré cette propoſition dans les Mémoires de 1725, depuis la page 303, ligne 3, juſqu'à la page 308, ligne 10, incluſivement.

Dans les mêmes Mémoires, depuis la page 308, ligne 10, juſqu'à la page 310, ligne 20, j'ai démontré que l'arc *Ba* eſt égal à la moitié de l'arc *BM* pour la ſeconde claſſe, & par conſéquent on connoîtra auſſi l'angle cherché *MAB*. *Ce qu'il falloit trouver.*

J'entends par Triangle *ſubſidiaire*, comme 7, 1 & $5\frac{1}{2}$, un Triangle dérivé du Triangle propoſé, comme 3, 4 & 5, par une ſimple analogie, enſorte que les angles du *ſubſidiaire*

ſont calculés indéfiniment plus promptement & plus aiſément que ceux du Triangle propoſé, & que ceux-là étant connus, ceux-ci le ſont auſſi, ou par une ſimple addition, ou par une ſimple ſouſtraction, ou par la ſimple duplication.

Le premier terme de ma Série donne toûjours plus que les dégrés & les minutes juſtes à moins d'une minute près, &c. & il eſt aiſé de déterminer l'approximation en dégrés, minutes, ſecondes, tierces, quartes, &c. à l'infini pour chaque terme de la Série dans les cas les moins favorables, & à plus forte raiſon dans les cas les plus favorables. *Voyés ſur ce ſujet les Mémoires de 1724 & de 1725.*

COROLLAIRE.

Les trois *Minimum* définis pour le calcul des Angles des Triangles rectilignes ſont donc,

1.° Le Triangle équilatéral dont ſuppoſant un ſeul côté connu, il eſt évident que les trois angles & les trois côtés ſont auſſi connus ſans aucun calcul, & même l'aire en eſt connüe analytiquement par le rapport de 4 à $\sqrt{3}$, ou indéfiniment connüe par la transformation de l'irrationnel $\sqrt{3}$ en l'une des deux Séries rationnelles que j'ai données dans les Mémoires de l'Académie.

2.° Le Triangle rectangle & iſoſcele, dont un ſeul des trois côtés étant connu, les trois angles ſont parfaitement connus ſans aucun calcul, & les côtés le ſont auſſi par une ſimple extraction de racine quarrée.

3.° Le Triangle rectangle, moitié parfaite du Triangle équilatéral.

REMARQUE PREMIÉRE.

Tout Triangle rectiligne & rectangle eſt *ſuffiſamment* déterminé par deux ſeuls côtés donnés en nombres, ſoit que ces deux côtés donnés ſoient les deux côtés d'autour de l'angle droit (on pourroit, pour abbréger, les appeller *côtés conjugués*, comme on appelle *axes conjugués*, dans les Ellipſes & les Hyperboles, ces axes qui ſe coupent à angles droits) au reſte

lorſque l'hypothénuſe eſt irrationnelle dans la ſeconde claſſe, ou l'un des deux côtés donnés dans la premiére claſſe, en ce cas on fera évanoüir l'irrationnalité, en ſe ſervant de la formule que j'ai donnée pour la Tangente de l'Arc double, prenant le rayon $= r$, qui eſt le côté moyen irrationnel du ſecond degré, & t pour la Tangente de l'Arc ſimple, & la Sécante $= s$, cette formule eſt $\frac{2rrt}{1rr-1tt}$ pour la Tangente, & $\frac{rs^2}{1rr-1tt}$ pour la Sécante de l'Arc ou de l'Angle double, leſquelles étant connües, on connoîtra l'Angle double, & par conſéquent l'Angle ſimple cherché.

REMARQUE SECONDE ET GÉNÉRALE.

Plus le rapport donné en nombres pour les deux côtés d'autour de l'Angle droit dans un Triangle rectangle approche du rapport d'égalité, plus le calcul eſt aiſé & prompt pour la meſure des Angles, comme pour le Triangle 20, 21 & 29, ou plus il approche du rapport d'égalité entre l'hypothénuſe & le côté moyen, comme dans le Triangle 9, 40 & 41. Au contraire le calcul eſt d'autant plus long que ce rapport donné approche plus du rapport de $\sqrt{3}$ à 1, qui eſt pourtant un *Minimum*, ou que plus il approche du rapport $2+\sqrt{3}$ à 1, qui eſt un autre *Minimum*.

En général le calcul eſt toûjours fort aiſé, lorſque le côté moyen eſt multiple du petit côté, comme dans les rapports de 5 à 1, de 7 à 1, &c. & plus la multiplicité eſt grande, & plus encore à proportion le calcul eſt prompt & aiſé; car dans la Série $\frac{3rrt-1t^3}{3r^2}$, $\frac{7rrt^3-1t^5}{35r^6}$, le calcul eſt d'autant plus aiſé & plus prompt, que r repréſente un plus grand nombre, & t un plus petit nombre, comme ſi $r = 10$ & $t = 1$, où $r = 1$ & $t = \frac{1}{10}$, on aura

Pour le 1.er terme $\frac{3r^2-1}{3r^3}+$ & il a pour limites $\frac{1}{5r^5}-$.

Pour le 2.d terme $\frac{7r^2-5}{35r^7}+$ & il a pour limites $\frac{1}{9r^9}-$.

Pour le 3.me terme $\frac{11r^2-9}{99r^{11}}+$ & il a pour limites $\frac{1}{13r^{13}}-$.
Et ainſi de ſuite. Or ces limites prouvent une approximation indéfinie & très-prompte.

Pour rendre très-ſenſible l'avantage immenſe de ce calcul, il ſuffira d'ajoûter ici l'exemple précédent de cette eſpece de *Minimum*.

Soit ABC le Triangle rectiligne donné rectangle en B, dont le côté moyen AB d'autour de l'Angle droit ſoit décuple du petit côté BC. Il s'agit de connoître indéfiniment près, très-promptement & très-facilement, la valeur de l'Angle aigu BAC, ſans ſe ſervir des Tables des Sinus. Fig. 3.

Du point A, comme centre, & de l'intervalle AB, comme rayon, décrivés le petit arc Bd, dont la tangente eſt Bc.

Soit ce rayon toûjours conſtant, $=r=1$, & la tangente $Bc=t=\frac{1}{10}$, & l'arc $Bd=x$, l'on aura, ſuivant ma formule, $x=\frac{3rr-1}{3r^3}=\frac{300-1}{3000}=\frac{299}{3000}$, dont les limites ſont $\frac{1}{5r^5}=\frac{1}{500000}$; donc dès le premier terme on a la valeur cherchée de l'arc Bd relativement au rayon AB à moins de $\frac{1}{500000}$, c'eſt-à-dire, à moins d'une cinq cens milliéme partie de ce même rayon AB, & par conſéquent à moins de la partie correſpondante de la circonférence du Cercle indéfiniment aiſée à déterminer.

Le ſecond terme, qui eſt $+\frac{7rr-5}{35r^7}$, étant ajoûté au premier, les limites de ſa ſomme ſont $\frac{1}{9r^9}-=\frac{1}{9000.000.000}$, ou à moins de la partie correſpondante de cette même circonférence, ou de la 24me partie, qui eſt le *Maximum* conſtant de l'Arc qui ſert de meſure à tout Angle *ſubſidiaire*, de même que la demi-circonférence eſt le *Maximum* de tout Angle primitif & propoſé rectiligne, curviligne ou mixtiligne quelconque.

Si le rayon entier du Cercle eſt ſuppoſé courbé en arc du même Cercle, ce rayon ainſi courbé répondra à 57^d, 17',

$43''$, $48'''$, &c. 40^{x}, ainſi l'on trouvera à combien répondra la $\frac{1}{500000}$ du même rayon ? il faut commencer par réduire ces 57^{d}, $17'$, $43''$, $48'''$, &c. 40^{x} en minutes du genre auquel on ſe fixe, & l'on aura la valeur cherchée à moins de la cinq cens milliéme, & enſuite à moins de la neuf mille millionniéme, & enſuite de la neuf billionniéme partie de ce même rayon *AB,* & par conſéquent à moins de la très-petite partie du Cercle correſpondante, & aiſée à déterminer.

Le troiſiéme terme $\frac{11rr-2}{99r^{11}}$ ajoûté aux deux premiers termes, donne la valeur cherchée à moins de $\frac{1}{13000.000000.000000}$, c'eſt à moins de la treize trillionniéme partie de ce même rayon, & ainſi de ſuite.

On pourra, ſi l'on veut, réduire par une ſimple Regle de Trois ces valeurs en degrés, minutes, ſecondes, tierces, &c. à l'infini.

OBSERVATIONS

Fig. 1.re

C D V K T E M S F R a b o u y t h g G L H N I P B x

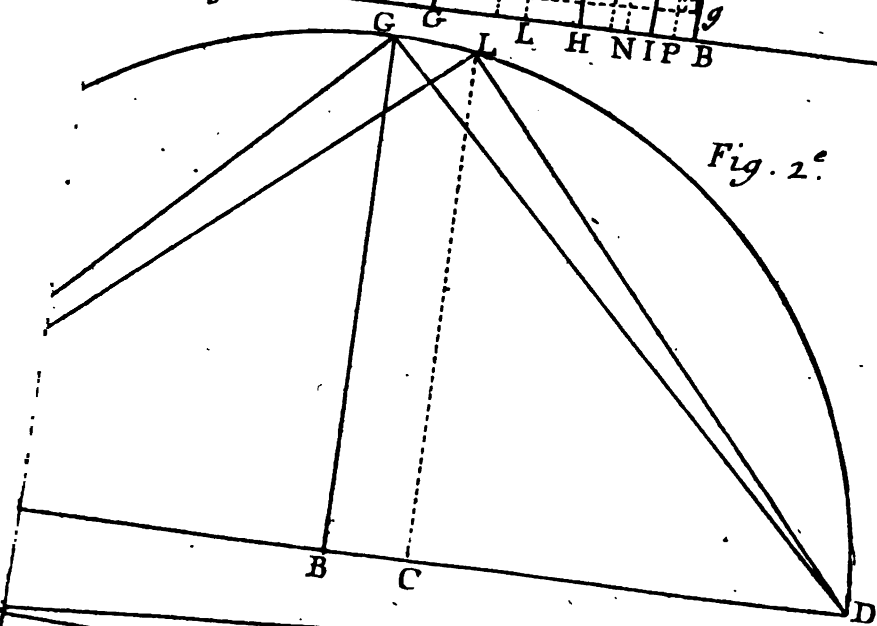


Fig. 2.e

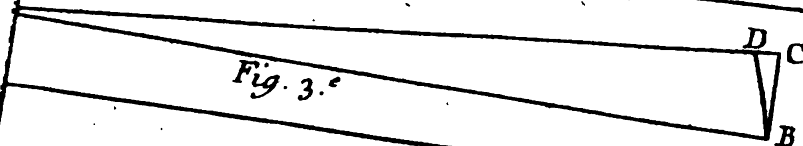


Fig. 3.e

Ph. Simonneau Sculp.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES
Sur la Rotation, la Pronation, la Supination, & d'autres mouvements en rond.

Par M. WINSLOW.

ON sçait que par le mot de *Rotation* les Anatomistes entendent des mouvements réciproques d'une partie du Corps humain autour de la longueur ou de l'axe de la même partie, & qu'ils appliquent spécialement ce terme aux demi-tours réciproques de la Cuisse, par lesquels l'Homme étant debout, tourne le bout du pied en dehors & en dedans. 9 Avril 1729.

J'ai employé ce même terme dans mon Mémoire de 1720, à l'occasion des demi-tours du Bras, & dans un autre Mémoire, pour expliquer les demi-tours de la Jambe fléchie. Je m'en sers encore en général par rapport à tous les autres demi-tours semblables qui s'observent dans les mouvements du Corps humain. Tels sont ceux de la Tête, du Col, du Thorax, du Bassin, & même de tout le Tronc, par lesquels on tourne ces parties à droit & à gauche. On peut encore rapporter à la Rotation les demi-tours réciproques de la Main, que les Anatomistes appellent *Pronation* & *Supination*, & qui se font principalement par le moyen du Rayon; je dis *principalement*, parce que j'ai observé que ce n'est pas toûjours cet os seul qui est mû pour faire la Pronation & la Supination, comme on le croit & on le montre communément. J'en rendrai raison ci-après.

Outre cette espece de mouvement en rond, il y en a une autre que l'on peut appeller *mouvement en fronde* ou *en cone*, en ce que dans cette occasion l'une des extrémités de la partie roule dans un petit espace comme autour d'un centre, pendant que l'autre extrémité fait un contour en cercle plus ou moins grand, & que le tout par ce même mouvement

décrit une figure conique. C'eſt ce qui paroît, quand le bras étant étendu, on forme un rond ou cercle avec le bout des doigts, ou qu'étant debout, on trace un grand contour avec la pointe du pied; car alors la tête de l'os du bras & celle du fémur roulent dans leurs articulations, pendant que tout le reſte du bras & de la cuiſſe parcourt un plus grand eſpace ou chemin par leurs tournoyements.

Columbus, Anatomiſte Romain, & contemporain de Véſale, avoit déja remarqué dans ſa deſcription des Muſcles du Bras & des Muſcles droits de l'Oeil, que cette eſpece de mouvement en rond n'eſt que la combinaiſon ſucceſſive de l'action des Muſcles Releveurs, Abbaiſſeurs, Adducteurs & Abducteurs. Ce n'eſt pas ſeulement avec le bras & la cuiſſe que l'on peut faire ce tournoyement, on le peut encore avec l'avant-bras fléchi, la jambe fléchie, la main & le pied; on le peut auſſi avec la tête & le tronc. La mécanique en eſt différente dans les différentes parties. Le mouvement conique du bras & de la cuiſſe ſe fait par une ſeule articulation. Celui de l'avant-bras fléchi & de la jambe fléchie ne ſe peut faire que par le moyen de pluſieurs articulations. Il eſt évident qu'il en faut encore davantage pour la tête & le tronc en pareilles occaſions.

On deſtine communément certains Muſcles pour faire la Rotation ou les demi-tours réciproques de la cuiſſe, & on les appelle *Muſcles Rotateurs* de cette partie. Il eſt certain qu'ils y contribüent, quand la cuiſſe eſt dans une même ligne droite avec le corps, comme quand on eſt droit debout, ou couché de tout ſon long. Mais la cuiſſe étant fléchie comme quand on eſt aſſis, ces muſcles ne peuvent point du tout faire cette rotation, ni y contribuer en la moindre choſe; car alors ils deviennent abducteurs ou adducteurs, & ceux que l'on borne ordinairement à l'abduction ou l'adduction deviennent rotateurs. Ainſi il faut néceſſairement diſtinguer la Rotation de la cuiſſe étendüe d'avec celle de la cuiſſe fléchie, & non pas attribuer l'une & l'autre aux mêmes muſcles. Je n'entre pas ici dans le détail de tous les Muſcles qui concourent à

ces mouvements, ni de l'attitude de l'os du fémur, qui ne peut point du tout faire une vraye Rotation, selon l'idée & le langage ordinaire des Anatomistes, à cause de l'angle de sa partie supérieure. Cette observation n'est pas une pure curiosité, j'en ferai voir l'utilité particuliére dans une autre occasion.

La Rotation de l'avant-bras, que les Anatomistes appellent *Pronation* & *Supination*, est attribuée pour l'ordinaire uniquement aux demi-tours réciproques de l'os du rayon. On veut que l'os du coude n'y contribüe en rien. On prétend même le montrer clairement sur le Squelette aussi-bien que sur le Cadavre, dans toutes les attitudes de l'avant-bras, soit qu'il soit étendu ou plus ou moins fléchi. J'ai néantmoins observé que dans les Pronations & Supinations les plus ordinaires & tout-à-fait libres, les deux os se meuvent toûjours en même temps, & je n'ai observé que deux attitudes contraires ou gênées, dans lesquelles l'os du coude demeure comme immobile, ou a très-peu de mouvement, pendant que l'os du rayon roule de côté & d'autre autour de lui. L'une de ces attitudes contraintes est celle que l'on voit, quand on applique l'os du coude selon sa longueur sur une Table dans une situation moyenne entre Pronation & Supination, la main étant en même temps étendüe, le petit doigt couché sur la Table, & l'Index directement en haut ; si alors sans glisser l'os du coude sur la Table, & sans l'en écarter, on ne fait que rouler l'avant-bras là-dessus par des demi-tours réciproques. L'autre attitude contrainte est dans le fond la même, excepté que l'avant-bras est en l'air & sans appui, pendant que l'on tâche de tenir l'os du coude immobile pour faire les demi-tours réciproques uniquement avec l'os du rayon ; ce que l'on trouvera fort gênant.

Il est très-visible que dans les attitudes libres non contraintes, la Pronation & la Supination se font comme sur l'axe de l'extrémité de l'avant-bras, cette extrémité étant considérée dans son entier, c'est-à-dire, comme composée des deux os ; de sorte qu'alors l'extrémité de l'os du coude se meut en même temps que celle du rayon, & ne décrit pas seule-

ment aussi-bien que le rayon par ce mouvement une portion de cercle, mais même une portion qui paroît égale à celle du rayon.

J'ai encore obſervé ici une circonſtance particuliére, ſans laquelle je n'aurois pas bien compris cet artifice, & j'avoüe que ſans elle j'ai été pluſieurs fois porté à abandonner mon idée, & à croire que je m'étois trompé. Cette circonſtance eſt que l'os du coude n'a pas dans ce cas-ci un mouvement ſimple comme l'os du rayon, mais un mouvement composé auquel l'os du bras ou l'humerus a autant de part que l'os du coude.

Ceci paroît d'abord un paradoxe, en ce qu'au lieu de dire, ſelon le langage ordinaire & l'idée commune, que le mouvement de Pronation & de Supination ſe fait par un os ſeul, ſçavoir le rayon, & par ſes muſcles particuliers, qu'on appelle pour cela *Pronateurs* & *Supinateurs*, il faudra dire, ſelon cette obſervation, que dans le cas proposé trois os & les muſcles de ces os ſont abſolument néceſſaires pour faire les mouvements de Pronation & de Supination dont il s'agit ici. Un peu d'attention diſſipera les difficultés.

Il faut premiérement examiner & vérifier la réalité du mouvement ſimultané de ces trois os, & enſuite en conſidérer les organes. Pour cela il faut d'abord, par exemple, fléchir l'avant-bras en angle droit, le tenir dans une diſtance déterminée de la poitrine, & dans cette attitude faire à diverſes repriſes & doucement des Pronations & des Supinations libres autour de l'axe du poignet. On verra alors que dans chaque Pronation l'extrémité de l'os du coude s'éloigne de la poitrine, & que dans chaque Supination il s'en approche : on verra en même temps que cette extrémité de l'os du coude s'éleve dans la Pronation & dans la Supination, & qu'elle ſe rabaiſſe dans l'état moyen : on verra enfin que cette extrémité de l'os du coude par ces mouvements ſucceſſifs d'élévation, de rabbaiſſemnent, d'approche & d'éloignement, décrit réellement une portion de cercle à contre ſens de celle que l'extrémité du rayon décrit en même temps.

S'étant ainsi assûré du fait par rapport au mouvement de l'extrémité de l'os du coude, on se souviendra que, selon les observations constantes & les examens réïtérés des Anatomistes experts, l'articulation de cet os avec l'os du bras est tout-à-fait en charniére complette, de telle sorte qu'il est impossible, dans l'état naturel, de faire d'autre mouvement de l'os du coude sur l'os du bras, que celui de fléxion & d'extension, & par conséquent que dans ces Pronations & dans ces Supinations l'extrémité de l'os du coude ne peut pas faire les mouvements d'approche & d'écartement, dont je viens de parler, si l'on tient en même temps l'humerus immobile, comme je l'ai expérimenté, en mettant l'humerus d'un Cadavre dans un Etau, après l'avoir dépoüillé de ses muscles & de ses membranes. D'où il faut conclure que ces mouvements d'approche & d'éloignement ne peuvent se faire que par de petites rotations réciproques de l'os du bras dans son articulation avec l'omoplate.

Pour s'en convaincre par l'expérience, on n'a qu'à tenir ses doigts appliqués à la partie postérieure de la tête de l'humerus à nud d'une personne maigre, pendant que cette personne fait des Pronations & des Supinations de la maniére que je viens d'indiquer; car alors on y sentira de petits mouvements réciproques. Il faut observer, en faisant cette expérience, d'appliquer ses doigts bien en arriére, & le plus proche de la cavité glénoïde de l'omoplate qu'il est possible; ce qui n'est pas si aisé à faire sur soi-même que sur un autre. Et pour faire cette même expérience encore avec plus de sûreté, il faut en même temps appuyer l'olécrâne sur une Table, & tenir l'extrémité de l'avant-bras un peu élevée, pendant que l'on fait les Pronations & les Supinations libres dont j'ai parlé.

Après avoir démontré par ces expériences, que la Pronation & la Supination ne se font pas toûjours par un os seul, comme on a crû jusqu'à présent, & qu'elles se font par le moyen de trois os en même temps, il est aisé de juger que les quatre muscles, auxquels seuls on a attribué la Pronation

& la Supination, n'y suffisent pas, & qu'il en faut encore d'autres pour les petits mouvements d'élévation, d'abbaissement, d'approche & d'éloignement de l'extrémité de l'os du coude.

Ce haussement & ce rabbaissement se font par les muscles qui servent à fléchir & à étendre l'os du coude, sçavoir, par le muscle brachial interne, & par un ou plusieurs de ceux qu'on appelle *Extenseurs du coude*. L'approche & l'éloignement sont éxécutés par ceux qui peuvent faire la rotation de l'os du bras ; tels sont le muscle souscapulaire, & celui qu'on nomme le *Petit Rond*, comme j'ai fait remarquer dans mon Mémoire de l'année 1720. Le Biceps n'a aucune part à ces petits mouvements de l'os du coude dans la Pronation ; il en peut avoir dans la Supination, & il est même dans quelques occasions un Supinateur beaucoup plus fort que les Supinateurs ordinaires, comme je l'ai fait voir dans le même Mémoire.

Le mouvement en cone de l'avant-bras fléchi se peut faire indépendamment de Pronation & de Supination, & on peut aussi faire en même temps ensemble les deux sortes de mouvements en rond, c'est-à-dire, le conique & celui de Pronation & de Supination.

Ces observations paroissent d'abord bien stériles, & comme de pures curiosités, dont on ne pourra tirer aucune utilité, & qui ne vaudront pas la peine qu'elles ont donnée ; mais premiérement elles confirment ce que j'ai avancé autrefois sur le défaut d'une connoissance exacte des fonctions des Muscles. Secondement elles servent à accuser plus juste dans certaines maladies qu'on ne le fait pour l'ordinaire. Par exemple, quand en faisant avec l'avant-bras fléchi la Pronation, ou la Supination, ou le mouvement conique, on sent en même temps une douleur ou quelque difficulté aux environs de l'omoplate, on en accusera pour l'ordinaire quelque tiraillement, compression, obstruction, ou autre indisposition, des nerfs, des vaisseaux, ou de tous les deux, & cela sur l'idée de la communication des nerfs & des vaisseaux de l'épaule

avec ceux de l'avant-bras ; & on dira que par cette communication les derniers étant ébranlés causent une irritation aux premiers. Cependant, selon les observations que je viens de donner, on trouvera des cas où ni ces nerfs ni ces vaisseaux n'y ont aucune part immédiatement ; ce sera l'indisposition d'un ou de plusieurs muscles de la partie supérieure de l'humerus qui en est la vraye cause, auxquels muscles on ne songera jamais dans un tel cas, tandis que l'on en ignore les fonctions que je viens d'exposer.

Je remettrai pour la suite de ce Mémoire mes observations sur les autres mouvements en rond qui se rencontrent dans le Corps humain.

RECHERCHES D'UN SPECIFIQUE CONTRE LA DYSENTERIE,

Indiqué par les anciens Auteurs ſous le nom de MACER, *auquel l'Ecorce d'un Arbre de Cayenne, appellé* Simarouba, *peut être comparé & ſubſtitué.*

Par M. DE JUSSIEU.

27 Avril 1729.

LES Plantes les plus célébres, qui ſont indiquées communément par les Botaniſtes anciens, ou particuliérement par les Voyageurs modernes, comme des Remedes ſpécifiques, ne ſont véritablement ſpécifiques qu'en certains cas. Autant les Maladies paroiſſent être ſemblables par certains accidents qui leur ſont communs, autant elles différent quelquefois par les cauſes d'où ces accidents dépendent : d'où il doit arriver néceſſairement que les mêmes Remedes, appliqués dans des Maladies qui ne ſont ſemblables qu'en apparence, ne produiſent preſque jamais les mêmes effets. C'eſt de-là que vient l'abus que l'on fait tous les jours des Plantes les plus ſalutaires, & le diſcrédit dans lequel tombent enſuite celles qui ont eu d'abord le plus de vogue.

L'*Ipecacuanha*, que Piſon a marqué comme un des remedes qui réüſſiſſoit le mieux dans les Dyſenteries chés les Peuples du Breſil ; cette Racine que feu M. Helvétius a le premier ſi heureuſement employée dans ce Pays, & qui par la ſuite y a paſſé avec juſtice pour un Spécifique contre cette maladie, eſt ſur le point d'éprouver ce ſort ſi ordinaire à toutes les Plantes qui nous ſont apportées comme merveilleuſes des Pays étrangers.

Faudra-t-il donc proſcrire ce remede, parce qu'il n'a pas toûjours conſtamment réüſſi dans les Dyſenteries dans leſquelles

quelles on l'a donné ? ou n'accusera-t-on pas plûtôt le peu d'expérience de ceux qui n'étant pas Médecins, le conseillent dans des occasions où il ne convient pas ? Mais quel remede, si efficace qu'il puisse être, ne seroit pas sujet à perdre son crédit dans de pareilles mains ?

Celui de l'*Ipecacuanha* n'a certainement diminué chés nous que parce qu'au lieu de s'en servir prudemment dans les circonstances où il y a amas de crudités dans les premiéres voyes, ou obstruction dans les visceres du bas-ventre, on l'a employé tantôt dans des Flux hépatiques, tantôt dans des Dévoyements dysenteriques occasionnés par l'usage immodéré des purgatifs, souvent dans les cas d'une inflammation prochaine du bas-ventre, & quelquefois lorsque par le caractere d'une douleur aigüe & fixe qui accompagne certaines Dysenteries, on auroit eu lieu de soupçonner un Ulcere chancreux dans les intestins.

C'étoit dans toutes ces occasions vouloir, pour ainsi dire, forcer la Nature à produire par ce remede des effets auxquels elle ne l'a pas destiné. Si le peu de fruit qu'on en tiroit dans tous ces cas, marquoit qu'ils étoient tous hors de sa sphere, n'étoit-il pas prudent au Médecin praticien de s'en abstenir, puisque dans ces circonstances il n'avoit pas répondu à son attente ! Et comme il avoit éprouvé par ses observations, que cette Racine ne guérissoit que des Dysenteries d'un certain caractere, cette expérience ne devoit-elle pas l'animer à chercher, pour celles qui seroient d'une autre espece, de nouveaux Spécifiques ?

On ne pouvoit guere douter qu'il n'en exista, pour peu que l'on eût consulté les Botanistes anciens ; & s'ils en connoissoient quelques-uns, pourquoi desespererons-nous de les tirer de l'oubli dans lequel ils sont tombés chés nous depuis eux ?

Dioscoride parle d'une Ecorce tirant sur le jaune, assés épaisse & fort astringente, qu'il dit qu'on apportoit de Barbarie, c'est le nom que l'on donnoit alors aux Pays orientaux les plus reculés ; Ecorce avec laquelle on faisoit de son temps une boisson qui remédioit aux Hemorragies du nés, de la

bouche, aux Dyſenteries & aux Dévoyements : il lui donne les noms de Μακερ & de Μακίρ.

Pline appelle de ces mêmes noms de *Macer* & de *Macir*, l'Ecorce d'un Arbre qui étoit apportée des Indes, & qu'il dit être rougeâtre.

Galien, qui dans les deſcriptions qu'il en fait, & ſur l'uſage qu'il en donne, s'accorde avec ces deux Auteurs, ajoûte ſeulement qu'elle eſt aromatique.

Et il n'eſt pas ſurprenant qu'Averroès & d'autres Médecins Arabes connuſſent le *Macer*, puiſque l'Arbre dont il eſt l'écorce croiſſoit dans les Pays orientaux.

Tout ce qu'ont dit ces anciens Auteurs ſur le *Macer*, ſe retrouve dans les Relations de quelques Voyageurs aux Indes Orientales, c'eſt-à-dire, à la Côte de Malabar & en l'Iſle de Sainte-Croix. Ils nous parlent d'une Ecorce griſâtre qui, étant deſſéchée, devient, à ce qu'ils diſent, jaunâtre, fort aſtringente, & a les mêmes vertus que le *Macer* des Anciens.

Chriſtophe Acoſta, l'un des premiers Hiſtoriens des Drogues ſimples qu'on apporte des Indes, & qui y étoit Médecin du Viceroi, dit que l'Arbre qui porte cette Ecorce, étoit appellé *Arbore de las Camaras*, *Arbore ſancto* par les Portugais, c'eſt-à-dire, Arbre pour les Dyſenteries, & par excellence Arbre ſaint ; *Arbore de Sancto Thome*, Arbre de Saint Thomas, par les Chrétiens ; *Macruyre*, par les gens du Pays, & *Macre* par les Médecins Brachmans, ce qui eſt conforme avec l'ancien mot *Macer*.

Ce même Hiſtorien, qui eſt le ſeul qui nous ait donné la Figure de cet Arbre, le compare à un de nos Ormes ; du reſte il rapporte ſur l'uſage de ſon Ecorce des faits ſi particuliers, dont il dit avoir été témoin, qu'il n'y a guere de remede qui puiſſe à plus juſte titre mériter le nom de *Spécifique*.

Pour montrer le cas que l'on fait de cette Ecorce dans les Indes, je ne citerai qu'un des traits du Livre de ce Médecin, c'eſt l'éloge qu'il rapporte qu'un Indien, qui lui en montroit l'Arbre, qu'il appelloit *Macre*, lui donnoit, c'eſt-à-dire en ſa langue, que c'étoit un Arbre montré par les Anges pour le

falut des hommes, & qui étoit préférable dans fa petite dofe à la grande quantité que l'on a coûtume de faire prendre des Ecorces de Myrobolans, d'Areca & de Coru, qui ont toûjours été réputés chés les Indiens pour les plus excellents remedes contre la Dyfenterie.

Clufius, Botanifte du feiziéme Siécle, & célébre fur-tout par fes recherches fçavantes fur les Plantes étrangeres, foupçonnoit déja de fon temps, qu'une petite quantité d'Ecorce femblable à celle que je viens de décrire, qu'il vît chés un Médecin d'Amfterdam, auquel on l'avoit apportée des Indes comme un fpécifique contre la Dyfenterie, étoit la même Ecorce que Monard, Médecin de Séville, dit, dans fon Hiftoire des Drogues, s'être fi heureufement fervi fans la connoître pour cette maladie.

Toutes ces defcriptions qui paroiffent convenir à un même Arbre, & cette tradition des vertus de fon Ecorce, prouvée par ces Auteurs, ont excité ma curiofité pour la connoiffance d'un Remede fi fouverain, & fur la recherche des caufes pour lefquelles nous l'avons tout-à-fait perdu depuis Galien dans ces Pays occidentaux.

On commença vers l'année 1713 à apporter de la Cayenne à M. le Comte de Pontchartrain, Secretaire d'Etat, l'Ecorce d'un Arbre que l'on appelle dans le Pays *Simarouba*, & qu'on lui affûra y être employée avec fuccès dans les Dévoyements & les Dyfenteries. Cette utilité porta ce Miniftre à communiquer cette Drogue à l'Académie des Sciences, & à M. Fagon, alors premier Médecin du Roy, qui en fit part aux Profeffeurs du Jardin Royal : mais la petite quantité qui leur en fut diftribuée, ne leur ayant pas permis d'en faire plufieurs expériences, elle ne leur fervit dans leur Droguier que d'échantillon d'une Drogue rare dont les effets n'étoient pas encore bien avérés dans ces Pays.

Tout ce qu'on en découvrit alors par les expériences que nous en fit faire M. Fagon, fut qu'au moins ce remede n'étoit pas dangereux, puifqu'il ne caufoit aucun effet fenfible, ni

par quelque évacuation que ce fut, ni par la moindre douleur dans les entrailles.

Mais en 1718, où les chaleurs de l'Eté furent excessives, & causerent une infinité de Dévoyements dysenteriques, qui bien-loin de céder aux Purgatifs & aux Astringents ordinaires, même à l'*Ipecacuanha,* dont on avoit coûtume de se servir utilement pour arrêter ces sortes d'évacuations outrées, ne faisoient au contraire, par la répétition de ces remedes, que s'irriter davantage, nous recourûmes, comme au dernier remede & au plus souverain, à la petite quantité de *Simarouba* qui nous étoit restée de la distribution que M. Fagon nous en avoit faite, & nous nous apperçûmes enfin que de tous les remedes que nous avions mis auparavant en usage, aucun n'avoit réussi aussi promptement que celui-ci.

Ces heureux succès m'ayant fait de plus en plus estimer cette Ecorce, je priai M. Raudot, Intendant général des Classes de la Marine, de m'en procurer une nouvelle provision, dans la vûë de m'en servir, non pas seulement dans les Dysenteries, parce qu'au commencement de 1719 elles étoient cessées, mais dans les pertes de sang, si communes aux femmes dans ces Pays-ci, & si dangereuses par l'usage de l'Alun que l'on y employoit depuis quelque temps pour remede.

Ma conjecture sur l'affinité des causes qui produisent ces pertes & certaines dysenteries assés ordinaires, me porta à employer la même drogue pour ces deux maladies ; & la continuation du succès dans l'un & dans l'autre cas, bien-loin de me donner occasion de faire un secret de cette découverte, m'engagea au contraire à comparer toutes ces observations avec celles que j'avois vûës dans nos anciens Auteurs de Botanique touchant la description & les effets du *Macer,* dans la vûë de rendre au Public ce précieux spécifique si vanté chés eux.

Effectivement l'on peut dire que si le *Simarouba* des Américains n'est pas le *Macer* des Anciens, au moins lui est-il très-semblable par sa forme & par ses effets.

La couleur du *Simarouba* eſt d'un gris tirant ſur le jaunâtre; Dioſcoride dit que celle du *Macer* eſt jaunâtre.

Nôtre Ecorce eſt plus ou moins épaiſſe ſelon l'âge de l'Arbre; le même Auteur fait celle du *Macer* aſſés épaiſſe.

Celle-ci eſt généralement reconnüe, par tous ceux qui en ont parlé, pour être très-aſtringente; c'eſt auſſi la vertu ſpécifique du *Simarouba*, dont la décoction étant bûë, réuſſit comme faiſoit ce ſpécifique ancien donné de la même maniére.

Du reſte, on auroit de la peine à établir une parfaite uniformité entre le *Simarouba* & le *Macer*, puiſque les Auteurs qui parlent de ce dernier, ne s'accordent ni ſur la partie de l'Arbre d'où ſe tire cette Ecorce, ni ſur la qualité de ſon odeur & de ſa ſaveur; & c'eſt à la variété de leurs Relations ſur ce point, & à l'ignorance des Commentateurs qui confondoient le *Macer* avec le *Macis*, qu'il me paroît qu'on peut attribuer la cauſe de l'oubli dans lequel a été chés nous cette Drogue depuis Galien; car pour ce qui eſt du Pays des Indes orientales d'où Pline, Sérapion & Averroès conviennent qu'on la faiſoit venir, Garcias-ab-Horto, Acoſta & Jean Mocquet qui dans le pénultiéme Siécle y avoient voyagés, aſſûrent qu'alors ce remede y étoit uſité dans les Hôpitaux, & qu'à Bengale il s'en faiſoit un commerce aſſés conſidérable.

Quant à ce qui regarde le *Simarouba*, voici ce que j'ai eu lieu d'obſerver, après en avoir reçû une cinquantaine de livres en 1723 de M. Barrere, Médecin Botaniſte, à ſon retour de la Cayenne. Cette Ecorce reſſemble aſſés, pour l'extérieur & pour l'intérieur, à celle du Tilleul, elle a même ſa qualité filandreuſe qui la rend ſouple & difficile à ſe caſſer, & étant mâchée, elle a un petit goût d'amertume très-ſupportable qu'elle communique à l'eau dans laquelle on la fait boüillir.

On remarque, tandis que cette ébullition ſe fait, que l'eau dans laquelle on a jetté cette Ecorce, devient blanche, mouſſeuſe comme du Lait, qu'elle s'éleve plus conſidérablement dans le vaiſſeau qui la contient que ne le font les décoctions des Drogues ordinaires, & qu'après cette ébullition étant repoſée, elle prend une couleur rougeâtre approchant de celle de la petite Biére.

Depuis près de quinze ans que j'employe le *Simarouba*; j'ai remarqué que deux gros de cette Ecorce, boüillis dans trois demi-ſeptiers d'eau, que l'on réduit par l'ébullition à chopine, ſuffiſent pour trois verrées, qui eſt la doſe ordinaire de ce remede.

Cette ſimple décoction m'ayant toûjours mieux réuſſi que la poudre de l'Ecorce & de ſon bois, je la conſeille d'autant plus volontiers qu'elle n'eſt point deſagréable à boire; néantmoins lorſque quelques Malades aiment mieux prendre le *Simarouba* en poudre, il faut faire raper cette Ecorce & ce bois à peu-près comme le Tabac, & en donner le poids de douze ou de vingt grains de trois en trois heures, ou en pilules, ou entre deux tranches de potage. Cette maniére eſt vrai-ſemblablement préférable à celle qu'Acoſta dit que les Médecins Indiens ont de donner cette poudre dans du petit Lait aigri.

Avant de faire part au Public de ce que j'écris aujourd'hui, je me ſuis aſſûré par mon expérience que l'effet du *Simarouba* a preſque toûjours été conſtamment le même dans les Dyſenteries opiniâtres & glaireuſes, dans les Dévoyements bilieux & ſanguinolents, qui preſque tous à la troiſiéme ou ſixiéme verrée ſe ſont arrêtés ſans aucune douleur, ni aucune évacuation par haut & par bas, ſi ce n'eſt que les urines couloient en plus grande quantité, & devenoient mieux colorées, & qu'il ſurvenoit quelquefois & dans certains Sujets des ſueurs abondantes.

Preſque tous ceux qui en ont été guéris, m'ont rapporté qu'ils avoient ſenti intérieurement dès la ſeconde verrée de la décoction du *Simarouba* une eſpece de mouvement ſourd par tout le corps, ce qu'ils appelloient un combat avec le mal, à peu-près ſemblable à l'effet que produit le Quinquina, lorſque étant donné à propos, il arrête ſubitement un accès de Fiévre.

Enfin quoique j'aye vû que ceux de ces Malades qui étoient les plus exténués & les plus dégoûtés, ayent repris dès la ſeconde nuit qui a ſuivi l'uſage de ce remede, une ſérénité qui étoit un pronoſtic de leur guériſon prochaine, & ayent

recouvré un sommeil doux & l'appétit qu'ils avoient perdu; néantmoins il s'est trouvé quelques Sujets qui, ou par le défaut de régime, ou par quelque reste de maladie, sont retombés quelques jours après leur rétablissement, mais par l'usage de la même boisson réïtérée deux à trois jours de suite, le mal a enfin cessé.

Malgré les bons effets du *Simarouba*, desquels je rends témoignage, il faut pourtant avoüer qu'il seroit dangereux; ou du moins inutile de s'en servir dans des Dévoyements, des Pertes & des Dysenteries, où l'évacuation des premiéres voyes seroit nécessaire, avant de songer à raffermir les entrailles, parce que la constipation qui survient après ce remede, & qui dure deux & trois jours, pourroit occasionner quelque dépôt, sur-tout dans des Sujets où les reins sont embarrassés, & dans les personnes qui ne suent pas volontiers. Ainsi il me paroît être de la prudence non seulement d'avoir recours, avant l'usage du *Simarouba*, aux remedes généraux; mais encore de proportionner sa dose à l'état du Malade.

A juger par le goût d'une légere amertume que l'on sent en mâchant le *Simarouba*, aussi-bien que par la couleur blanchâtre & laiteuse qu'on remarque qu'il produit dans l'eau, lors de son ébullition, & par la promptitude avec laquelle il arrête les Dévoyements dysenteriques les plus opiniâtres & les plus invétérés, non seulement en supprimant tout-à-coup le sang qui étoit mêlé avec les déjections, mais encore en rendant aux excréments leur consistance naturelle, on peut assûrer qu'il entre dans sa substance une matiére saline acre, enveloppée de parties huileuses & balsamiques. Car son amertume & le recouvrement de l'appétit qu'il procure, dépendent de cette matiére acre qui devient stomachique ; la couleur laiteuse que l'eau dans laquelle on fait boüillir cette Ecorce, prend pendant son ébullition, y indique une qualité balsamique onctueuse, dont les preuves certaines sont le calme & la cessation subite des épreintes & des autres douleurs : enfin par la prompte suppression de l'hemorragie & la constipation considérable du ventre, on y reconnoît une vertu vulnéraire

& aſtringente, qui étoit la plus eſtimable du *Macer* des Anciens.

La découverte d'un Spécifique pour la guériſon de certaines Dyſenteries qui ne cédoient dans ces Pays-ci, ni à l'uſage de l'*Ipecacuanha*, ni aux autres Remedes eſtimés pour ce mal, n'eſt pas le ſeul fruit que le Public peut tirer des obſervations que je viens de donner ; elles nous font voir de plus que toutes les Plantes peuvent être uſuelles, qu'il ne faut pas légerement retrancher de ce nombre celles dont on ne connoît pas actuellement toutes les propriétés, que c'eſt au Médecin praticien de faire valoir à propos ces ſecours qui ſeroient inſenſiblement négligés, ſi l'on regardoit la Botanique comme une ſcience de pure curioſité, qu'on ne ſçauroit, ſans les lumiéres qu'elle donne, reconnoître pour l'avantage de la Médecine pluſieurs Remedes ſpécifiques indiqués par les Anciens, & perdus depuis long-temps, & combien il faut apporter de précautions dans l'uſage de ceux qui nous ſont vantés par les Voyageurs, pour ne les employer que dans les cas & dans les circonſtances où ils ſont convenables.

NOUVELLES

NOUVELLES CONJECTURES

Sur la Cause du Mouvement diurne de la Terre sur son Axe d'Occident en Orient.

Par M. DE MAIRAN.

I. LE mouvement général d'Occident en Orient du Tourbillon Solaire, & les principes des Forces Centrales, communs à l'un & à l'autre des deux fameux Sistemes, qui partagent aujourd'hui les Sçavants, étant une fois supposés, on ne peut plus demander dans le Sisteme *Cartésien*, pourquoi toutes les Planetes tournent périodiquement autour du Soleil, & pourquoi elles tournent toutes en même sens, d'Occident en Orient. Car il est clair qu'elles doivent suivre la direction commune des couches du fluide où elles sont plongées, qui les entraîne, & qui tourne d'Occident en Orient. Mais l'on seroit très fondé à demander la raison de ce mouvement, & de cette uniformité dans le Sisteme *Newtonien*. Car comme dans ce Sisteme tous les corps Planétaires qui se meuvent autour du Soleil, décrivent immédiatement par eux-mêmes leurs Orbites, & dans un Vuide immense, on ne voit rien qui les contraigne de se mouvoir, ni qui les assujettisse à se mouvoir tous vers le même côté ; rien, par exemple, qui empêche l'un de faire sa révolution d'Orient en Occident, tandis que l'autre fait la sienne d'Occident en Orient, ou même du Nord au Sud, & du Sud au Nord : ainsi qu'on croit qu'il arrive aux Cometes, & dont on n'a pas manqué, par cela même, de tirer avantage pour le Vuide, & contre les Tourbillons.

6 Août 1729.

II. Quant au mouvement diurne ou de Rotation, dont il s'agit ici, & que la Terre, comme apparemment toute autre Planete Principale a sur elle-même, on peut demander dans l'un & dans l'autre Sisteme, pourquoi il se fait, & pourquoi

il se fait d'Occident en Orient, selon la même direction, dans la partie supérieure de la Planete, que son mouvement périodique autour du Soleil. Les Forces Centripetes, & Centrifuges, dans l'hypothese des Attractions, par exemple, laissent la Planete tout-à-fait en repos à cet égard; du moins on ne voit pas pourquoi elles la détermineroient à tourner sur son Axe plûtôt vers un côté que vers l'autre. Ce repos sembleroit même avoir dû se trouver bien-tôt affermi, par la figure un peu oblongue que tous les Globes des Planetes auroient dû prendre vers le Soleil, en vertu de la Force attractive qui y fait tendre toutes leurs parties. Et c'est aussi la figure que M. *Newton* * attribüe à la Lune sur celui de ses Axes qui est dirigé vers la Terre centre ou Foyer de son Orbite; d'où il tire la raison pourquoi elle ne tourne pas par rapport à ce centre, & pourquoi elle nous présente toûjours à peu-près la même face.

* *Princip. l. 3. Pr. 38.*

III. A l'égard du Sisteme des Tourbillons, sa condition semble être encore pire sur ce sujet; puisque de la maniére dont on s'en est servi jusqu'ici pour l'explication de ce Phénomene, il en faudroit conclurre un mouvement tout contraire à celui de la Rotation des Planetes, & les faire tourner sur elles-mêmes d'Orient en Occident. C'est ce que M. *de la Hire* remarqua judicieusement, à l'occasion du Livre de M. *Villemot,* d'ailleurs très digne d'éloge, touchant l'explication que cet Auteur a donnée du mouvement diurne de la Terre *, par le moyen des différentes couches du Tourbillon qui l'entraîne. M. *Poleni* a confirmé la même remarque par le raisonnement & par l'expérience, dans son excellent Traité des Tourbillons *; & c'est encore ce que M. *Bulffinger* a fort bien relevé dans sa Dissertation sur la cause de la Pesanteur *, qui remporta le Prix de l'Académie l'année derniére. Car la Regle de *Képler* étant une fois admise, comme il paroît qu'on ne sçauroit plus se dispenser de l'admettre, quelque hypothese que l'on suive d'ailleurs, il faut nécessairement que la couche inférieure du fluide qui emporte la Planete ait plus de vîtesse que la couche supérieure, & par-là qu'elle fasse tourner la partie inférieure

* *P. 110.*

* *N.° 63, 69 & 71.*

* *S. 53, 56, 57, &c.*

de la Planete vers le même côté, & selon la même direction que le fluide : ce qui donnera à sa partie supérieure, la plus éloignée du centre, une direction contraire à la précédente, & par conséquent la fera tourner d'Orient en Occident.

IV. M. *Villemot* tâche envain de résoudre cette difficulté dans une addition qu'il a fait mettre à la fin de son Ouvrage. Le point du Globe qui sera frappé le premier avec le plus de force, ira en avant le premier, la portion du fluide qui l'aura frappé sera sans cesse suivie d'une autre toute semblable, qui le frappera en même sens, & toûjours avec plus de force que celle qui frappe l'Hemisphere supérieur, & ainsi de suite; sans qu'aucun reflux, comme il l'imagine, puisse jamais l'interrompre, ni y laisser aucun vuide, parce que toutes les parties du fluide se soûtiennent mutuellement. De sorte que jusques là, & dans les termes où M. *Villemot* a renfermé cette Théorie, il est de la derniére évidence que la Planete tournera en sens contraire, c'est-à-dire, d'Orient en Occident.

V. Me sera-t-il permis après cela, & dans une matiére si délicate, de hazarder mes conjectures? Si elles se trouvent solides par rapport au Phénomene qui en fait l'objet, elles fourniront de plus une induction assés forte en faveur des Tourbillons; & les Tourbillons sont si nécessaires pour se faire une idée claire & distincte de la Physique céleste, que quelque grandes que soient les difficultés qu'on a fait contre eux, & dont je ne sçaurois disconvenir qu'ils ne soient susceptibles, je pense qu'il ne faut rien négliger de tout ce qui peut en confirmer l'éxistence.

Mon explication roule principalement sur deux suppositions, dont l'une me paroît généralement reçüe aujourd'hui, & l'autre peut être aisément démontrée, si elle ne l'a déja été.

VI. *Premiére Supposition.* Quelle que soit la cause de la Pesanteur, les corps placés dans un lieu quelconque du Tourbillon Solaire y pesent vers un point Central, vers le Soleil, par exemple, ou vers son centre, en raison inverse des quarrés de leur distance à ce centre. De sorte que la même portion de matiére transportée en différents endroits, & à différentes

distances, aura différents poids, en raison inverse des quarrés de ces distances. Et ce que nous disons ici du Tourbillon Solaire en général, se doit entendre de même de tout autre Tourbillon particulier, tel que ceux des Planetes Principales par rapport à leurs Satellites ou Planetes Subalternes.

VII. *Deuxiéme Supposition.* Tout Corps dont les parties sont de différent poids, s'il est plongé dans un fluide où il nage, & qui soit en repos à son égard, tourne sa partie la plus pesante vers le point Central de la Pesanteur. Et si ce corps se meut dans le fluide, & qu'il en déplace les parties par son mouvement, selon une direction quelconque, par exemple, selon la direction horisontale, perpendiculaire à celle de la Pesanteur, ce sera la partie la plus pesante qui marchera la premiére selon la direction horisontale : comme au contraire si ce corps est supposé en repos, & que ce soit le fluide qui se meuve contre lui, & qui l'entraîne, ce sera sa partie la moins pesante qui sera tirée la premiére du repos, & qui ira devant. De sorte qu'*en général ce sera toûjours la partie la plus pesante du corps flottant qui sera tournée vers le terme d'où vient le fluide, selon sa vîtesse actuelle ou relative, & la partie la plus legere vers le terme où va le fluide.*

En voici des éxemples dans l'application que nous en allons faire à notre Sujet.

Fig. 1. VIII. Soit *MmNn* un fluide, dont toutes les parties se meuvement horisontalement de *Mm* vers *Nn*, uniformément, & d'une égale vîtesse entre elles. Soit dans ce fluide un corps cylindrique *ABCD*, composé de deux parties, dont l'une *ABHE* est plus légere qu'un pareil volume du fluide, & l'autre *EHCD*, plus pesante; de maniére que le total *ABCD* se trouve de même poids que le fluide dont il occupe la place. Si l'on prend les centres de gravité, *G*, *T*, des deux parties, tous les efforts du fluide contre elles seront censés réünis à ceux des filets *FG*, *LT*, qui passent par ces centres ; & si autour de la ligne *GT*, qui les joint, on décrit le parallelogramme *GRTP*, tel que son côté *GR* soit parallele à la direction du fluide, & horisontal, & *GP* perpendiculaire, &

par conſéquent dans la direction des poids, qu'on ſuppoſe concourir à une diſtance infinie; il eſt évident qu'en quelque ſituation que ſe trouve le Cylindre *ABCD*, ou, ce qui revient au même, la ligne *GT*, en conſéquence du poids *T* qui la tire vers *Q*, & de l'impulſion du fluide qui la pouſſe ſelon *LT* vers *P*, le côté *GP*, ou *RT*, du parallelogramme, exprimera l'effort du poids *T*, pour donner au cylindre une ſituation verticale, & le côté *RG*, ou *TP*, l'effort du fluide pour lui donner une ſituation horiſontale. D'où réſultent trois cas; ſçavoir:

IX. 1.° Lorſque le rapport de *GP* à *GR* eſt infini, & que *GP* ſe confond avec *GT*, qui eſt le cas du repos relatif entre le fluide & le corps flottant, ſoit qu'ils n'ayent en effet aucun mouvement ni l'un ni l'autre, ſoit qu'ils ſe meuvent tous les deux du même côté, & d'un mouvement parfaitement égal, où il eſt clair que le Cylindre demeurera vertical dans le fluide.

X. 2.° Lorſque c'eſt le côté *GR*, qui eſt infiniment grand par rapport à *GP*, ou qu'il ſe confond avec *GT*, qui eſt le cas où la vîteſſe du fluide eſt relativement infinie, d'où doit réſulter la ſituation horiſontale du Cylindre, & où ſa partie *ABHE*, contre laquelle l'effet du choc eſt plus grand, doit marcher la premiére. C'eſt, comme on voit, l'inverſe de la fleche tirée horiſontalement dans un air tranquille.

XI. 3.° Enfin lorſque les côtés *GP*, *GR*, ayant un rapport fini entre eux, expriment une vîteſſe relative finie entre le fluide & le corps flottant qu'il entraîne, qui eſt le cas dont nous avons principalement beſoin ici, & celui où le Cylindre *ABCD* s'inclineroit plus ou moins à l'horiſon, ainſi que le repréſente la Figure, ſa partie la moins peſante *ABHE*, la premiére tirée du repos, ſe trouvant toûjours devant, par rapport au terme où tend le fluide.

XII. Si ſur la ligne *GT*, qui joint les deux centres de gravité, on prend le point *K*, de maniére que *GK* ſoit à *TK*, comme le poids de la partie *EHCD*, eſt à celui de la partie *ABHE*, toutes les impulſions du fluide pourront

être réduites à celles du ſeul filet *IK*. Le centre commun de gravité, *K*, ſera le point ſur lequel aura dû tourner le Cylindre en paſſant du Repos ou de la perpendicularité à la ſituation oblique *ABCD* : & en général ſoit que la vîteſſe du fluide demeure la même ou qu'elle varie, le point *K* ſera le centre de balancement, de *Converſion*, & de Rotation du corps flotant, dans toutes les diſpoſitions qu'il pourra avoir ſucceſſivement & relativement aux différentes impulſions du fluide qui l'entraîne.

Fig. 2. XIII. Maintenant, & tout le reſte demeurant comme ci-deſſus, ſoit à la place du Cylindre *ABCD*, une Sphere *AEDH*, dont l'Hémiſphere inférieur, *EDH*, eſt ſuppoſé d'une matiére plus peſante que le fluide, & le ſupérieur *EAH*, d'une matiére plus légere, d'où naiſſe l'équilibre & la ſuſpenſion de la ſphére dans le fluide. On peut encore imaginer que la ſurface de cette ſphere n'eſt pas parfaitement unie, mais un peu raboteuſe, pour donner plus de priſe au fluide; en un mot, qu'elle eſt Phyſique, & non Mathématique, ainſi qu'il convient, & comme on l'a toûjours conçû, dans la recherche dont il eſt queſtion. De maniére que l'impulſion du fluide par chacun de ſes filets *FO*, *LQ*, &c. ſe décompoſe ſous deux directions, dont l'une eſt perpendiculaire à la ſurface de la Sphere aux points *O*, *Q*, &c. & pouſſe ces points vers le centre *C*, & l'autre parallele au courant du fluide, & agit ſelon *FO*, *LQ*, &c. Or cela poſé, il eſt évident, 1.° que dans le cas du repos des parties du fluide, la Sphere *AEDH* demeurera dans la ſituation *AD*, & que ce diamétre *AD*, ou ſi l'on veut, la ligne *GT* priſe à même diſtance de part & d'autre du centre *C*, & qui joint les centres de gravité des deux Hémiſpheres *EAH*, *EDH*, ſe trouvera dans la direction des poids. 2.° Que dans le cas du mouvement du fluide de *Mm* vers *Nn*, la ſphere *AEDH* prendra une autre ſituation *aedh*, par exemple, la ligne ou Levier *GT* devenant $\gamma\vartheta$, incliné vers *n*, plus ou moins, ſelon la vîteſſe relative actuelle du fluide qui l'a tiré du repos. 3.° Que ſi ſur *GT*, qu'on ſçait être $= \frac{3}{8} AD$, on prend *GK*

à *KT*, comme le poids de *EDH*, au poids de *ADH*, *K* sera le centre de gravité commun, & le point par où passera horisontalement l'Axe de révolution sur lequel se feront tous les changemens de situation de la Sphere.

XIV. Mais si au lieu d'imaginer l'Hémisphere *EDH* plus pesant que l'Hémisphere *EAH*, d'une pesanteur spécifique, on ne le fait plus pesant que d'une pesanteur relative, & seulement en vertu de sa situation *EDH*, telle que la partie *HCB*, par exemple, ne sçauroit monter au dessus de *CH* en *HCh*, sans devenir plus légere, & la partie *ICE* descendre au dessous de *EC* en *ECe*, sans devenir plus pesante, il est évident, dans le cas du mouvement du fluide de *Mm* vers *Nn*, que cette Sphere tournera continuellement sur elle-même, & plus ou moins vîte, selon que le fluide la choquera avec plus ou moins de vîtesse. Car la partie la plus pesante *EDH*, & qu'on peut supposer réünie en *T*, ne montant plus en ϑ, par éxemple, pour donner au levier *GKT*, la position $\gamma\kappa\vartheta$, ou ne montant que d'une quantité infiniment petite, elle ne sçauroit faire équilibre à l'effort du fluide contre le point *G*, où je suppose de même l'Hémisphere *EAH* réüni. Le levier *GKT*, ou celui qui est censé lui succéder, demeurant donc toûjours dans la même position, il faut nécessairement, par la *premiére Supposition (Art. VI.)* que le fluide pousse toûjours en avant l'Hémisphere supérieur *HA*, & le point *A*, ou celui qui succede à sa place, de *M* vers *N*; & par conséquent qu'il produise sans cesse dans le Globe *AEDH*, un mouvement de *Vertige* ou de Rotation, conforme à sa direction propre dans la partie supérieure, *A*, & contraire à cette même direction dans la partie inférieure, *D*.

XV. Il faut seulement remarquer, que dans cette succession continuelle de Leviers ou de diametres qui prennent la place de *AD*, la Sphere tend sans cesse à tourner sur le centre de gravité *K*, & qu'elle y tourneroit en effet, si les parties *HCh*, qui montent, ne se trouvoient plus légeres, de cela seul qu'elles ont monté & quitté la place *HCB*, comme réciproquement les parties *ICE* se trouvent plus pesantes, pour être

descendües & avoir pris la place *ECe :* mais elle tourne réellement sur le centre de figure *C.* Car si l'on porte son attention sur un de ces Diametres, sur *AD,* par exemple
Fig. 3. *(Fig. 3.)* pour voir ce qu'il devient pendant la révolution de la Sphere, on trouvera que son extrémité n'est pas plûtôt poussée de *A* vers a, qu'elle ne répond plus à un bras de Levier de la longueur *AK,* mais de la longueur a*K;* & ainsi de suite en *aK,* &c, en décrivant toûjours la circonférence du grand Cercle *AEDH.* De sorte qu'on peut imaginer ce diametre comme une Verge de fer, qui coule dans un anneau fixe en *K,* & qui sans quitter jamais la circonférence *AEDH* par son extrémité *A*, prend successivement toutes les situations possibles, *AKD,* a*Kd, aK*δ, &c. d'où doit résulter nécessairement la révolution du point *A* autour du centre *C.* L'autre extrémité *D, d,* δ, &c. décriroit une espece de *Conchoïde* dont il n'est point ici question.

XVI. Enfin, si au lieu de supposer la vîtesse du fluide la même dans toutes ses couches, & dans toutes ses parties, nous la supposons inégale, & plus grande, par éxemple,
Fig 2. dans les couches inférieures *mn*, que dans les supérieures *MN,* retenant d'ailleurs tout le reste de nos suppositions, il est clair que nous aurons le cas où se trouve la Terre, & les autres Planetes dans l'hypothese moderne des Tourbillons.

XVII. Mais comment accorder alors la Rotation de *A* vers *N,* ou de *D* vers *m*, avec la nouvelle circonstance du plus de vîtesse du fluide vers la partie inférieure *D!* Car il est clair que cette vîtesse, toutes choses d'ailleurs égales, doit produire dans le Globe *AEDH,* une Rotation contraire à celle que nous lui avons donnée jusqu'ici. Sera-ce donc l'impulsion des couches inférieures contre l'Hémisphere *HD,* qui l'emportera en vertu de leur vîtesse, pour faire aller le point *D* vers *n*, ou l'impulsion des couches supérieures contre l'Hémisphere *HA*, qui aura l'avantage, en vertu du moins de pesanteur de cet Hémisphere, pour faire aller le point *A* vers *N!* C'est-là comme on voit, le dernier terme où se

réduit

réduit la question dont il s'agit, & une pure affaire de calcul que nous allons tâcher d'éclaircir.

Cet effet qui résulte de l'impulsion du fluide, & de la masse qu'il a à déplacer, je l'appellerai *Effort relatif du fluide.* C'est, si l'on veut, l'efficacité ou l'énergie de ses impulsions.

XVIII. *Proposition fondamentale.* Je dis donc que *l'Effort relatif du fluide contre l'Hémisphere supérieur du Globe est plus grand que son Effort relatif contre l'Hémisphere inférieur.*

Démonstration. Soient les bras de Levier CG, CF, égaux, & les poids des deux Hémispheres réünis à leurs extrémités G, F; sçavoir, le poids de l'Hémisphere supérieur EAH en G, & le poids de l'Hémisphere inférieur EDH en F: Et de même, soit tout le choc du fluide contre l'Hémisphere supérieur réduit à celui du filet LG, & tout le choc contre l'Hémisphére inférieur à celui du filet BF. Fig. 4.

Par la Regle de *Kepler* on a le rapport de la vîtesse du fluide en G, à sa vîtesse en F, réciproquement comme les racines des distances de ces points au point Central S, c'est-à-dire, comme $\sqrt{FS}$ à $\sqrt{GS}$; & par notre *premiére Supposition (Art. VI.)* le poids de l'hémisphere supérieur réüni en G, est au poids de l'inférieur réüni en F, réciproquement comme le quarré de ces mêmes distances, ou comme $\overline{FS}^2$ à $\overline{GS}^2$. Mais par la Loi du choc & des impulsions des fluides, l'impulsion en G est à l'impulsion en F, comme le quarré de la vîtesse en ces points, ou comme FS est à GS; & ces impulsions doivent être d'autant plus efficaces pour pousser l'une ou l'autre point G, ou F, vers g, ou vers ϕ, & tirer le Levier de sa situation GCF, en lui faisant prendre la situation gCf, ou $\gamma C\phi$, que les masses ou les poids en G, ou en F, sont plus petits. Donc l'Effort relatif du fluide en G, sera à son Effort relatif en F, en raison composée directe des quarrés des vîtesses, & inverse des poids, c'est-à-dire, comme $FS \times \overline{GS}^2$ est à $\overline{GS}^2 \times FS$, ou, divisant par $FS \times GS$, comme GS est à FS. Mais par construction, & par hypothese,

GS eſt plus grand que *FS*. Donc l'Effort relatif du fluide contre l'Hémiſphere ſupérieur, eſt plus grand que ſon Effort relatif contre l'Hémiſphere inférieur. *C. Q. F. D.*

XIX. D'où, & de l'Art. XIV, il ſuit que la Sphere ou la Planete doit tourner continuellement ſur elle-même, de *A* vers *N*, ou ſelon *AEDH*.

XX. Si au lieu de ſuppoſer les bras de Levier égaux, & les poids inégaux, on renverſe l'analogie, en ſuppoſant les bras *GK*, *FK*, inégaux en même rapport, & les poids *G*, *F*, égaux, ou nuls; il eſt évident qu'on trouvera de même l'excès du bras *GK*, ſur le bras *FK* plus grand que l'excès de l'impulſion qui réſulte de la vîteſſe du fluide en *F*, & en même raiſon que l'effort relatif trouvé ci-deſſus *(Art. XVIII.)* d'où l'on déduira de même la Rotation de la Planete de *A* vers *N*.

REMARQUES.

XXI. Dans toute cette Théorie je conſidere le Globe flottant, comme venant d'être plongé dans le fluide, & dans l'inſtant où il commence à en être entraîné; ce qui ſuffit, ce me ſemble, pour notre deſſein. Car quoique dans la ſuite, & après pluſieurs révolutions périodiques, toute la maſſe du Globe vienne à ſe mouvoir à peu-près de même vîteſſe que le fluide, ſa Rotation, s'il l'a acquiſe par les premiéres impulſions, doit continuer vers le même côté par les impulſions ſuivantes, quelques petites qu'elles ſoient, & s'y conſerver dans une certaine quantité ſenſiblement conſtante; des impulſions infiniment petites, mais infiniment réïtérées, produiſant à la longue le même effet que des impulſions finies. Sans compter que ſi la Planete a un Tourbillon particulier, comme on le doit penſer de la Terre, & des autres Planetes Premiéres, dans l'hypotheſe des Tourbillons, le mouvement de *Vertige* & la Rotation que le Tourbillon Principal aura une fois imprimé ou déterminé ſur la Planete, doit y être retenu, & continuer par l'activité propre ou acquiſe du Tourbillon Subalterne.

XXII. Quelle que ſoit cependant cette activité des

Tourbillons particuliers des Planetes, & quelque part qu'on leur donne à la révolution diurne qu'elles font sur elles-mêmes, il faut toûjours en venir à une cause générale, & unique, pour déterminer ce principe intérieur de mouvement à s'exercer dans toutes vers le même côté du Monde. Car quelle seroit sans cela la cause d'une telle uniformité ? & pourquoi le Tourbillon de chaque Planete seroit-il déterminé par lui-même, & indépendamment de toute impression extérieure de la part du fluide déférent, à tourner vers le même côté que lui ? Le Tourbillon Solaire, dont toutes les parties se meuvent autour d'un centre commun, mais avec différentes vîtesses, ne pouvoit manquer sans doute de communiquer quelque mouvement de Rotation aux corps sphériques qu'il entraîne. Et si la Rotation d'Orient en Occident qui se présente si naturellement à l'esprit, par la supériorité de vîtesse des couches inférieures, ne peut avoir lieu, & se trouve démentie par les observations, il ne faudra pas abandonner pour cela cette seule ressource pour un mouvement commun, mais chercher plûtôt à l'en tirer par la combinaison des circonstances que l'on n'y avoit pas remarquées.

XXIII. Supposé au contraire qu'une Planete comme la Terre, tint toute sa Rotation de l'impulsion du fluide qui l'entraîne périodiquement autour du Soleil, il seroit à présumer que ce ne pourroit être qu'après un grand nombre de révolutions tant annuelles que diurnes, qu'elle auroit pû acquérir le degré de mouvement tant annuel que diurne qu'elle a aujourd'hui.

XXIV. Il est encore très-vrai-semblable que le Tourbillon Principal *FL* agit immédiatement, non sur la surface de la Planete *ABD*, mais sur son Tourbillon propre *ORT*, ou sur une certaine couche *EKM*, de ce Tourbillon, & à une certaine distance de la Planete. Fig. 5.

XXV. Ce ne sont, je l'avoüe, que des conjectures, & de simples possibilités, mais elles suffisent cependant pour répondre à quelques difficultés qu'on pourroit faire sur cette matiére, ou du moins pour leur ôter une grande partie de

leur force, jusqu'à ce que l'Univers nous soit mieux connu. Telle est, par éxemple, l'objection qu'il semble d'abord qu'on pourroit tirer de notre Théorie, & de l'excentricité des Orbites des Planetes. L'excentricité emporte nécessairement les différentes distances de la Planete au Soleil, & les différentes distances produisent différentes vîtesses dans le fluide circulant. Donc l'Effort relatif du fluide, qui cause, ou qui entretient la Rotation, variera, & par conséquent la Rotation elle-même, ou le mouvement diurne de la Planete sera variable: & c'est ce qui n'a jamais été sensible jusqu'ici par aucune observation, du moins à l'égard de la Terre.

XXVI. La meilleure réponse à cette difficulté, & la plus directe seroit sans doute de montrer par calcul, comme on pourroit le faire, que ce que la plus grande excentricité de la Terre peut apporter d'accélération, ou de retardement à son mouvement diurne, conformément à nos principes, n'iroit jamais à deux Secondes de temps par révolution. Mais sans entrer dans ce long détail, & pour ne donner ici que l'esprit de cette Théorie, il suffira de jetter les yeux sur les remarques précédentes, & d'observer en général que si les Efforts relatifs du fluide déférent n'ont produit d'abord sur la Planete que des révolutions très lentes *(Art. XXIII.)* les accélérations passagéres, qui pourroient naître de ses différentes distances, ne seront que des fractions de ces révolutions, & non de la révolution actuelle. Et que si nous admettons le Tourbillon particulier de la Planete, comme il paroît que l'on ne peut s'en dispenser *(Art. XXI.)* le Tourbillon Solaire ne fait plus alors qu'entretenir dans l'état actuel le mouvement acquis, tant périodique, que de Rotation, vers le côté où il les a d'abord déterminés; mais avec cette différence, que le Tourbillon Solaire entretient seul le mouvement périodique, tandis que le mouvement de Rotation peut se trouver entretenu aussi par le Tourbillon particulier, & avec beaucoup plus de force que par le Tourbillon général. Les variations de vîtesse dans le fluide qui compose ce dernier, pourront donc influer sur le mouvement périodique, sans que le mouvement diurne

de la Planete en ſoit troublé ſenſiblement, & ce que celui-ci en reſſentira ne ſera proprement qu'une fraction de fraction, qu'on pourra faire preſque auſſi petite qu'on voudra, ſelon le rapport des forces actuelles des deux Tourbillons, à l'égard du mouvement diurne, parce que ce rapport nous eſt inconnu.

XXVII. Il faudroit avoir une connoiſſance encore plus éxacte de toutes ces circonſtances pour déterminer au juſte l'analogie qui devroit regner entre les temps des révolutions diurnes de différentes Planetes, ou pour donner raiſon des temps différens que nous leur voyons employer à tourner ſur elles-mêmes. Mais à peine le fait nous eſt-il connu, & il n'y a que peu de Planetes dont on ait déterminé la révolution diurne avec éxactitude. La difficulté croîtroit encore, ſi l'on faiſoit entrer dans cette analogie, comme il paroît qu'on le doit, la différente inclinaiſon des Orbites des Planetes par rapport à l'Ecliptique Terreſtre ; la direction du fluide qui les compoſe, ou la poſition du plan dans lequel ſe fait ſon mouvement par rapport à l'Equateur Phyſique du Tourbillon Solaire, ou à celui du Soleil même, & enfin la poſition ou l'inclinaiſon des Axes des Planetes par rapport à leurs orbites ou à ces plans. Car ce ſont tout autant de ſources de différente vîteſſe dans le fluide qui fait tourner les Planetes ſur elles-mêmes, ou de différente valeur dans l'Effort relatif qui doit faire avancer la partie ſupérieure de leur Hémiſphere, & déterminer leur Rotation. Auſſi n'éxigera-t-on pas ſans doute que mon explication porte la lumiére ſi loin. Je vais montrer cependant qu'elle ne laiſſe pas de répandre quelque jour ſur cette matiére, & que du moins elle paroît à cet égard plus conforme que contraire aux obſervations.

XXVIII. Je ſuppoſerai pour cela, 1.° Que ſoit que le Tourbillon Solaire agiſſe immédiatement ſur la ſurface des Planetes pour les faire tourner ſur elles-mêmes, ſoit qu'il agiſſe ſeulement ſur leur Tourbillon propre, c'eſt toûjours ſur une Sphere proportionnelle à la grandeur de leur Globe. Car ſans cela il n'y a point de terme de comparaiſon. 2.° Que,

toutes choſes d'ailleurs égales, la Planete tournera d'autant plus vîte d'Occident en Orient, que l'Effort relatif, qui agit ſur ſon Hémiſphere ſupérieur ſurpaſſera davantage l'Effort relatif, qui agit ſur ſon Hémiſphere inférieur.

XXIX. Or il eſt clair *(Art. XVIII.)* que l'Effort relatif ſupérieur eſt d'autant plus grand par rapport à l'inférieur, toutes choſes d'ailleurs égales, que la Planete eſt plus grande, & qu'elle eſt plus près du point Central de la circulation. Car on a toûjours *(Fig. 4.)* *GS* d'autant plus grand par rapport à *FS*, que *GF* ſon excès, ou *AD*, qui lui eſt proportionnelle, l'eſt davantage, & que la diſtance *CS* eſt plus petite. Donc, *toutes choſes d'ailleurs égales, la vîteſſe de la Rotation d'une Planete ſera en raiſon composée, directe de ſon diametre, & inverſe de ſa diſtance.*

XXX. Cela poſé, on ſçait que la Planete de Jupiter, par exemple, n'eſt que cinq fois auſſi éloignée du Soleil que la Terre (:: 114424. 22000) & que ſon diametre eſt plus de dix fois auſſi grand (environ :: 11. 1.) D'où l'on voit d'un coup d'œil, & cela ſuffit ici, qu'elle doit tourner ſur elle-même plus de deux fois auſſi vîte que la Terre, & à peu-près en 11 heures de temps.

XXXI. La Rotation de Saturne n'eſt pas bien connüe; M. *Huguens* la croît de même durée que celle de Jupiter, c'eſt-à-dire, d'environ 10 heures moins quelques minutes; & c'eſt ſur l'induction qu'il tire de la diſtance, & de la Période de ſon premier Satellite, par comparaiſon au premier Satellite de Jupiter. Sur ce pied-là notre analogie rapportée au Globe de Saturne s'écarteroit de la Regle ; mais rapportée à ſon Anneau, qui n'eſt peut-être que le reſte du débris d'un ancien Globe creux, dont le nouveau a été formé, elle s'en rapprocheroit encore plus qu'à l'égard de Jupiter. Car il s'en faut conſidérablement que cette Planete ne ſoit dix fois auſſi éloignée du Soleil dans ſes moyennes diſtances que l'eſt la Terre (:: 209836. 22000) tandis que le diametre de ſon Anneau eſt plus de vingt-deux fois auſſi grand que le diametre de la Terre (:: 43. 2). D'où il eſt clair que ſon

mouvement diurne doit être beaucoup plus de deux fois aussi prompt, & d'environ 10 $\frac{1}{2}$ heures. Mais il n'y a nul fonds à faire sur un mouvement, qui, comme je viens de le remarquer, n'est constaté par aucune observation.

XXXII. Voilà donc tout au moins une Planete accompagnée de Satellites, & en cela de même espece que la Terre, dont la Rotation s'accorde avec l'analogie qui résulte de notre explication, beaucoup mieux peut-être qu'on n'auroit osé l'esperer en une matiére si compliquée. Il n'en sera pas de même des Planetes de Mars, & de Venus, la premiére tournant sur elle-même en $24^h\ 40'$, selon feu M. *Cassini*, & la seconde en 24 jours & 8 heures, selon les derniéres observations de M. *Bianchini* *. Car il est clair, en y appliquant la Regle *(Art. XXIX.)* que la Rotation de Mars est plus prompte, & celle de Venus beaucoup plus lente qu'elle ne devroit être.

* *Hesperi & Phosphori nova Phæn. cap. 5. n.° VIII. p. 66.*

XXXIII. Si Venus tournoit en 23 heures, comme on l'avoit crû jusqu'ici, son irrégularité à cet égard seroit peu de chose, son globe étant aussi gros, tout au moins, que celui de la Terre, & sa distance au Soleil ne différant de celle de la Terre que d'environ $\frac{3}{10}$. Mais je ne crois pas qu'on puisse révoquer en doute les observations de M. *Bianchini* sur cet article, vû l'exactitude qu'il y a apportée, & les excellentes Lunetes dont il s'est servi. Quelque grande d'ailleurs que soit la différence de 23 heures à 24 jours & $\frac{1}{3}$, elle n'a rien de surprenant, quand on y regarde de près; il a dû être plus facile de s'y méprendre qu'à une beaucoup plus petite: l'Observateur ayant retrouvé une même tache de la Planete, ou quelque *partie luisante* * au même endroit, à une 24me près, où il l'avoit remarquée le jour précédent, aura fort bien pû conjecturer, qu'elle y étoit retournée après une révolution entiére, & qu'étant passée d'une 24me partie au de-là, la Planete avoit tourné en moins de 24 heures, & en 23 ou environ. Quoiqu'il en soit, l'irrégularité dont il s'agit n'est pas par-là aussi grande qu'elle le paroît, & plusieurs circonstances qui doivent entrer nécessairement dans la cause de la Rotation, ainsi que nous l'avons insinué ci-dessus *(Art. XXVII.)*

* *V. Journ. des Sçav. 1667. p. 184. in 4.°*

pourroient nous redonner l'analogie du mouvement diurne de Mars, & de Venus avec celui de la Terre, ou l'en rapprocher considérablement.

XXXIV. Nous n'avons raisonné jusqu'ici que sur le cas le plus simple, en supposant, 1.° Que le mouvement du fluide qui fait tourner le globe de la Planete sur lui-même, a sa direction dans le plan même de l'Orbite. 2.° Que l'Axe de Rotation de la Planete est perpendiculaire à ce plan.

A l'égard de la premiére de ces deux suppositions, elle pourroit se trouver conforme à la Nature : du moins ne sçaurions-nous guere juger de la direction d'un courant invisible, tel que celui d'un Tourbillon, que par la route que suivent les corps visibles qu'il entraîne. D'où il paroît vrai-semblable, que le plan de l'Orbite de chaque Planete se confond avec le plan Physique, ou la direction du fluide qui le compose. D'un autre côté l'on ne voit pas clairement qu'il fût impossible, ni contraire à la Théorie des Tourbillons, que le corps d'une Planete s'écartât un peu, en ce sens, de la direction générale du fluide où elle est plongée, de même qu'elle s'en écarte peut-être aussi par la Courbe excentrique qu'elle décrit autour de l'Axe de révolution de ce fluide. Car comme il faut concevoir deux forces, dont l'une tend à l'éloigner de cet Axe ou du point Central, & dont l'autre la repousse vers lui, qui sont la force Centrifuge, & la force Centripete, il est aussi très-possible qu'il y ait deux forces, dont l'une la chasse de l'Equateur du Corps Central, & dont l'autre la retire vers lui. Et il faut bien nécessairement, ou que l'Equateur Physique du Tourbillon Solaire ne soit pas le même dans toutes les couches, ou que les Orbites & les Globes des Planetes en sortent, puisque ces Orbites sont diversement inclinées entre elles. Dans cette alternative, & parce que d'ailleurs aucune de ces hypotheses ne sçauroit apporter de changement considérable aux résultats de notre Formule, les plus grandes Latitudes des Planetes ayant des *Limites* assés étroites, qui sont celles du Zodiaque, nous continüerons de raisonner à cet égard sur le même pied que dans les explications précédentes.

Quant

Quant à la seconde supposition, de la perpendicularité des Axes des Planetes sur les plans de leurs Orbites, nous n'en sçaurions user de même; puisque nous sçavons certainement que la plûpart de ces Axes sont inclinés à ces plans, & la quantité dont ils leur sont inclinés.

XXXV. Pour connoître donc de quelle maniére, & combien cette nouvelle circonstance doit influer sur la Rotation des Planetes; soit *AQDR*, l'Equateur d'une Planete, dont les Poles sont en *C*, & dont l'Axe est perpendiculaire au plan de son Orbite. Il est évident que les filets du fluide *MA*, *LD*, qui frappent son Equateur par les extrémités *A*, *D*, de son diametre *AD*, sont à la même distance l'un de l'autre, & par rapport au point Central *S*, que les extrémités de ce même diametre. Ce qui donne le cas général de la Regle *(Artt. XVIII. XXIX.)* Mais si l'Equateur, & l'Axe de révolution de la Planete sont inclinés aux précédents, de maniére que son Equateur se trouve en $\alpha Q \delta R$, & son Axe en $c C \varkappa$, quelle que soit la force qui l'y retient, & dont nous n'entreprenons point ici de chercher la cause, il n'est pas moins évident que les filets, ou les couches $F\alpha$, $I\delta$, qui frappent les extrémités du diametre $\alpha\delta$, ne sont plus entre elles, & par rapport au point Central *S*, qu'à la distance *BE*, moindre que la précédente de part & d'autre, de toute la quantité du sinus verse de l'inclinaison *BA*, *ED*. Or comme le rapport que les Efforts relatifs ont entre eux *(Art. XVIII. Fig. 4.)* sont déterminés par celui des différentes vîtesses du fluide au point où il frappe le Levier *CF*, ou, ce qui revient au même, le diametre *AD*, & par le rapport des poids aux points frappés, & que le rapport, tant des poids que des vîtesses, dépend de celui des différentes distances au point Central *S*: il suit que le rapport des Efforts relatifs dans le cas de l'inclinaison de l'Axe *(Fig. 6. N.° 1.)* diminüera d'autant plus que l'Axe sera plus incliné. Il faudra donc appliquer la Regle à la Planete *AQDR*, comme si, au lieu du diametre *AD*, elle n'avoit que le diametre *BE*, ou *BC* pour rayon, qui *(Fig. 6. N.° 2.)* est égal au sinus *HK* du complément

Fig. 6. N°. 1.

KCF de l'inclinaison *ACK*, de l'Axe *KCX*, &c.

XXXVI. On voit par-là que si l'Axe de révolution diurne de Mars n'étoit pas aussi incliné à son Ecliptique que celui de la Terre, cette Planete se rapprocheroit d'autant de l'analogie, quoique son diametre ne soit qu'environ les $\frac{3}{5}$ de celui de la Terre. A l'égard de l'Axe de Venus, je trouve dans l'ouvrage déja cité de M. *Bianchini* *, qu'il n'est élevé sur l'Ecliptique que d'environ 15 degrés, & par conséquent qu'il lui est incliné de 75, son Pole Boréal répondant aux Etoiles α, β, de la tête du petit Cheval, & son Pole Austral au Cœur de l'Hydre : de maniére que le plan qui passeroit par cet Axe, & par le centre du Soleil, couperoit l'Ecliptique au 20° du Verseau, & du Lion. Il faudroit ôter quelque chose de cette inclinaison rapportée à l'Orbite ou à l'Ecliptique propre de la Planete, à cause de sa déclinaison particuliére, & de la position actuelle de son Nœud ascendant. Mais comme cette position peut n'être pas constante, que le retranchement qui en résulte est peu considérable, & que, par d'autres circonstances, qu'on va voir, on devroit juger l'inclinaison encore plus grande, nous compterons l'Axe de Venus incliné, comme ci-dessus, d'environ 75 degrés. Or on comprend aisément par tout ce que nous venons de dire dans l'article précédent, combien cette prodigieuse inclinaison doit diminuer le diametre qui fait l'élément du calcul de la Rotation. Elle le réduit presque à sa 4.me partie ; car le sinus du complément de l'inclinaison de 75° qui est de 15°, n'est presque que le quart du sinus du complément ($23\frac{1}{2}°$) de l'inclinaison de l'Axe de la Terre, qui est de $66\frac{1}{2}$ degrés. L'irrégularité devient donc par-là plus petite d'environ les $\frac{3}{4}$, & bien moindre par conséquent qu'elle n'auroit été, si Venus tournoit en 23 heures, selon qu'on l'avoit crû. Mais que seroit-ce si l'on s'en tenoit à ce qu'ajoûte M. *Bianchini*, qu'il y a des temps dans la Période de Venus, où l'Axe de Rotation, sans perdre jamais son parallelisme, semble absolument se confondre avec l'Axe d'*illumination* par la ligne menée du centre de la Planete au Soleil, & où les taches du Globe de la Planete décrivent sen-

* Pag. 67.

siblement des paralleles au cercle *Finiteur* de la lumiére & de l'ombre ? L'inclinaison de l'Axe seroit donc encore beaucoup plus grande, & presque infiniment grande, ou telle que la lenteur excessive du mouvement diurne de Venus s'accorderoit entiérement avec nos principes ? Mais il suffit d'avoir réduit l'irrégularité à sa 4.me partie ; & c'en est assés du moins pour nous laisser en droit de soupçonner, que ce n'est que faute de connoître exactement toutes les circonstances nécessaires au calcul, que nos principes, & la Regle qui s'en déduit, ne peuvent pas approcher davantage de l'analogie.

XXXVII. Si l'on a égard à l'inclinaison de l'Axe dans la comparaison du mouvement diurne de la Terre avec celui de Jupiter, qui est de toutes les Planetes la plus analogue à la Terre, & celle dont la révolution diurne est le mieux connüe, on trouvera que Jupiter doit tourner en 10 $\frac{1}{4}$ heures, & quelques minutes ; à très-peu-près comme le donnent les observations ; l'inclinaison de l'Orbite, & quelques autres circonstances non comprises dans notre calcul pourront faire le reste. Car supposant l'Axe de Jupiter incliné à son Ecliptique comme le plan commun de ses Satellites, ou d'environ 3 degrés, celui de la Terre l'étant au sien de 23° 29', on a *(Art. XXXV.)* le rapport de leurs diametres environ comme 12 à 1, & partant *(Art. XXIX.)* l'effort du fluide dont résulte la Rotation de Jupiter, à celui dont résulte la Rotation de la Terre :: 12 × 22000 . 1 × 114424 :: 12 × 2750 . 1 × 14303 :: 33000 . 14303, ou environ :: 330 . 143, qui par analogie au temps de la révolution de la Terre (23h 56') donne 10h 22' à celle de Jupiter.

XXXVIII. C'est-là, si je ne me trompe, ce qu'il y avoit de plus essentiel à observer sur notre cause de la Rotation des Planetes. Après quoi nous ne devons pas oublier de parler d'une seconde, qui s'y mêle, dans toutes ses circonstances, & qui mérite que nous y fassions quelque attention, pour sçavoir quel en peut être l'effet.

Fig. 4. Si l'on ſuppoſe que le courant *MmnN* du fluide qui entraîne la Planete, faſſe partie d'un Tourbillon infiniment grand, il eſt clair que tous ſes filets ſe confondent avec des lignes droites, ou ne ſont que des lignes droites; que le filet *RH*, par exemple, qui partage ce courant en deux parties égales, étant prolongé, ſe confond avec le diametre *HE* de la Sphere, & que dans la moitié *MR* du fluide, il y a autant de filets qui pouſſent la Sphere de *M* vers *N*, qu'il y en a dans la moitié *Rm*, qui la pouſſent de *m* vers *n*. De ſorte que juſques-là, & abſtraction faite des différentes vîteſſes dans les couches du fluide, & d'aucune Peſanteur différente dans la Sphere, qui même ne peut avoir lieu dans le cas poſé, on ne ſçauroit trouver aucun principe de Rotation de part ni d'autre.

Fig. 7. XXXIX. Soit maintenant le Tourbillon *AMBSN*, infiniment petit, ou le plus petit qu'il puiſſe être, ce que je conçois devoir arriver, lorſque ſon rayon, *SA*, ſera égal au diametre, *AD*, de la Planete, *AEDH*. Si du centre *S*, & dans la capacité de tout le Tourbillon, on imagine une infinité de couches, ou de filets concentriques *RH*, *IT*, &c. qui rencontrent la ſuperficie de la Planete en allant de *R* vers *H*, & de *I* vers *T*, & entre leſquels, *RH* étant continué, paſſe par le centre *C* de la Planete, & les partage en nombre égal de part & d'autre, vers *M* & vers *S*; il eſt évident qu'ils tendront tous à pouſſer la ſurface de la Planete vers le point *A*, ſçavoir tant la moitié des filets compriſe entre *MA* & *RH*, qui pouſſe la partie *HA*, que la moitié compriſe entre *RH* & *S*, qui pouſſe la partie *HD*. Car toutes les Tangentes *HA*, *TA*, menées aux couches du fluide par les points *H*, *T*, leſquelles indiquent les directions en ces points, forment autant d'angles droits avec les Cordes *HD*, *TD*, qui ſe trouvent en même temps les rayons de ces couches, & qui partant du centre, *S*, du Tourbillon, & de l'autre extrémité, *D*, du diametre de la Planete, font de ſa demi-circonférence *ATHD*, le lieu de tous les ſommets de ces angles. Donc en ce cas tous les filets du fluide tendent à ſoûlever la moitié *DTA*, &

à faire tourner le Globe *AEDH* ſur lui-même, de *T*, ou de *H* vers *A*. Car on peut imaginer une infinité de Leviers de la troiſiéme eſpece, tels que *CT*, qui ſont comme les bras ou les rayons d'une Roüe *DHTAE*, pouſſés en des points *T, K, L*, vers *CA*, par les filets *IT, RH*, & qui doivent faire tourner la Roüe de *A* vers *N*, dans le même ſens que le fluide. Or ſi dans le cas du Tourbillon infiniment grand, il n'y a aucun filet du fluide qui l'emporte ſur celui qui lui répond dans la moitié oppoſée, pour faire tourner la Sphere plûtôt d'un côté que de l'autre, tandis que dans le cas du Tourbillon infiniment petit, tous les filets du fluide, dans les deux moitiés, concourent à la faire tourner dans le même ſens qu'il tourne lui-même, il eſt évident que dans les cas moyens, il y aura toûjours quelques filets qui l'emporteront ſur ceux de la moitié oppoſée, pour faire tourner la Sphere en même ſens que le fluide.

XL. Pour le voir plus particuliérement, ſoit la Planete *AEDH*, entraînée par le Tourbillon *MmnN*, dont le centre Fig. 8.
ou Foyer eſt en *S*, à une diſtance finie, &c. Ayant prolongé circulairement le filet *RH*, qui partage le courant *Mm* en deux parties égales, & qui paſſe par le centre *C*, mené la Tangente *HT*, du point *H*, & la Corde *HBE* à l'arc *HCE*: il eſt clair que *HT* ira couper le diametre *AD* à un point *T* au deſſus du centre *C*. Et par conſéquent le filet de fluide *RH*, qui, dans le cas où il ſe confondroit avec la ligne droite, ne pouſſeroit la Sphere ni au deſſus ni au deſſous du point *C*, la pouſſera dans le cas préſent d'autant plus au deſſus du point *C*, que l'arc *HCE* s'éloigne davantage d'être une droite, & que l'angle *THE*, fait par la Tangente *HT*, & la corde *HE*, ſe trouve plus grand. Ce qu'il faut entendre de même d'une infinité d'autres filets pris un peu au deſſous de *RH*, & dont les Tangentes tomberoient entre *C* & *T*. Donc toutes choſes d'ailleurs égales, & abſtraction faite des différentes vîteſſes du fluide, & de la différente peſanteur des hémiſpheres de la Planete, la Planete doit tourner dans le même ſens que le Tourbillon, par la ſeule cauſe que nous venons d'expliquer.

XLI. Il s'agit donc de connoître quelle peut être l'efficacité

de cette nouvelle cauſe de Rotation par rapport à la précédente, pour ſçavoir, ſi elle ſuffiroit ſeule, malgré les différentes vîteſſes du fluide, & indépendamment du différent poids relatif des parties de la Planete.

Mais il eſt évident, qu'il ne ſçauroit preſque point y avoir de comparaiſon entre ces deux cauſes, par la petiteſſe comme infinie du bras de Levier *CT*, eu égard à *CF*. Car ſuppoſant, par exemple, que *AEDH* repréſente la Terre, & que *CS* contient 22000 *CA*, ou, ce qui revient ici au même, 22000 *BH* (le point *B* partageant la Corde *EH* en deux parties égales;) on ſçait que l'angle *CSH*, ou la Parallaxe Solaire, doit être d'environ 10 ſecondes: d'où l'on verra par les Tables, ou par l'analogie des Triangles ſemblables *CSH*, *BHT*, que *CT* n'eſt qu'environ la 40000.me partie du rayon *CA*. Mais les vîteſſes du fluide au point *T*, & au point *F*, centre de gravité de l'Hémiſphere *EHD*, ou point de réünion de tous les Efforts du fluide contre cet Hémiſphere, ſont comme $\sqrt{FS}$, & $\sqrt{HS}$, & les impulſions qui en réſultent comme *FS*, & *HS*, dont la différence eſt, à un 40000.me près, *FC*; & le point *F*, quelque proche de *C* qu'on puiſſe le prendre, donnant toûjours un bras de Levier *CF* pluſieurs milliers de fois plus grand que *CT*, il eſt évident que l'Effort contre le point *F*, l'emportera preſque infiniment ſur l'Effort contre le point *T*, & fera tourner la Sphere de *D* vers *E*, c'eſt-à-dire, en ſens contraire au mouvement journalier de la Terre. La cauſe dont il s'agit eſt donc inſuffiſante, & ne peut qu'augmenter preſque infiniment peu, celle que nous avons aſſignée à la Rotation de la Terre. J'ai ſuppoſé l'impulſion totale des filets tels que *RH*, contre le bras de Levier *CT*, réünie au point *T*, quoiqu'elle dût l'être un peu plus près du centre *C*, & devenir par-là d'autant moins forte.

Revenant donc à la premiére cauſe de Rotation adoptée dans ce Mémoire, & à la Théorie qui en fait le fondement, nous ajoûterons encore ici, en finiſſant, quelques Remarques ſur les conſéquences que l'on en peut déduire.

XLII. *En toute Planete composée d'une substance liquide, ou couverte d'un liquide, sa surface doit périodiquement s'abbaisser, ou se hausser, s'approcher, ou s'éloigner de l'Axe de sa révolution diurne, par la partie qu'elle présente ou qu'elle oppose au point central du Tourbillon qui l'entraîne.*

Cela est évident par la *premiére Supposition (Art. VI.)* & parce que la force Centrale, ou la Pesanteur universelle, qui agit dans le grand Tourbillon, & qui pousse l'Hémisphere *EDH (Fig. 4.)* vers le point *S*, diminüe d'autant l'effet de la force ou de la Pesanteur particuliére, qui agit dans le Tourbillon propre de la Planete, qui en pousse toutes les parties vers son centre *C*, & qui les oblige à se ranger sphériquement autour de lui. D'où il suit que ces parties auprès du point *D*, par exemple, formeront une surface d'autant moins sphérique, & seront d'autant plus éloignées du centre de la Planete, qu'elles seront plus proches de celui du Tourbillon principal; & au contraire à l'égard des parties auprès du point *A*.

XLIII. Cette cause de Flux & Reflux, en toute Planete qui est couverte de Mers, doit assûrément avoir lieu dans l'hypothese de la Gravitation universelle des corps vers le centre du Tourbillon. Et à l'égard du Globe Terrestre, elle ne peut manquer de se compliquer avec les autres causes, & de faire partie du Phénomene, quoique partie très-petite; car la relation continuelle du Flux & Reflux, avec les mouvements, les situations & les distances de la Lune, & sa quantité, prouve assés que la circonstance, dont nous venons de parler, n'y entre que pour bien peu. Mais ce qui montre qu'elle y entre; c'est la variation sensible qui arrive à la grandeur des Marées, selon que la Terre est dans son Aphélie, ou dans son Périhélie, & qui ne peut venir que du changement que ces deux situations apportent au rapport des tendances du point *A*, & du point *D* vers *S*; la différence des quarrés réciproques de leurs distances ne se trouve pas la même dans les deux cas; & de-là suivent nécessairement les gonflements différents en *D*, & les abbaissements différents en *A*.

J'ai indiqué en 1727, dans une Dissertation sur le mouvement de la Lune & de la Terre *, un principe de Flux & Reflux, qui lieroit celui-ci avec les mouvements Lunaires, tandis que l'un & l'autre se compliquent peut-être avec la pression du Tourbillon de la Lune ; comme on a coûtume de l'expliquer. Mais ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans un plus grand détail sur cette matiére.

* *Mem. de l'Acad. p. 106.*

XLIV. *La supposition du poids différent des deux Hémispheres* (Art. VI.) *ne sçauroit apporter aucune différence sensible à la Force Centrifuge des points de la surface d'une Planete.*

Car 1.° par l'Art. XV, quoique la Rotation tende sans cesse à se faire sur le centre de gravité commun des deux Hémispheres, elle ne se fait néantmoins réellement que sur le centre de figure de la Planete. D'où il suit que le rayon de la circulation, vers l'Equateur, par éxemple, demeure constant. 2.° Les vîtesses des circulations successives sont sensiblement égales *(Art. XXVI.)* 3.° L'augmentation relative du poids de l'Hémisphere inférieur, eu égard au Soleil, ou sa diminution, eu égard au centre de la Planete, doit être multipliée par la fraction qui exprime le rapport de la Force Centrifuge à la Pesanteur propre des parties de la Planete vers son centre ; puisque, toutes choses d'ailleurs égales, les Forces Centrifuges sont comme les masses ou les poids des corps circulans : d'où l'on trouvera que ce produit ou ce rapport composé donne une quantité de nulle considération, eu égard à la Force Centrifuge totale. En voici l'éxemple.

XLV. La distance moyenne de la Terre étant supposée comme ci-dessus, de 11000 de ses diametres, la différence du poids vers le Soleil de la même partie en *A*, ou en *D* *(Fig. 4.)* sera *(Art. VI.)* comme $\overline{11000}^2$ à $\overline{11000+1}^2$, qui donne une 5500.me de différence. Mais par le calcul de M. *Huguens* *, la Force Centrifuge totale en *A*, ou en *D*, que nous supposons être des points quelconques de l'Equateur, est à la Pesanteur spécifique des parties de la Planete vers son centre, comme 1 est à $\overline{17}^2$ ou 289, & par les Art.

* *Disc. de la Pesant. p. 146.*

X

XV & XXXVI, les rayons & les vîtesses des circulations demeurent sensiblement les mêmes. Donc la diminution de la Force Centrifuge au point *D*, en vertu de la diminution de Pesanteur des parties de la Planete vers son centre *C*, & de leur plus grande tendance vers le Soleil *S*, ne sera que $\frac{1}{289}$ de $\frac{1}{5500}$, ou $\frac{1}{1589500}$, qui ne sçauroit être susceptible d'observation.

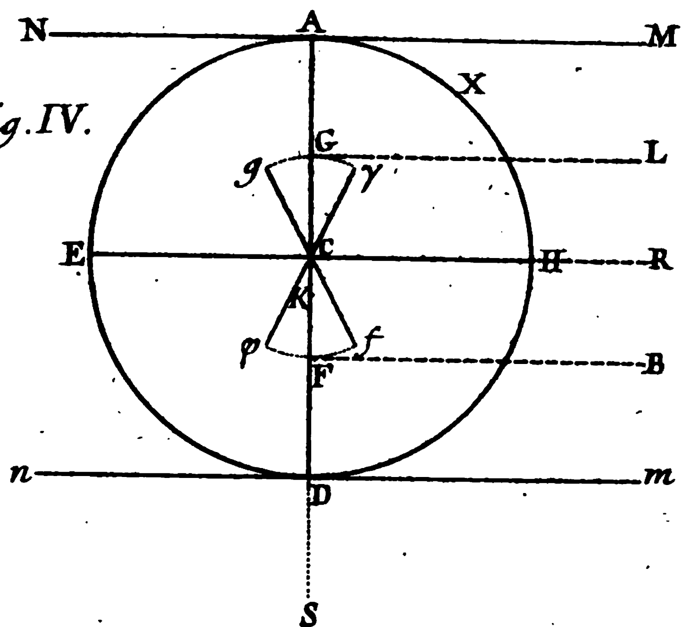
D'où l'on voit que l'hypothese de la Pesanteur variable des deux Hémispheres Terrestres, & l'explication que nous en tirons pour le mouvement diurne ne sçauroit troubler sensiblement les Phénomenes connus, tant du Flux & Reflux de la Mer, que de la Pesanteur des corps, & de leur Force Centrifuge à la surface de la Terre.

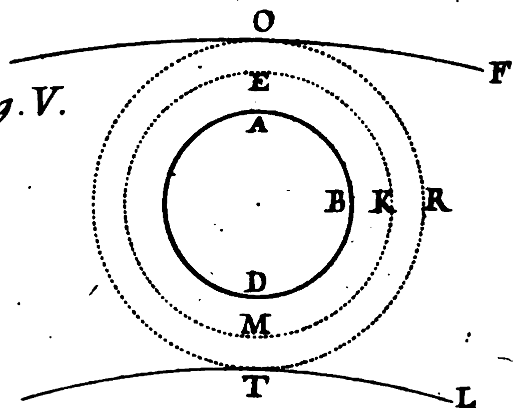
XLVI. *Si l'on suppose les parties d'une Planete d'une Pesanteur spécifique différente, sensiblement plus grande dans un Hémisphere que dans l'autre, & en plus grande raison, que l'Effort relatif du fluide qui la doit faire tourner sur elle-même, elle prendra une situation constante, par rapport à la direction du fluide qui l'entraîne, ou aux Tangentes de l'Orbite, & elle ne tournera point sur elle-même.* Cela est évident par les Art. XI & XIV, par l'idée que nous avons attachée à la Rotation dans tout ce Mémoire, & par le sens dans lequel nous prenons le mot de *tourner sur soi-même* (toûjours relativement au point Central de la Pesanteur, ou à la ligne que décrit le centre de gravité de la Planete, & non par rapport à un point infiniment éloigné, pris hors de l'Orbite, lequel, non plus que le Foyer Supérieur, est de nulle efficacité à son égard, & n'a nulle réalité Physique). Car tout l'effet de l'Effort relatif sur l'Hémisphere supérieur *(Fig. 2.)* n'aboutit, dans le cas de la Proposition, qu'à donner au Levier *GCT*, l'inclinaison $\gamma C \vartheta$, par éxemple, & à la Planete *AEDH*, la situation *aedh*; ainsi qu'il a été démontré à l'égard du Cylindre *(Art. XI.)* y ayant alors réellement en ϑ un poids dont la tendance vers le point Central du Tourbillon fait équilibre à l'Effort relatif supérieur.

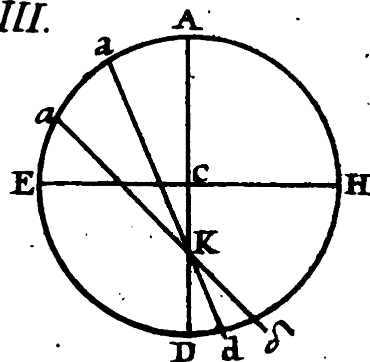
XLVII. Si l'Hémiſphere de la Lune, qui eſt toûjours tourné vers nous, ſe trouve ſpécifiquement & ſenſiblement plus peſant que celui qui nous eſt caché, ainſi que M. *Auzout*, M. *Huguens*, & quelques autres Sçavants hommes l'ont crû, il ne faut point chercher ailleurs la cauſe du Phénomene, & pourquoi la Lune nous préſente toûjours à peu-près la même face. Un Géometre qui étant placé au centre du Globe Terreſtre ſuppoſé tranſparent, verroit faire le tour de ce Globe à un Vaiſſeau dont il n'appercevroit jamais que le fond ou la carene, malgré les vents & les impulſions latérales qui le font marcher, jugeroit avec raiſon que c'eſt, parce que la carene eſt plus chargée, ou plus peſante que la partie ſupérieure du Vaiſſeau, qui lui eſt toûjours cachée. M. *Deſcartes* & ſes premiers Diſciples faiſoient bien la Lune plus peſante par un de ſes Hémiſpheres que par l'autre, & pour l'explication du même Phénomene, mais c'étoit par l'Hémiſphere ſupérieur, que nous ne voyons jamais; en quoi aſſûrément ils n'auroient point été fondés, s'ils avoient pris la Peſanteur au ſens que nous la prenons ici; comme il paroît par la Théorie répandüe dans tout ce Mémoire, & par la reſtriction de l'Article précédent. Quoiqu'il en ſoit, on a tout lieu de croire que la Lune n'eſt pas le ſeul Satellite qui ne tourne pas ſur lui-même, & qui conſerve toûjours à peu-près la même poſition, eu égard à ſa Planete Principale. Feu M. *Caſſini* a jugé la même choſe du cinquiéme de Saturne, & M.rs *Huguens* & *Gregori** ont penſé que c'étoit une propriété des Satellites.

* Hug. *Coſmoth.* p. 118. Greg. *Schol.* Pr. 58. l. 4.

XLVIII. *La poſition du Globe d'une Planete par rapport au fluide Déférent, & dans le cas ci-deſſus, ne peut être conſtante qu'autant que la vîteſſe du fluide demeure telle, & cette vîteſſe devant changer, comme on ſçait, dans toute Orbite elliptique, ou excentrique, telle que l'Orbite de la Lune, en raiſon inverſe des racines de ſes diſtances actuelles au point Central; il ſuit que le Globe de la Lune ne ſçauroit avoir une poſition conſtante, eu égard à la Terre; mais que par une eſpece de balancement ſur ſon centre de gravité, & dans le ſens de ſa Longitude, tantôt elle nous pré-*







Ph. Simonneau Sculp.

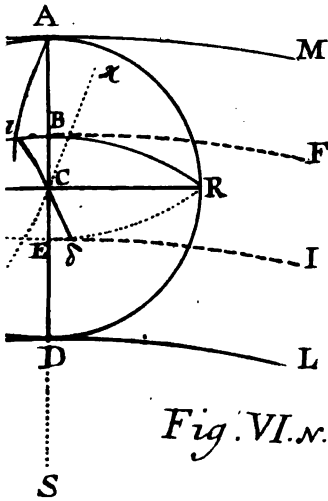


Fig. VI. N.° 1.

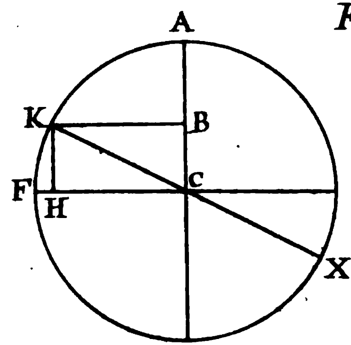
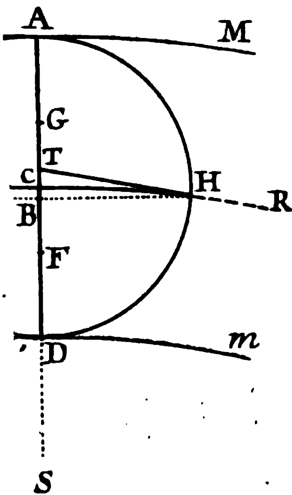
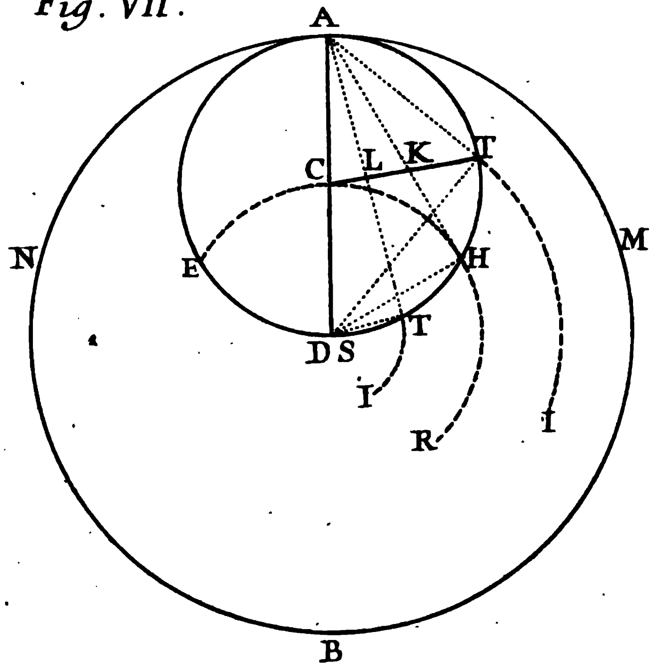


Fig. VI. N.° 2.

Fig. VII.





Ph. Simonneau Sculp.

sentera un peu de l'Hémisphere qui nous est ordinairement caché, & tantôt elle nous cachera un peu de celui qu'elle tourne ordinairement vers nous, & cela plus ou moins, selon l'inégalité de vîtesse du fluide qui l'entraîne. Voyés les Art. XII & XIII, & dans la Fig. 2, les Hémispheres *EDH, edh, IδB,* &c.

XLIX. C'est, comme on voit, une circonstance Physique, qui n'exclud pas la cause optique de la *Libration* apparente de la Lune, tant en Longitude qu'en Latitude, & telle que feu M. *Cassini* l'a expliquée. Du reste il me paroît difficile d'admettre l'hypothese des Tourbillons, sans reconnoître cette Libration réelle dont je viens de parler, comme intimement mêlée à la Libration apparente. Le Géometre que nous avons imaginé au centre de la Terre, appercevroit assûrément tantôt plus, tantôt moins du flanc de la carene du Vaisseau, selon que le vent souffleroit plus ou moins fort dans ses voiles, & qu'il le feroit pencher plus ou moins d'un côté ou d'autre. Et si l'on étoit une fois bien certain qu'il n'arrive rien de pareil au Globe de la Lune, ou que cette partie de sa Libration s'y fait toûjours en un sens contraire à celui qui doit résulter du plus ou du moins de vîtesse du fluide ou du Tourbillon qui l'entraîne, ce seroit sans doute une nouvelle difficulté à mettre au nombre de celles qu'on peut alléguer contre l'hypothese des Tourbillons. Car la Force Centrifuge de l'Hémisphere le plus pesant ayant à varier dans les alternatives d'augmentation ou de diminution réelles de vîtesse, qui arrivent à cette Planete autour des Apsides, devroit y produire dans le cas du vuide, une Libration réelle en Longitude, toûjours opposée à celle qu'y produiroit le Tourbillon déférent. Les variétés qui regnent dans la Libration de la Lune en Longitude, & sa quantité qui surpasse quelquefois les limites qui lui sont prescrites par l'Optique, & par la Trigonométrie, en vertu de l'excentricité de son Orbite, favorisent encore mon idée par rapport à l'une ou à l'autre de ces Librations. Aussi avois-je fait il y a quelques années un plan d'observations, pour démêler cette complication de causes, & pour m'acquitter

* Hist. Acad. 1721. p. 65. plus pleinement de ce que j'avois promis là-dessus en 1721 *. Mais je n'ai pû mettre mon projet en exécution, fautè d'un lieu propre à observer le passage de la Lune par le Méridien, ce qui, selon mes vûës, y étoit absolument nécessaire.

EXAMEN DU VINAIGRE CONCENTRE' PAR LA GELE'E.

Par M. GEOFFROY le Cadet.

27 Fevr. 1729. QUOIQUE le Vinaigre, qui contient l'Acide le plus actif après l'Acide des Minéraux, soit une liqueur assés commune, puisqu'on le fait aisément dans tous les lieux où l'on boit du Vin; le choix qu'on en fait demande quelque attention, & l'on doit préférer celui qu'on tire des cantons de Vignobles dont les Vins ont le plus de corps: il en est plus fort, plus actif & moins sujet à être altéré par des matiéres étrangeres, dont la plûpart des Vinaigriers se servent pour le rendre plus picquant, ou pour lui donner de la couleur. Toutes les matiéres qu'ils y ajoûtent, n'augmentent sa force que pour un temps, & cette force empruntée devient inutile dans la distillation.

Il faut aussi préférer celui qui est pénétrant & volatil, à celui qui a une odeur de baissiére, parce que c'est une marque presque assûrée que ce dernier a été fait d'un Vin foible, qui commençoit à se gâter; ainsi le bon Vinaigre doit être acide à l'odorat & au goût, & il doit par la volatilité de cet Acide affecter agréablement le palais sans acreté. Entre les Vinaigres qui ont ces qualités, il faut encore choisir, pour les opérations chymiques, celui qui est le plus chargé d'Acides.

Il y a plusieurs moyens de s'en assûrer: l'un des principaux a été indiqué par feu M. Homberg, dans un des Mémoires

de l'Académie de 1699, page 49, & par M. Stahl, dans ses Opuscules chymiques, page 418; & c'est en suivant leur idée, que je prends pour mes essais deux gros de chaque espece de Vinaigre que je pese bien exactement, je les mets dans des Verres dont les fonds sont arrondis; j'y jette peu-à-peu du Sel de Tartre pur, bien sec & en poudre fine; ce que je continüe de faire jusqu'à ce que la fermentation cesse. L'Acide du Vinaigre s'amortit; la liqueur devient un peu salée, & la fermentation cessée, je connois le degré de force du Vinaigre par le plus ou le moins de Sel de Tartre qui a été nécessaire pour absorber l'acide de cette liqueur, & dont il s'est saoülé en fermentant; ce qui va ordinairement depuis quatre grains, pour les Vinaigres de Paris les plus foibles, jusqu'à huit, pour les plus forts. Ceux d'Orléans en absorbent onze; & un Vinaigre qui sera fait de bon Vin, peut aller jusqu'à douze; ce que j'ai expérimenté.

M. Stahl ayant dit dans le Livre déja cité, que l'Acide du Vinaigre le plus fort qu'il avoit pû trouver dans le temps de son expérience, n'avoit pû être absorbé qu'avec peine par deux gros de Sel alkali par livre; ce qui réduit à mes essais, ne feroit sur deux gros que deux grains un quart. On en pourroit conjecturer que les Vinaigres de Vins d'Allemagne seroient beaucoup plus foibles que ceux de nos Vins, mais il faudroit en avoir de semblables pour s'assûrer de cette différence d'Acidité par de nouvelles expériences; ce qui ne seroit pas même encore une preuve bien certaine, puisque j'ai observé dans mes essais, que nos Vinaigres les mieux choisis varient entre eux, & qu'il y a presque toûjours de la différence dans leurs degrés de force.

Il est difficile de trouver de bon Vinaigre à Paris: les Vins de différents crûs qu'on y employe, & les matiéres âcres que les Vinaigriers y ajoûtent, quand les Saisons n'ont pas été favorables à la Vigne, en sont la cause.

Les Vinaigres de Bordeaux & d'Orléans sont ordinairement de meilleure qualité, parce que du moins le Vin dont on les fait est toûjours de même crû, & ils sont préférés avec raison,

puiſque celui d'Orléans, dans mon eſſai, a abſorbé quatre grains de Sel de Tartre de plus que le meilleur Vinaigre de Paris.

Le Vin n'eſt pas la ſeule liqueur qui ſe convertiſſe en Vinaigre : on en peut faire, comme on le ſçait, de preſque toutes les liqueurs fermentées, mais celui du Vin eſt toûjours le meilleur, tant pour l'uſage ordinaire que pour les opérations chymiques. Il contient encore tous les principes du Vin, quoique dans un arrangement différent.

La méthode ordinaire des Vinaigriers, pour avancer la fabrique de leur Vinaigre, eſt de laiſſer une ouverture à leurs Tonneaux pour la communication de l'air chaud ; on peut cependant faire d'excellent Vinaigre dans un vaiſſeau qu'on a fermé avant que de le retirer de la Cave pour le mettre dans un lieu un peu plus chaud, afin que par une eſpece de digeſtion, ſes principes acides puiſſent ſe développer avec moins d'évaporation. Lorſqu'ils ſont liés dans le Vin avec une juſte proportion de parties huileuſes, d'eſprits inflammables & de flegme, ils ſervent à lui donner de l'agrément ; mais prenant le deſſus dans le Vinaigre par une nouvelle fermentation, ils ſe développent dans tout le fluide, & concentrent la partie inflammable, de ſorte qu'on ne peut la faire reparoître qu'après diverſes opérations, ſans leſquelles il ſeroit difficile de démontrer que cette partie inflammable, qui eſt l'Eſprit de Vin, eſt encore preſque toute entiére dans le Vinaigre, & qu'on peut l'en retirer telle qu'elle étoit dans le Vin. Le Sel de Saturne ou de Plomb en eſt une preuve, puiſque ce Sel ne fournit de l'Eſprit ardent, dans ſon analyſe, que parce que le Vinaigre avoit conſervé une partie de ſes Eſprits, en ſe concentrant avec ce métal ; le feu les forçant à ſe ſéparer, l'Eſprit de Vin reparoît ſous ſa premiére forme.

Les liqueurs que je retire par la diſtillation, d'un Vinaigre dont j'ai connu la force par mes eſſais, ont entre elles des différences conſidérables, ainſi que je vais le faire voir.

J'ai pris une livre de Vinaigre, dont l'Acide, à l'eſſai, étoit abſorbé par ſix grains de Sel de Tartre ; je l'ai diſtillé

au feu de Sable, & j'ai séparé la liqueur qui distilloit, en cinq portions, dans le courant de la distillation, que j'ai continuée jusqu'à ce qu'il ne me soit resté qu'un gros de résidence dans le vaisseau. La première liqueur, qui est réputée flegme, avoit une odeur de Baissiére. J'en ai fait l'essai à deux gros (qui est toûjours la dose des essais rapportés dans ce Mémoire) & l'Acide de ces deux gros a été absorbé, en fermentant par trois grains de Sel de Tartre seulement.

L'Acide de la seconde portion, qui commençoit à avoir une odeur moins desagréable, a été absorbé par cinq grains.

La troisiéme, devenüe un peu plus forte, a eu besoin de dix grains de ce Sel.

La quatriéme, de treize grains.

Et la cinquiéme, qui étoit la plus forte, en a pris dix-neuf grains. La résidence restée dans le Vaisseau au poids d'un gros, étoit de couleur brune, épaisse & chargée d'une croûte saline: elle étoit d'une odeur plus pénétrante que les cinq portions de liqueur dont je viens de parler. C'est cette partie de Vinaigre qui en retient le Sel essentiel le plus actif; mais elle est chargée de la partie sulphureuse grossiére de ce même Vinaigre, qui la rend desagréable à l'odorat & au goût. Cette résidence, quoique trop épaisse pour être essayée au Sel de Tartre, doit être réservée pour en tirer l'Acide le plus fort.

En continuant l'examen des Résidus, qu'on abandonne ordinairement comme inutiles après les distillations, j'ai trouvé qu'on peut encore profiter de ce qu'ils ont de plus fort.

En les distillant très-lentement, on en sépare plusieurs liqueurs, dont la plus foible est de même force que la quatriéme ou cinquiéme portion, retirée par le procédé que je viens de décrire, & l'on a à la fin un Esprit de Vinaigre très-pénétrant & très-actif, mêlé d'un peu d'Huile fétide qui le jaunit. La derniére résidence qui ne monte pas, est une masse noire, épaisse & presque solide, qui tient concentré un reste d'Acide qu'on ne peut avoir qu'en poussant la distillation à feu ouvert, après y avoir mis un intermede.

Voilà le détail du travail long & assujettissant qu'on

employe ordinairement pour avoir un Vinaigre actif & pénétrant. Il y a un autre moyen beaucoup plus court, & qui donne, par une voye très-simple, l'Esprit le plus fort du Vinaigre ; c'est en le faisant geler à l'air pendant les grands froids.

M. Stahl ne l'ayant qu'indiqué dans le Livre que j'ai cité, j'ai crû qu'un détail de nouvelles expériences pourroit être de quelque utilité.

Les grands froids de cette année m'ont été favorables, & j'avois heureusement des matériaux tout prêts, comme des Vinaigres distillés simples, des Vinaigres distillés de Résidus, & des Vinaigres qui avoient été déja concentrés pendant les froids des années précédentes.

J'ai exposé tous ces Vinaigres à la gelée : j'y ai exposé aussi des Vinaigres pris au hazard chés différents Vinaigriers, parce que le choix en étoit alors indifférent, & que j'évitois les distillations par la concentration.

Dix-sept à dix-huit pintes d'un de ces Vinaigres, qui à l'essai du Sel de Tartre avoit six degrés de force (c'est-à-dire qu'il falloit six grains de Sel de Tartre pour absorber son Acide) ayant été réduites à six pintes par la gelée, le reste s'étant séparé en glaces, ce Vinaigre, ainsi concentré, a été essayé de nouveau par le Sel de Tartre, & il en a fallu vingt-quatre grains pour absorber son Acide.

Comme la gelée continuoit, & que le froid étoit assés vif pour me faire esperer une plus forte concentration, j'ai exposé à l'air cent deux pintes du même Vinaigre, que je n'ai pû réduire qu'à vingt-une pintes, à cause du dégel qui est survenu ; & à l'essai, il a porté vingt à vingt-un grains de Sel de Tartre.

Les premiéres glaces qu'on sépare dans ce procédé, sont toutes blanches & insipides comme de l'eau. A mesure que le Vinaigre se concentre, les lames de glaces devenant plus menües, plus spongieuses, & en forme de neige, elles retiennent entre elles de la liqueur spiritueuse, & il faut commencer à les conserver, lorsqu'on s'apperçoit qu'elles ont assés d'acidité.

Il

Il est aisé, par ce moyen simple, d'avoir par degrés un Vinaigre de plus fort en plus fort, puisque celui qui ne prenoit avant la gelée que six grains de Sel de Tartre, a augmenté successivement de quatorze degrés de force, & qu'il en a pris jusqu'à vingt grains. Cependant il ne convient pas toûjours de pousser trop loin la concentration du Vinaigre, parce qu'il devient trop épais : son Huile & son Sel essentiel se concentrant, ce Sel acide pourroit rester dans la glace en pure perte, & c'est même par cette raison que j'avertis qu'il faut conserver les glaces, lorsqu'elles sont devenües assés acides.

Toutes ces glaces ayant été placées dans un lieu tempéré pour s'y fondre, j'ai exposé de nouveau la liqueur à la gelée, & par de nouvelles concentrations j'en ai eu vingt pintes de Vinaigre, dont l'Acide, à l'essai, a été absorbé par huit grains de Sel de Tartre : par conséquent ce Vinaigre moyen entre le flegme & le premier Vinaigre qui a été concentré, est de même force que les meilleurs Vinaigres de Paris.

Le Vinaigre que j'avois concentré à la gelée des années précédentes, & dont j'avois huit pintes, ayant été exposé de nouveau cette année, a été réduit à deux pintes & demie. Je n'ai pû le concentrer davantage, puisque ces deux pintes ne se sont pas gelées le 19 Janvier, jour du plus grand froid. A ce point de concentration il a pris quarante-quatre grains de Sel de Tartre, & sa glace dégelée a conservé encore assés de force pour fermenter avec treize grains de ce Sel.

La concentration du Vinaigre distillé se fait aussi par la même voye ; j'en ai exposé vingt-cinq pintes à la gelée, & je l'ai réduit insensiblement & par degrés à quatre pintes : il s'est trouvé très-fort, puisqu'il a pris trente-huit grains de Sel de Tartre, & que les glaces dégelées en ont encore pris neuf grains.

J'ai aussi exposé à la gelée quatorze à quinze pintes de la liqueur distillée des Résidus du Vinaigre, que j'ai réduites à trois pintes d'un Vinaigre très-acide & très-pénétrant qui a pris cinquante-huit grains de Sel de Tartre.

J'ai exposé la derniére liqueur rousse tirée du Résidu de ce

Vinaigre diſtillé : les premiers froids n'ont fait ſur elle aucun effet, & elle n'a pû ſe geler que le 19 Janvier. La liqueur qui s'eſt concentrée eſt devenüe huileuſe : elle a conſervé ſon odeur empyreumatique, mais plus pénétrante : à l'eſſai il a fallu, pour abſorber ſon Acide, ſoixante grains de Sel de Tartre, & pour ſa glace dégelée, trente-ſix grains. Ainſi par la concentration on abrege conſidérablement les diſtillations du Vinaigre, & l'on en retire l'Acide le plus fort ; mais il faut rectifier par de nouvelles diſtillations ces différentes liqueurs, afin d'en ſéparer les parties huileuſes groſſiéres dont elles ſont encore chargées.

La diſtillation au Sable convient pour le Vinaigre non diſtillé qui a été expoſé à la gelée, parce que c'eſt la plus aiſée & la plus prompte ; mais pour les Vinaigres diſtillés, & qui ont jauni vers la fin de la diſtillation, ou à la concentration, il faut les rectifier au Bain Marie ; & une Cornüe eſt plus propre à cette rectification que tout autre Vaiſſeau, parce qu'on n'a beſoin que de faire monter l'Acide qui paſſe, à l'aide de cette chaleur, preſque entiérement détaché ou ſéparé de l'Huile fétide trop groſſiére, laquelle reſte au fond de la Cornüe.

J'ai dit que le bon Vinaigre n'étoit que du Vin qui, ſans changer de nature, n'avoit fait que changer d'odeur & de goût, puiſque, ainſi que je l'ai fait remarquer, on peut faire du Vinaigre excellent avec du bon Vin, ſans qu'on puiſſe craindre l'évaporation de la partie inflammable, en prenant la précaution de boucher exactement le vaiſſeau ; par conſéquent l'Eſprit de Vin y eſt reſté preſque en entier, comme je l'ai avancé ; mais il faut l'en retirer pour le rendre ſenſible.

Il ſemble que lorſqu'on a concentré le Vinaigre par la gelée, & qu'on en a ſéparé le flegme ſurabondant, il devroit s'enflammer, mais cependant il ne le fait pas, parce qu'alors les Acides & l'Huile groſſiére du Vinaigre tiennent encore la partie inflammable embarraſſée, & s'oppoſent à l'action de la flamme.

Il faut donc diſtiller cette liqueur concentrée, afin que

l'Esprit de Vin, qui en est la partie la plus légere, puisse se dégager & s'élever; & c'est lui qui contre le procédé des distillations ordinaires du Vinaigre, reparoît le premier dès cette premiére distillation. Il n'est d'abord inflammable que comme l'Eau de vie; mais en le redistillant de nouveau au Bain Marie, il met le feu à la Poudre, comme l'Esprit de Vin le mieux rectifié, avec cette différence que cet Esprit est chargé d'une Huile essentielle d'un goût âcre & d'une odeur empyreumatique qui le jaunit, & dont il conserve l'odeur. Cet Esprit, du moins celui qui vient le premier, ne retient rien de l'Acide du Vinaigre, puisqu'il n'altere pas la teinture des Violettes, & qu'il ne fermente pas non plus avec le Sel de Tartre.

Si l'on retarde considérablement la distillation de ce Vinaigre concentré, on donnera le temps aux Acides de s'étendre & d'agir de nouveau sur cette Huile du Vin. Alors une partie s'en dissipera, & l'autre partie s'étant rencontrée dans l'Acide, ne donnera plus de liqueur inflammable par la distillation: c'est ce que j'ai éprouvé, en distillant au Bain Marie du Vinaigre concentré par la gelée depuis plusieurs années.

C'est donc en déflegmant le Vinaigre par le froid & la gelée, qu'on peut facilement retrouver l'Esprit inflammable du Vin, & démontrer qu'il est presque en entier dans le Vinaigre; ce qu'on ne peut faire appercevoir aussi sensiblement par les distillations ordinaires.

En continuant par le Bain Marie la distillation du Vinaigre concentré, dont j'avois employé quatre livres deux onces, il m'est resté, après la distillation cessée, quatorze onces de résidence qui n'a pû monter, parce qu'elle étoit trop épaisse. Je l'ai trouvée couverte d'une croûte saline, qui est le vrai Sel essentiel du Vinaigre, & qui n'est plus de la même nature du Tartre, puisque le Tartre du Vin est sans odeur, au lieu que ce Sel du Vinaigre, qui a une odeur pénétrante, est l'Acide du Tartre subtilisé par son union avec les Soufres. Si alors, au lieu de Bain Marie, on se sert d'un feu de Sable doux pour continuer la distillation, sans brûler la matiére, une partie de ce Sel se résoudra, & fournira un dernier Esprit acide, qui

est le plus fort qu'on puisse retirer. Une preuve que le Tartre n'existe plus dans le Vinaigre sous la même forme, c'est qu'on ne trouve jamais de Tartre dans les Tonneaux des Vinaigriers: on y trouve seulement après un fort long-temps une Lie très-fine, que les Vinaigriers nomment la *Mere du Vinaigre*, & qu'ils conservent avec soin pour la rejetter sur les nouveaux Tonneaux qu'ils sont obligés de remonter. Cette matiére m'a donné dans la distillation les mêmes liqueurs que le Vinaigre, mais plus huileuses.

Pour donner une Analyse complette du Vinaigre : après avoir tiré au feu de Sable tout ce que les résidences réünies ont pû fournir d'Esprit acide, j'ai trouvé au fond de la Cucurbite une masse très-brune, d'une consistence d'extrait assés solide. J'en ai mis deux livres avec six livres de Sablon bien lavé & bien sec dans une Cornüe, & en les poussant à feu gradué, j'ai retiré d'abord environ six onces d'un Esprit acide, sentant très-fort l'empyreume, & qui étoit déja coloré de quelque portion d'Huile; ensuite sept onces d'un Esprit d'odeur urineuse volatil : enfin les vapeurs blanches ont paru, de plus épaisses en plus épaisses : il s'est attaché au parois du Balon un Sel volatil concret, & j'ai trouvé nageantes sur l'Esprit quatre onces d'Huile épaisse & fétide : le Sel volatil concret rassemblé pesoit deux gros. La matiére noire demeurée au fond de la Cornüe m'a fourni, après avoir été calcinée & lessivée, un Sel alkali gras qu'il est presque impossible de dessécher.

Avec ces Esprits de Vinaigre ainsi concentrés, je fais la *Terre foliée* beaucoup plus aisément que par le procédé ordinaire. J'employe à cette opération l'Esprit le plus fort, c'est-à-dire, celui qui à l'essai prend soixante grains de Sel de Tartre : le Sel de Tartre étant bien saoülé de l'Acide de ce fort Esprit de Vinaigre, je distille cette liqueur très-lentement au feu de Sable; la premiére liqueur qui vient, a l'odeur de l'Esprit de Vin, & en la jettant dans le feu, elle s'y enflamme comme l'Eau de vie; la liqueur qui suit est assés singuliére, ce n'est plus qu'un flegme empreint d'une légere portion d'Huile, qui au bout de douze heures se colore d'une teinte

vineuſe qu'il conſerve aſſés de temps, après quoi il la perd peu-à-peu, puis devient jaune. Par cette nouvelle union de l'Acide le plus fort du Vinaigre avec le Sel alkali, je retrouve un Eſprit de Vin très-fort, & moins chargé d'Huile. Ce mêlange, réduit à ſiccité, devient une eſpece de Terre foliée faite par une voye plus prompte.

J'ai pris deux onces de cette eſpece de Terre foliée ; & pour en ſéparer l'Acide du Vinaigre qu'elle contient, & l'avoir le plus pur, & le plus débarraſſé de ſon Huile ; je l'ai mis dans une Cucurbite de Verre garnie de ſon Chapiteau tubulé & de ſon Récipient ; j'ai verſé deſſus peu-à-peu de l'Huile de Vitriol blanche la plus concentrée : à meſure que le Sel de Tartre a touché l'Acide vitriolique, il s'eſt fait une fermentation vive, la matiére s'eſt échauffée conſidérablement, l'Acide vitriolique, comme le plus fort, a été abſorbé par le Sel de Tartre, & pendant cette union l'Acide du Vinaigre, comme plus foible, s'eſt dégagé & s'eſt élevé en vapeurs blanches. J'ai trouvé dans le Récipient environ un gros d'un Eſprit acide de Vinaigre très-volatil & très-pur, puiſqu'il a été diſtillé ſans le ſecours du feu. Enſuite j'ai mis la Cucurbite au Bain Marie, qui n'a rien fait monter ; mais en la portant au feu de Sable, j'ai retiré encore environ demi-once d'un ſecond Eſprit volatil, preſque auſſi pénétrant que le premier, mais plus ſulphureux. J'ai trouvé depuis, que ce dernier procédé étoit décrit dans les Leçons Allemandes de Chimie du Docteur Roth, *chap. 4. page 61.*

La concentration du Vinaigre par la gelée, fournit donc un Vinaigre très-fort.

Puis, par la diſtillation ſans aucune addition, un Eſprit de Vin auſſi inflammable que s'il eût été tiré des meilleures Eaux de vie.

Enſuite un premier Vinaigre plus fort qu'aucun Vinaigre diſtillé par les procédés ordinaires.

Un ſecond Vinaigre beaucoup plus fort que ce premier.

Par la Terre foliée, dont je viens de parler,

Un dernier Eſprit encore plus actif & plus dépoüillé

d'Huile que celui qu'on retire par la longue préparation des Cryſtaux de Venus ou de Verdet.

Un Eſprit volatil urineux.

Un Sel volatil en forme ſéche.

Une Huile épaiſſe & fétide.

Et enfin un Sel alkali.

Ces Eſprits volatils de Vinaigre peuvent s'employer avec ſuccès dans les cas de Vapeurs où l'on ſe ſert de l'odeur pénétrante des Sels volatils.

DE LA POUSSÉE DES VOÛTES.

Par M. COUPLET.

L'EXAMEN que j'ai fait de la pouſſée des Terres, conſi- 9 Févr.
dérées comme roulantes & détachées les unes des autres, 1729.
contre toutes ſortes de Revêtements, & dans toutes les hypotheſes d'arrangement de Terres, & la détermination que j'ai fait des baſes de ces Revêtements, pour qu'ils puiſſent réſiſter à la pouſſée de ces Terres & aux efforts accidentels qui peuvent s'y joindre, en dirigeant l'effort composé de la pouſſée des Terres, des efforts accidentels, & de la peſanteur du Revêtement vers un point donné quelconque de la baſe dudit Revêtement, paroît demander que j'examine les pouſſées des Voûtes contre leurs pieds droits, dans toutes les hypotheſes d'arrangement de Vouſſoirs polis, ou non polis, & que je détermine les épaiſſeurs des pieds droits, en dirigeant, comme j'ai fait dans la pouſſée des Terres, l'Effort composé de la pouſſée de la Voûte & de la peſanteur du pied droit vers un point donné quelconque de la baſe de ce pied droit.

Quoique cette matiére paroiſſe différente de l'autre, elle n'eſt cependant, à le bien prendre, que la même, ou du moins l'une paroît être une ſuite néceſſaire de l'autre; c'eſt pourquoi je crois placer ces nouvelles recherches en leur lieu, en les mettant à la ſuite de la pouſſée des Terres.

Ceux qui ont proposé ces deux Problemes d'Architecture, en ont bien ſenti la liaiſon, en les propoſant tous deux enſemble; & ceux qui ont entrepris leur ſolution, ont confirmé l'identité de cette matiére, en travaillant à la ſolution de l'un & de l'autre.

Les tentatives qu'ils ont faites pour la ſolution de ces Problemes, m'ayant toutes paru erronées ou inſuffiſantes, j'ai crû que dans la recherche que j'ai faite, il étoit à propos de tirer l'examen des Voûtes dès leur premier principe, ſans m'em-

barrasser de tout ce qui a été fait sur cette matiére, quoique plusieurs des Solutions que je trouve soient semblables, ou bien par la maniére de résoudre, ou bien par les conséquences, à celles de ceux qui ont le mieux traité cette matiére.

Je divise ce Mémoire en deux parties. Dans la premiére, j'examine la forme & la poussée des Voûtes, & l'épaisseur de leurs pieds droits, sans y faire entrer l'engrénement des Voussoirs qui les empêchent de glisser les uns contre les autres.

Dans la seconde partie, je détermine les plus petites épaisseurs que l'on puisse donner aux Voûtes circulaires uniformes; j'en détermine aussi les poussées, en y faisant entrer l'engrénement & la liaison des Voussoirs qui les empêchent de glisser les uns contre les autres, ce qui n'a point encore été examiné par personne que je sçache.

Enfin j'y donne l'épaisseur des pieds droits telle que l'Effort composé de la poussée de la Voûte & de la pesanteur du pied droit, est toûjours dirigé vers un point donné quelconque de la base du pied droit.

PREMIÉRE PARTIE.

Où l'on examine la forme & la poussée des Voûtes, l'épaisseur de leurs pieds droits, sans y faire entrer l'engrénement & la liaison des Voussoirs qui empêchent ces Voussoirs de glisser les uns contre les autres.

LEMME.

Fig. 1. *Si la force* x *se décompose en deux forces* y *&* z, *ces trois forces seront entre elles comme les côtés d'un Triangle formé par les perpendiculaires menées sur les directions de ces trois forces.*

Ceci est démontré dans presque toutes les Méchaniques.

DÉMONSTRATION.

Soit *EG* perpendiculaire sur la direction *AB* de la force *y*; puis *FG* perpendiculaire sur la direction *AD* de la force *z*, & *HI* perpendiculaire sur la direction *AC* de la force *x*. Je dis que

que les trois côtés *HI, HG, GI,* du Triangle *HGI,* exprimeront les forces x, y, z. Car puisque la force x se décompose dans les deux forces y & z, ces deux forces y & z seront exprimées par les côtés *AB, AD,* du parallelogramme *ABCD,* dont x est la diagonale, ainsi ces trois forces x, y, z, seront entre elles comme ces mêmes lignes *AC, AB, AD.*

Or ces trois lignes *AC, AB, AD,* sont entre elles comme *HI, HG, GI.* Car le Triangle *HGI* est semblable au Triangle *ABC.* Ce que l'on prouve aisément, puisque *EG* & *FG* étant perpendiculaires sur les directions *AB, AD,* les Angles en *E* & en *F* étant droits, les deux autres Angles *EAF, EGF,* du quadrilatere *AEGF,* vaudront ensemble deux Angles droits.

Mais à cause des paralleles *AD, BC,* le même Angle *EAF* & l'Angle *ABC* valent aussi deux droits, donc l'Angle *ABC* est égal à l'Angle *EGF.* Si l'on prolonge *AC* jusqu'en *L*, pour lors les Triangles *HML, AEL,* seront semblables; étant tous deux rectangles, l'un en *M* & l'autre en *E*, & ayant un Angle commun en *L*. Donc l'Angle *LHM* ou *GHI* sera égal à l'Angle *EAL* ou *BAC*; & comme nous avons déja trouvé l'Angle *ABC* égal à l'Angle *HGI*, il s'ensuit que le Triangle *ABC* sera semblable au Triangle *HGI.* Ce qui donne $HI : HG : GI :: AC, AB, BC :: AC : AB : AD :: x : y : z$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROBLEME I.

Déterminer le rapport qu'il doit y avoir dans les pesanteurs des Voussoirs qui forment une Voûte quelconque, & quelle est la poussée des Voussoirs, afin qu'ils fassent équilibre entre eux sans le secours de l'engrénement de leurs parties.

SOLUTION.

Soient les Voussoirs *A, B, C, D,* depuis la Clef jusqu'au pied-droit & pilier buttant, il s'agit de déterminer quel rapport il doit y avoir entre la pesanteur de ces Voussoirs, c'est-à-dire, quelle doit être la surface de leur coupe, en exprimant Fig. 2.

leur pesanteur par leur coupe. Imaginons les verticales *A G*, *BK*, *CN*, *DP*, tirées par les centres de gravité des Voussoirs, quelque part où se trouvent ces centres de gravité.

Premiérement la Clef *A* par sa pesanteur fera contre ses deux Voussoirs voisins des efforts perpendiculaires aux joints par lesquels elle les touche.

Ainsi du centre de gravité *A* de la Clef, pris sur la verticale *AG*, si l'on tire les lignes *AE*, *AF*, perpendiculaires sur ses joints, & qu'autour d'une portion quelconque *AG* de la verticale, prise pour diagonale, l'on acheve le parallélogramme *AEGF*.

Pour lors en exprimant la pesanteur de la Clef *A* par la diagonale verticale *AG*, les côtés *AE*, *AF*, du parallelogramme exprimeront les efforts que cette Clef *A* fait perpendiculairement sur les Voussoirs voisins.

Maintenant soit prolongée la direction *AE* de l'effort que la Clef *A* fait sur son Voussoir voisin *B* jusqu'en *H*. Et du point *B*, où cette ligne rencontre la verticale *BK*, soit pris *BH*$=$*AE*, qui est l'effort que le Voussoir *B* a reçû de la Clef *A*, & soit achevé le parallelogramme *HIKB*, pour lors ce Voussoir *B* pressera son voisin *C* avec une force *BI* composée de la pesanteur *BK*, & de l'effort *BH* qu'il a reçû de la Clef *A*.

Or cette pesanteur *BK*, & cet effort composé *BI* du Voussoir *B* contre le Voussoir *C* seront faciles à déterminer, si l'on fait attention que l'effort composé *BI* doit être perpendiculaire sur le joint, & que la force *BH*, que ce Voussoir a reçû de la Clef *A*, est donnée $=$ *AE* avec sa direction *AEBH*.

Donc si l'on fait *BI* perpendiculaire sur le joint, & si par le point donné *H*, l'on tire la verticale *HI*, & que du point *I*, où elle rencontre *BI*, l'on tire *IK*, parallele à *BH*, l'on aura un parallélogramme *BHIK*, dont le côté vertical *BK* exprimera la pesanteur du Voussoir *B*, le côté *BH*, la force que ce Voussoir a reçû de la Clef *A*, & la diagonale *BI*, qui est perpendiculaire au joint, exprimera l'effort composé que le Voussoir *B* fait contre le Voussoir *C*.

Si l'on prolonge de même l'effort composé *BI* jusqu'en *L*, ensorte que *CL*, pris depuis la verticale *CN*, soit égale à *BI*. Et si du point *C*, l'on tire *CM*, perpendiculaire sur le joint, & *CN* & *LM*, verticales, & *MN*, parallele à *CL*, l'on aura un parallélogramme *CLMN*, dont le côté vertical *CN* exprimera la pesanteur du Voussoir *C*; le côté *CL* l'effort composé qu'il a reçû des deux premiers Voussoirs *A* & *B*, & la diagonale *CM*, qui est perpendiculaire au joint, exprimera l'effort composé que ce Voussoir & les précédents font contre le Voussoir *D*.

Enfin si l'on prolonge cet effort composé *CM* des trois premiers Voussoirs *A*, *B*, *C*, jusqu'en *O*, ensorte que *DO*, prise depuis la verticale *DP*, soit égale à *CM*, & si du point *D*, l'on tire *DQ*, perpendiculaire sur le joint, & des points *O* & *D* des verticales *OQ*, *DP*; & si du point *Q*, l'on mene *QP*, parallele à *OD*, l'on aura un parallélogramme *DOQP*, dont le côté *DP* exprimera la pesanteur du Voussoir *D*, le côté $DO = CM$ exprimera l'effort composé que le Voussoir *D* a reçû des Voussoirs précédents *A*, *B*, *C*, qui le chargent, & la diagonale *DQ*, qui est perpendiculaire au joint, exprimera l'effort composé de tous les Voussoirs *A*, *B*, *C*, *D*, contre le pied-droit.

Donc les pesanteurs ou surfaces des Voussoirs sont entre elles comme *AG*, *BK*, *CN*, *DP*, & les poussées des mêmes Voussoirs sont exprimées par les lignes *AE*, *BI*, *CM*, *DQ*, & ces Voussoirs seront en équilibre, c'est-à-dire, ne glisseront point les uns contre les autres, puisque de la pesanteur de chaque Voussoir & de la pression qu'il reçoit de celui qui le précéde, il en résulte un effort composé perpendiculaire sur le joint du Voussoir suivant, ce qui l'empêche de glisser, & fait qu'il est en équilibre. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Comme la ligne *DQ* exprime la poussée résultante de tous les Voussoirs *A*, *B*, *C*, *D*, contre le pied-droit, il est évident que si le joint *Sσ* est horisontal, cette poussée *DQ* sera Fig. 2.

perpendiculaire à la base du pied-droit, & pour lors il faudroit que la pesanteur du Voussoir *D* fût infinie pour résister à la poussée *CM* des Voussoirs précédents ; car si le joint *Sσ*, sur lequel ce Voussoir *D* est posé, étoit horisontal, il n'auroit par lui-même aucune force pour résister à une poussée qui ne lui seroit point verticale, à moins qu'il ne fût d'une pesanteur infinie, car ce Voussoir étant d'une pesanteur infinie, & ne recevant des Voussoirs précédents qu'un mouvement fini exprimé par *CM*, il ne céderoit à la pression finie de ces Voussoirs qu'avec une vîtesse infiniment petite.

Mais comme un Voussoir d'une pesanteur infinie ne peut avoir lieu dans la pratique, il faut supposer que le dernier Voussoir, dont le joint est horisontal, ne sçauroit glisser à cause de l'engrénement de ses parties, & par conséquent ne sçauroit céder que le pied-droit & son pilier buttant ne recule.

Pour cela il faudra considérer les Voussoirs qui auront les joints trop approchants de l'horisontale, comme ne faisant qu'un corps avec le pied-droit & le pilier buttant.

COROLLAIRE II.

Fig. 2. Si le joint *Sσ*, qui n'est point horisontal, est le dernier que l'on considere dans la Voûte, il faudra décomposer la pression *DQ* sur ce joint en deux forces *Dπ*, *Dδ*, dont l'une *Dπ* est verticale, & l'autre *Dδ* est horisontale.

Alors la force verticale *Dπ* ne fera point effort pour renverser le pied-droit, mais au contraire elle sera toute employée à l'affermir, au lieu que la force horisontale *Dδ* sera toute employée à faire effort pour le renverser.

THEOREME I.

Fig. 2. *Lorsque tous les joints de la Voûte sont dirigés vers un même point* R, *comme l'on dit qu'ils doivent être dans la Voûte, dont l'intrados est circulaire, si l'on tire une ligne horisontale quelconque* Sλ, *les pesanteurs des Voussoirs* A, B, C, D, *seront exprimées par les parties* XY, VX, TV, ST, *de cette ligne horisontale renfermées entre les joints prolongés de ces Voussoirs.*

Leurs pouſſées ſeront exprimées par RX, RV, RT, RS, *qui ſont les prolongements de leurs joints inférieurs interceptés & compris entre le point de concours* R *& la ligne horiſontale* Sλ, *ſi tous ces Vouſſoirs font équilibre entre eux.*

Ce Théoreme a été démontré par M. de la Hire & par pluſieurs autres Géometres, cependant comme il eſt commode d'avoir enſemble tout ce qui appartient à cette matiére préſente, & que je crois avoir trouvé une Démonſtration plus ſimple que les autres, j'eſpere qu'on ne trouvera point mauvais que je la rapporte.

DÉMONSTRATION.

Puiſque la ligne *S*λ eſt horiſontale, elle ſera perpendiculaire aux directions verticales *AG, BK, CN, DP,* des peſanteurs de tous les Vouſſoirs qui font équilibre entre eux.

Et de même puiſque les lignes *RY, RX, RV, RT, RS,* ſont les prolongements des joints de la Voûte, elles ſeront perpendiculaires aux preſſions *AF, AE, BI, CM, DQ,* que les Vouſſoirs font ſur ces joints, par conſéquent les trois côtés *RX, RY, XY,* du Triangle *RXY,* ſeront perpendiculaires aux trois forces *AE, AF, AG.*

Donc *(par le Lemme précédent)* ces trois forces *AE, AF, AG,* ſeront exprimées par les trois côtés *RX, RY, XY,* de ce Triangle *RXY.*

C'eſt-à-dire, que la peſanteur *AG* du Vouſſoir *A* ſera exprimée par *XY,* & ſa pouſſée *AE,* ou ſon égale *BH,* contre le Vouſſoir *B,* ſera exprimée par *RX.*

Par la même raiſon les trois côtés *VX, RV, RX,* du Triangle *VRX,* ſont perpendiculaires aux forces *BK, BI, BH,* & par conſéquent ces trois forces ſeront exprimées par les trois côtés de ce Triangle ; ſçavoir, ſa peſanteur *BK* par *VX,* l'effort *BH* qu'il a reçû du Vouſſoir *A,* précédent par *RX,* & l'effort *BI* réſultant des deux premiers par *RV.*

De même les trois côtés *TV, RV, RT,* du Triangle *TVR,* ſont perpendiculaires aux forces *CN, CL, CM.*

Donc *(par le Lemme précédent)* la peſanteur *CN* du Vouſ-

ſoir *C*, ſera exprimée par *TV*, l'effort compoſé *CL* qu'il a reçû des deux Vouſſoirs précédents ſera exprimé par *RV*, & l'effort compoſé *CM*, qu'il fait contre le Vouſſoir *D*, ſera exprimé par *RT*.

Enfin puiſque les trois côtés du Triangle *SRT* ſont perpendiculaires aux trois efforts *DP*, *DO*, *DQ*, la peſanteur *DP*, du Vouſſoir *D*, ſera exprimée par *ST*, l'effort *DO* $=$ *CM*, qu'il a reçû des Vouſſoirs précédents, ſera exprimée par *RT*, & l'effort compoſé *DQ* réſultant de la pouſſée que tous les Vouſſoirs *A*, *B*, *C*, *D*, font ſur le pied-droit, ſera exprimé par *RS*, qui lui eſt perpendiculaire.

Donc les peſanteurs des Vouſſoirs *A*, *B*, *C*, *D*, ſeront exprimées par *XY*, *VX*, *TV*, *ST*.

Et les efforts qui ſe font ſur leurs joints inférieurs, ſeront exprimés par *RX*, *RV*, *RT*, *RS*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Fig. 2. Si du centre *R* de la Voûte, l'on tire la verticale *RZ* ſur l'horiſontale *Sλ*, cette verticale *RZ* exprimera l'effort horiſontal de la Clef, & en même temps l'effort horiſontal de toute la Voûte, ou d'une portion quelconque d'icelle, comme il eſt évident, puiſque chaque partie de la Voûte, de même que la Voûte entiére, doit faire équilibre avec la Clef.

Cette propriété peut encore ſe démontrer de la maniére ſuivante.

Fig. 2. L'effort *AE* de la Clef *A* ſur ſon joint *βE* ſe décompoſe en deux forces *Aβ*, *Aμ*, dont l'une *Aβ* eſt horiſontale, & l'autre *Aμ* eſt verticale.

Mais les côtés du Triangle *XRZ* ſont perpendiculaires ſur les forces *AE*, *Aβ*, *Aμ*. Donc la force *AE* eſt repréſentée par *XR*, la force *Aβ* par *RZ*, & la force *Aμ* par *XZ*.

De même l'effort *DQ* réſultant de toute la Voûte ſur le dernier joint *Sσ*, ſe décompoſe en deux efforts *Dδ*, *Dπ*, dont l'un *Dδ* eſt horiſontal, & l'autre *Dπ* eſt vertical.

Mais les côtés du Triangle *RSZ* ſont perpendiculaires ſur les trois forces *DQ*, *Dδ*, *Dπ*. Donc *SR* repréſentera

l'effort résultant de toute la Voûte, ou de la demi-Voûte, ce qui est le même, sur le dernier joint $S\sigma$. Le second côté SZ représentera la force verticale $D\pi$, ou la pesanteur de la demi-Voûte, & le troisiéme côté RZ représentera l'effort horisontal $D\delta$ résultant de la demi-Voûte.

Ainsi la même ligne RZ exprime la force horisontale de la Clef A, aussi-bien que la force horisontale de la demi-Voûte entiére. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROBLEME II.

Déterminer la longueur des Voussoirs qui par leur propre poids se soûtiennent en équilibre dans une Voûte circulaire, sans y considérer l'engrénement des parties.

SOLUTION.

Soit une Voûte dont l'intrados $MNOPQRS$ soit circulaire, & soient les épaisseurs MN, NO, OQ, &c. des Voussoirs égales dans l'intrados. Fig. 3.

Il s'agit de déterminer leur longueur TN, XO, &c. telle qu'ils fassent équilibre avec la Clef A, dont la longueur VP est donnée.

Pour cela soient prolongés les joints des Voussoirs jusqu'au centre C de la Voûte, où je suppose qu'ils aboutissent tous.

Ces joints prolongés formeront des secteurs MCN, NCO, OCQ, &c. qui seront tous égaux & connus, lesquels secteurs je nomme f.

Soit la pesanteur de la Clef, que j'exprime par la surface $IOQ\beta$ .... $= a$.

La pesanteur d'un autre Voussoir quelconque $LMNT$ .... $= b$.

Le secteur $IC\beta$, qui contient la Clef, sera ... $= a + f$.

Et le secteur LCT, qui contient un Voussoir quelconque B, sera .... $= b + f$.

Comme nous avons supposé l'arc $OQ =$ à l'arc MN, le secteur $IC\beta$ sera semblable au secteur LCT.

Donc ces secteurs sont entre eux comme les quarrés de leurs rayons.

Ainſi l'on aura cette Analogie $IC\beta : LCT :: VC^2 : LC^2$.

C'eſt-à-dire .... $a+f : b+f :: VC^2 : LC^2$.

Donc $LC^2 = \frac{VC^2 \times \overline{b+f}}{a+f}$, & par conſéquent $LC = \sqrt{\frac{VC^2 \times \overline{b+f}}{a+f}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

Fig. 3. Soit décrit un Cercle ſur VC pour diametre; & du point D, où ce Cercle rencontre l'intrados, ſoit tirée l'ordonnée DE.

Pour lors le diametre VC repréſentera la peſanteur du ſecteur entier $IC\beta$; & CE repréſentera celle du ſecteur OCQ; & l'autre partie VE repréſentera celle du Vouſſoir A.

Car le ſecteur $IC\beta : OCQ :: VC^2 : PC^2$, ou DC^2.

Mais $VC^2 : DC^2 :: VC : EC$.

Donc $IC\beta : OCQ :: VC : EC$.

Donc ſi l'on exprime le grand ſecteur $IC\beta$ par VC, il faudra exprimer le petit ſecteur OCQ par EC, & par conſéquent la différence de ces deux ſecteurs, c'eſt-à-dire, le Vouſſoir A par VE.

Maintenant ſoit tirée l'horiſontale FK, de maniere que ſa partie HK ſoit égale à VE. Car comme l'on a vû *(Theor. I.)* les parties de cette horiſontale FK devant exprimer les Vouſſoirs, ou, ce qui eſt le même, les peſanteurs des Vouſſoirs que nous exprimons par leur ſurface, il faut faire $HK = VE$, puiſqu'ils expriment tous deux le Vouſſoir A.

Alors ſi l'on veut pour exemple avoir la longueur LM du Vouſſoir B, ou le rayon LC de ſon extrados, ſoit porté GF, qui exprime le poids du Vouſſoir B, de E en Z, puis ſur ZC pour diametre ſoit décrit un demi-Cercle qui rencontre en Y l'horiſontale VY qui eſt tangente de la Clef A.

Pour lors il faudra faire le rayon LC de l'extrados du Vouſſoir $B = YC$, & par conſéquent la longueur LM du Vouſſoir B ſera égale $Y\lambda$.

Car nous avons vû dans le Théoreme I, que la peſanteur du

du Vouſſoir *A* étoit à la peſanteur du Vouſſoir *B*, comme *HK* : *FG*.

Mais *HK* étant égale à *VE*, exprime la peſanteur du Vouſſoir *A*, dans le temps que *EC* exprime celle du ſecteur *OCQ* ou *MCN*.

Donc *FG* exprime la peſanteur du Vouſſoir *B*, dans le temps que *EC* exprime celle du ſecteur *MCN*.

Mais $FG = ZE$ par la conſtruction, donc $ZE + EC$, ou *ZC*, exprime la peſanteur du Vouſſoir *B*, plus celle du ſecteur *MCN*.

C'eſt-à-dire, que *ZC* exprime $b + f$ dans le temps que *VC* exprime $a + f$.

Donc $b+f : a+f :: ZC : VC :: \overline{ZC}^2 : \overline{YC}^2 :: \overline{YC}^2 : \overline{VC}^2$.

Donc $b+f : a+f :: YC^2 : VC^2$, & par conſéquent $YC^2 = \frac{VC^2 \times \overline{b+f}}{a-f}$, & $YC = \sqrt{\frac{VC^2 \times \overline{b+f}}{a+f}}$.

Mais par la ſolution $\sqrt{\frac{VC^2 \times \overline{b+f}}{a+f}} = LC$.

Donc *LC* doit être $= YC$, & par conſéquent l'épaiſſeur *LM* du Vouſſoir *B* doit être $= Y\lambda$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Quoique feu M. Parent ait déja réſolu ce Probleme, dont il eſt fait ſimplement mention dans l'Hiſtoire de l'Académie de l'année 1704. Comme j'ai trouvé ma réſolution & ma conſtruction beaucoup plus ſimple que la ſienne, j'ai cru la devoir donner à l'Académie.

Si l'on ne ſe ſoucioit point de faire l'intrados de la Voûte circulaire, & qu'on voulût ſe contenter que la ligne AB, *qui eſt également diſtante de l'intrados & de l'extrados, ſoit circulaire, il ſera bien facile de déterminer les longueurs* FG, HI, KL, *des Vouſſoirs qui doivent compoſer la Voûte, enſorte qu'ils ſoient tous en équilibre entre eux, en ſuppoſant toûjours que l'engrénement de leurs parties ne ſçauroient les empêcher de gliſſer ſur leurs joints: c'eſt ce que nous allons déterminer dans le Probleme ſuivant.* Fig. 4.

PROBLEME III.

Trouver les longueurs des Vouſſoirs d'une Voûte, telle qu'un Arc de Cercle ſoit également diſtant de l'intrados & de l'extrados de chaque Vouſſoir.

SOLUTION.

Fig. 4. Soit *AB* l'Arc de Cercle qui doit être également diſtant de l'intrados & de l'extrados de la Voûte.

Diviſés cet Arc de Cercle en parties *BC, CD, DE,* &c. égales entre elles, & tirés par le centre Z de cet Arc, & par les diviſions *B, C, D, E,* &c. de ce même Arc, les droites *ZT, ZV, ZX, ZY,* &c.

Maintenant tirés une horiſontale *ST,* telle que ſa partie *TV* ſoit égale à la longueur *FG* que l'on veut donner au Vouſſoir qui porte ſur le Couſſinet; ou, ce qui eſt le même, telle que ſa partie $\delta\varepsilon$, compriſe entre les joints prolongés de la Clef, ſoit égale à la longueur $\pi\rho$ que l'on veut donner à la Clef.

Enfin faites les longueurs *FG, HI, KL,* &c. des Vouſſoirs égales aux parties *TV, VX, XY,* &c. de l'horiſontale, qui ſont compriſes entre les joints prolongés de ces mêmes Vouſſoirs, de maniére que l'Arc *AB* ſoit toûjours également diſtant de l'intrados & de l'extrados de chaque Vouſſoir. Cela fait,

Je dis que les Vouſſoirs ſe ſoûtiendront en équilibre dans la Voûte, ſans avoir beſoin d'engréner enſemble, pour ne pas gliſſer ſur leurs joints.

DÉMONSTRATION.

Chaque Vouſſoir eſt égal à ſa largeur priſe par le milieu, multipliée par ſa longueur.

Mais l'Arc *AB* eſt également diſtant de l'intrados & de l'extrados de chaque Vouſſoir.

Donc chaque Vouſſoir eſt égal à ſa longueur multipliée par la partie de l'Arc *AB* qu'il comprend entre ſes joints.

Mais les joints des Vouſſoirs diviſent l'Arc *AB* en parties

égales. Donc par la construction ces Voussoirs sont entre eux comme leur longueur.

Mais les longueurs des Voussoirs ont été faites égales aux parties *TV, VX, XY,* &c. de l'horisontale, qui sont comprises entre leurs joints prolongés.

Donc les Voussoirs, qui composent la Voûte, sont entre eux comme les parties d'une même horisontale qui sont comprises entre leurs joints prolongés.

Donc par le Théoreme I, les Voussoirs de la Voûte feront équilibre entre eux, sans avoir besoin de s'accrocher les uns aux autres, pour ne pas glisser sur leurs joints.

Ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

Comme la Démonstration éxige que chaque Voussoir ait son intrados & son extrados en Arcs de Cercles concentriques, ayant tous deux leur centre commun en Z, pour lors l'intrados & l'extrados ne seront point des Courbes parfaites, à moins que l'épaisseur de chaque Voussoir ne soit infiniment mince. Fig. 4.

C'est pourquoi cette construction de Voûte, aussi-bien que la précédente, demande que l'on adoucisse ces Courbes dentelées pour les rendre plus gracieuses, ce qui est aisé à faire.

Comme il faut imaginer les Voussoirs les plus minces qu'il est possible, afin de rendre les inégalités de l'intrados & de l'extrados moins grandes, il pourroit arriver que l'horisontale *ST* deviendroit trop écartée du centre Z de la Voûte, si l'on vouloit que les parties *TV, VX, XY,* de cette horisontale fussent elles-mêmes les longueurs des Voussoirs *FCG, HCI, KDL,* &c.

Pour remédier à cet inconvénient, on n'a qu'à tirer une autre horisontale *MN* plus proche du centre Z de la Voûte, & faire les longueurs *FG, HI, KL,* proportionnelles aux parties *OP, PQ, QR,* de cette horisontale, qui sont comprises entre les joints prolongés de ces Voussoirs.

Il sera même plus aisé de trouver les longueurs des

Vouſſoirs, en tirant une horiſontale *MN*, telle que ſa partie *OP*, compriſe entre les joints du Vouſſoir qui porte ſur le Couſſinet, ſoit moitié de la longueur *FG* que l'on veut donner à ce Vouſſoir ; car pour lors il n'y aura qu'à porter les parties *OP*, *PQ*, *QR*, &c. de cette horiſontale *MN*, de part & d'autre de l'Arc *AB*, ſur les joints des Vouſſoirs auxquels ces parties de l'horiſontale appartiennent.

Comme pour exemple, il n'y aura qu'à porter *OP* en *BF*, & *BG*, pour avoir le Vouſſoir *FCG*.

De même il n'y aura qu'à porter *PQ* en *DH* & *DI* pour avoir le Vouſſoir *HCI*, & faire la même choſe pour les autres Vouſſoirs ; & pour lors on aura une Voûte dont les Vouſſoirs ſeront en équilibre, ſans avoir beſoin de s'accrocher par leurs joints, pour ne point gliſſer les uns contre les autres.

Car les parties *OP*, *PQ*, *QR*, &c. de l'horiſontale *MN*, ſont entre elles comme les parties *TV*, *VX*, *XY*, de l'horiſontale *ST*.

Mais les parties *TV*, *VX*, *XY*, &c. de l'horiſontale *ST*, ſont entre elles comme les Vouſſoirs qui comprennent ces parties entre leurs joints prolongés, comme nous l'avons fait voir dans la Démonſtration du préſent Probleme, conformément au Théoreme I.

Donc les parties *OP*, *PQ*, *QR*, &c. de l'horiſontale *MN*, ſont entre elles comme les Vouſſoirs qui contiennent ces mêmes parties entre leurs joints prolongés.

Donc les Vouſſoirs qui compoſent la Voûte, ſeront en équilibre entre eux ſuivant le Théoreme I.

THEOREME II.

Fig. 6. *L'on aura la peſanteur de la moitié de la Voûte, ſi du deſſous & du deſſus de la Clef l'on tire deux lignes horiſontales, c'eſt-à-dire, une tangente à l'intrados, & une tangente à l'extrados, toutes deux menées juſqu'à la rencontre du dernier joint inférieur du Vouſſoir prolongé ; & la moitié de la ſomme de ces deux tangentes étant multipliée par la hauteur de la Clef qui eſt le premier Vouſſoir,*

donnera une surface égale à la coupe de la Voûte, & donnera par conséquent la solidité de la Voûte, & partant sa pesanreur.

Quoique plusieurs Géometres ayent donné ce Théoreme, je ne laisserai pas d'en donner ici la Démonstration, afin qu'on ne soit point obligé de recourir ailleurs pour l'intelligence de ce Mémoire.

DÉMONSTRATION.

Les Triangles formés par les joints des Voussoirs prolongés jusqu'à la tangente de l'extrados, sont entre eux comme leurs bases prises sur cette même tangente. Fig. 6.

De même les Triangles, qui vont jusqu'à la tangente de l'intrados, sont aussi comme leurs bases prises sur cette tangente; mais les parties de la tangente de l'intrados, coupées par ces joints prolongés, sont entre elles comme les parties de la tangente de l'extrados, coupées par ces mêmes joints prolongés.

Donc les Triangles, qui ont leurs bases sur la tangente de l'extrados, sont proportionnels aux Triangles qui ont leurs bases sur la tangente de l'intrados.

Donc si l'on retranche les seconds Triangles des premiers dont ils sont parties, les restes qui sont compris entre ces deux tangentes, tant de l'extrados que de l'intrados, conserveront toûjours le même rapport, & seront par conséquent dans le même rapport que les parties de la tangente de l'extrados.

Mais *(Théor. I.)* les Voussoirs sont aussi comme ces mêmes parties de tangente, donc les Voussoirs seront entre eux comme les parties comprises entre les deux tangentes.

Mais le premier Voussoir *TY* est égal au premier reste, c'est-à-dire, au premier Trapeze *TY* compris entre les deux tangentes, donc les autres Voussoirs seront aussi égaux aux autres restes, chacun au sien, & par conséquent la somme des Voussoirs, ou surface, ou profil, de la demi-Voûte, sera égale à l'espace compris entre ces deux tangentes.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Donc si l'intrados d'une Voûte est rectiligne & horisontale comme dans les Plattes-bandes, son extrados doit être aussi rectiligne & horisontale; car alors les Voussoirs ou Claveaux seront entre eux dans le rapport des segments de ces lignes horisontales, comme ils doivent être pour faire équilibre entre eux, ainsi que nous l'avons démontré ci-devant, Théoreme I.

COROLLAIRE II.

Fig. 6. Donc si l'intrados est une ligne courbe quelconque, l'extrados sera aussi une courbe qui dépendra de la courbure de l'intrados.

COROLLAIRE III.

Donc les Voussoirs ne sont point en équilibre, lorsque l'on fait l'intrados curviligne & l'extrados rectiligne; cependant comme l'expérience fait connoître que les Voussoirs ne s'échappent point dans cette construction, quoique l'équilibre n'y soit point conservé, cela ne peut venir que de l'adhérance que les Pierres qui les forment ont les unes avec les autres, & par conséquent de la difficulté qu'elles ont à glisser l'une sur l'autre. D'où l'on peut conclurre qu'il n'est point absolument nécessaire de proportionner les Voussoirs aux parties de l'horisontale dont nous venons de parler ci-devant, mais qu'il faut seulement avoir égard à cette proportion, lorsque la Voûte est d'une grandeur considérable & peu épaisse; car si la Voûte étoit grande & mince, pour lors, quoique ses Voussoirs ne pussent point glisser l'un sur l'autre, elle pourroit cependant changer sa courbe, c'est-à-dire, la diminuer dans les endroits qui seroient trop chargés, & se convexer davantage dans les endroits qui seroient les moins chargés. D'où naîtroit certainement la rupture de la Voûte, si le changement de courbure devenoit considérable.

PROBLEME IV.

Déterminer la courbure uniforme d'une Voûte, telle qu'elle se maintienne en équilibre, & dont nous considérons les Voussoirs comme polis, c'est-à-dire, sans liaison.

SOLUTION.

Prenés une Corde garnie de poids égaux qui y seront attachés tout du long à égales distances, ces petits poids représenteront les Voussoirs effectifs de la Voûte que nous demandons. Fig. 5.

Appliqués les deux bouts de cette Corde sur les deux extrémités de l'intrados, c'est-à-dire, sur les extrémités intérieures des Chevets, d'où la Voûte prend sa naissance, & lâchés cette Corde jusqu'à ce qu'elle touche l'intrados de la Clef, que je suppose renversée, ou jusqu'à ce qu'elle donne une Voussure à volonté. Cette Courbe est celle qu'il convient d'employer, comme nous en donnerons la Démonstration ci-après. L'on en peut conclurre que si l'on veut donner une épaisseur uniforme à la Voûte, il faut donner vers le milieu de la Voûte la courbure d'une corde lâche, & faire l'intrados & l'extrados parallele à cette corde lâche.

Il s'agit donc de démontrer que toutes les parties de la Voûte ainsi construite, seront en équilibre ; ce qui doit arriver, puisque la corde lâche donne naturellement cette Courbe, & que les forces centrifuges de cette corde lâche que je regarde comme une Voûte renversée, sont précisément les mêmes que les forces centripetes de cette même Courbe redressée, dont la Voûte en question sera formée.

La corde lâche peut-être considérée comme un Polygone *BCDEFGHA* d'une infinité de côtés tous égaux entre eux, & par conséquent également pesants, ou plûtôt comme une corde à laquelle sont attachés à distances égales un grand nombre de petits poids égaux *M*, *N*, *O*, *P*, *Q*, *R*.

Cela posé, si d'un point quelconque *S*, l'on tire des perpendiculaire *SI*, *SK*, *SL*, &c. sur les côtés de la Courbe;

ces perpendiculaires couperont une ligne horiſontale *CH* en des parties égales, parce que les parties de cette ligne horiſontale repréſenteront les poids *M, N, O, P, Q, R,* qui ſont tous égaux, comme nous allons le faire voir.

DÉMONSTRATION.

Puiſque la corde lâche eſt en équilibre dans toutes ſes parties, le poids *N* ſera en équilibre avec les forces dont les côtés *CD* & *DE* du Polygone ſont tirés.

Ces trois puiſſances ſeront donc entre elles comme les trois côtés d'un Triangle qui ſeroient perpendiculaires ſur leurs directions, c'eſt-à-dire, comme les côtés du Triangle *STV,* ſuivant le Lemme ci-devant.

Mais ces trois côtés du Triangle *STV* ſont perpendiculaires ſur les directions *CD, DN, DE,* de ces trois puiſſances. Donc *ST* repréſentera la force avec laquelle le côté *CD* eſt tiré; *TV* repréſentera la peſanteur du poids *N,* & *SV* la force avec laquelle le côté *DE* eſt tiré.

Par la même raiſon, le poids *O* eſt en équilibre avec les forces dont les côtés *DE, EF,* ſont tirés; ainſi ces trois puiſſances ſeront entre elles comme les côtés du Triangle *SVX,* qui ſont perpendiculaires ſur les directions de ces puiſſances.

Ainſi *SV* repréſentera comme auparavant la force avec laquelle le côté *DE* eſt tiré, comme nous venons de le voir dans le Triangle *STV; VX* repréſentera la peſanteur du poids *O,* & *SX* la force avec laquelle le côté *EF* eſt tiré.

L'on prouvera de même, que dans le Triangle *SXY,* le côté *SX* repréſentera la force dont le côté *EF* eſt tiré comme auparavant; le côté *XY* repréſentera la peſanteur du poids *P,* & le côté *SY* la force avec laquelle le côté *FG* eſt tiré.

Donc les parties *TV, VX, XY,* &c. de l'horiſontale repréſenteront les poids *N, O, P,* &c. qui font courber la corde.

Mais les poids *N, O, P,* &c. qui font courber la corde ſont tous égaux, puiſqu'ils repréſentent les poids des parties égales de la corde. Donc les parties *TV, VX, XY,* &c. de

l'horiſontale

l'horisontale doivent être égales, quand elles sont formées ou interceptées par des lignes *SI, SK, SL, Sπ*, &c. perpendiculaires aux directions *CD, DE, EF, FG*, &c. des côtés de la corde.

Mais nous avons vû ci-devant, que les poids des Voussoirs étoient représentés par les mêmes parties de cette horisontale; donc en donnant à la Voûte la courbure d'un corde lâche, tous les Voussoirs seront également pesants, & par conséquent la Voûte sera d'une épaisseur uniforme.

Il faut remarquer que cette courbure doit être placée un peu au-dessus du milieu de l'épaisseur de la Voûte, & qu'il lui faudra faire l'intrados & l'extrados paralléle, parce que cette courbure est celle qui doit passer par les centres de gravité des Voussoirs; si même l'on place cette ligne au milieu, entre l'intrados & l'extrados, on ne s'écartera pas beaucoup de sa vraye position, & pour lors il faudra faire les joints perpendiculaires à la courbure de la Voûte, puisque les directions des puissances doivent être perpendiculaires sur ces joints pour trouver un appui.

COROLLAIRE.

Comme dans la pratique l'on fait toûjours les Voûtes d'une épaisseur uniforme, sur-tout dans les Voûtes d'Eglise qui ont une grande portée, il s'ensuit que la courbure de la corde lâche est la meilleure de toutes pour la construction de ces Voûtes.

Si l'on vouloit bâtir sur une partie quelconque de cette Voûte, il faudroit ajoûter à la partie correspondante de cette corde lâche une pesanteur proportionnée à celle du Bâtiment dont elle devroit être chargée; & la courbe qu'elle indiqueroit, seroit celle qu'il faudroit employer.

PROBLEME V.

Dans une Voûte, dont l'intrados est circulaire, déterminer le point M *par lequel l'effort composé de la demi-Voûte* ARTE *agit sur le Coussinet* EA. Fig. 6.

SOLUTION.

Fig. 6. Cherchés par la méthode ordinaire l'énergie de chaque Voussoir par rapport au rayon vertical *TC*.

Divisés la somme de toutes ces énergies par la pesanteur de la demi-Voûte *ARTE*, le quotient sera la distance $\pi\delta$ du centre de gravité π de la demi-Voute au rayon vertical *TC*, comme il est démontré dans la maniére de trouver les Centres de gravité.

Par le centre de gravité π de la demi-Voute *ARTE*, tirés la verticale $\lambda\mu$; & par le milieu ρ de l'épaisseur *TR* de la Voûte au sommet, tirés l'horisontale $\rho\sigma$.

Enfin par le point λ, où cette horisontale rencontre la verticale $\lambda\mu$, tirés λM perpendiculaire sur le Coussinet *EA*.

Je dis que le point *M* sera celui par lequel l'effort composé de la demi-Voûte agit sur le Coussinet.

Ce qu'il falloit trouver.

DÉMONSTRATION.

Le point π étant le centre de gravité de la demi-Voûte *ARTE*, il faut que d'un point de la verticale $\lambda\mu$ il y ait deux perpendiculaires λM, $\lambda\rho$, l'une sur le joint vertical *TR*, l'autre sur le Coussinet *EA*.

Car la demi-Voûte n'ayant ses appuis que sur le joint vertical *TR*, & sur le Coussinet *EA*, sa pesanteur qu'on peut exprimer par la verticale $\lambda\mu$, doit se décomposer en deux autres forces $\lambda\theta$, λM, perpendiculaires aux appuis *TR*, *EA*.

Le point ρ où l'effort horisontal $\lambda\theta$ rencontre le joint vertical *TR*, est celui par lequel la demi-Voute comprime le joint vertical *TR*.

Donc le point *M* est celui par lequel l'autre effort λM, agit sur le Coussinet *EA*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE.

J'ai placé le point ρ au milieu du joint vertical *TR*, parce

que c'est celui qui est le plus écarté de l'intrados & de l'extrados, lesquels sont sujets à divers accidents; car il faut toûjours placer le point d'appui le plus sûrement qu'il est possible.

Comme pour la solution de ce Problême, il faudroit chercher l'énergie d'un grand nombre de Voussoirs, pour qu'il en puisse résulter quelque précision, je crois qu'il convient de le résoudre d'une maniére plus générale, comme on le voit ci-après, Probleme VI.

PROBLEME VI.

Trouver le centre de gravité de la demi-Voûte ANDE, *dont l'intrados est circulaire.*

SOLUTION.

Soient tirées les tangentes AO, ES, aux sommets d'intrados & d'extrados, jusqu'à ce qu'elles rencontrent le joint prolongé ND du Coussinet. Fig. 7.

Ces tangentes seront paralléles, & l'espace $AOSE$ qu'elles comprennent, sera égal à la coupe $ANDE$ de la demi-Voute, comme nous l'avons fait voir.

Du centre C de la Voûte soient tirées deux droites CG, CH, infiniment proches l'une de l'autre; l'espace GI qu'elles comprendront entre les deux tangentes ES, AO, sera égal à l'espace Lm qu'elles comprendront dans la coupe de la Voûte, c'est-à-dire, que GI sera égal au Voussoir infiniment petit Lm.

Des extrémités M, m, de l'intrados Mm, du Voussoir infiniment petit Lm, soient tirées les ordonnées MP, mp, au rayon vertical AC.

Soit enfin tirée FQ, également distante des tangentes paralléles AO, ES, il est clair que l'espace $AOSE$, qui est égal à la coupe de la demi-Voûte, est $= FQ \times AE$, & $GI = Tt \times AE$.

Cela fait, soit $CP = x$ & $Pp = dx$, $CA = CM = r$, $AE = a$.

On aura .... $PM = \sqrt{rr - xx}$.

Et sa différentielle .... $MR = \frac{-xdx}{\sqrt{rr - xx}}$.

On aura FT par cette analogie, $CP : PM :: CF : FT$, c'est-à-dire, $x : \sqrt{rr - xx} :: r + \frac{a}{2} : FT, = \frac{\sqrt{rr - xx} \times \overline{r + \frac{a}{2}}}{x}$.

Et sa différentielle $Tt = \frac{-rrdx \times \overline{r + \frac{a}{2}}}{xx\sqrt{rr - xx}}$.

Multipliant cette différentielle Tt par $AE = a$, le produit $\frac{-arrdx \times \overline{r + \frac{a}{2}}}{xx\sqrt{rr - xx}}$ sera la valeur de GI, ou celle du Voussoir infiniment petit Lm, qui est la différentielle de la Voute.

La différentielle Mm de l'intrados sera $= \frac{-rdx}{\sqrt{rr - xx}}$, & par conséquent le secteur MCm sera $= \frac{-rrdx}{2\sqrt{rr - xx}}$.

Ajoûtant à ce secteur le Voussoir Lm, la somme $\frac{-rrdx}{2\sqrt{rr - xx}} - \frac{arrdx \times \overline{r + \frac{a}{2}}}{xx\sqrt{rr - xx}}$, sera la valeur du secteur LCK.

Pour avoir le rayon LC de ce secteur LCK, on fera cette analogie $MCm : LCK :: \overline{MC}^2 : \overline{LC}^2$, c'est-à-dire, $\frac{-rrdx}{2\sqrt{rr - xx}} : \frac{-rrdx}{2\sqrt{rr - xx}} - \frac{arrdx \times \overline{r + \frac{a}{2}}}{xx\sqrt{rr - xx}} :: rr : LC^2$.

D'où l'on tire $LC^2 = rr + \frac{arr \times \overline{2r + a}}{xx} = \frac{rrxx + 2ar^3 + aarr}{xx}$ $= \frac{rr \times \overline{2ar + aa + xx}}{xx}$.

Et par conséquent $LC, = r \times \frac{\sqrt{2ar + aa + xx}}{x}$.

Et $LC^3 = r^3 \times \frac{\overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{x^3}$.

Ayant les expreſſions de LC, MC, Mm, on trouvera par la méthode ordinaire qui ſert à trouver le centre de gravité de la différence de deux ſecteurs, l'énergie du Vouſſoir Lm, par rapport à la verticale AC, laquelle énergie eſt $= \frac{\overline{LC}^3 \times Rm}{3AC} - \frac{\overline{AC}^2 \times Rm}{3}$.

Mettant en la place de LC, Rm, AC, leurs valeurs analitiques, l'on aura $- \frac{rrdx \times \overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3} + \frac{rrdx}{3}$ pour l'énergie ou le momentum du Vouſſoir infiniment petit Lm, c'eſt-à-dire, pour la différentielle de l'énergie ou momentum de la demi-Voûte par rapport à la verticale AC.

Ainſi l'intégrale de cette différentielle ſera le momentum de la partie $AMLE$ de la demi-Voûte.

Diviſant ce momentum $S - rrdx \times \frac{\overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3}$ $+ S + \frac{rrdx}{3}$ par la peſanteur $AMLE = AIHE = FT \times AE = \frac{\sqrt{rr - xx} \times \overline{ar + \frac{aa}{2}}}{x}$.

Le quotient $\frac{S - rrdx \times \frac{\overline{2ar + aa + xx}^{\frac{2}{3}}}{3xxx} + S + \frac{rrdx}{3}}{\frac{\sqrt{rr - xx} \times \overline{ar + \frac{aa}{2}}}{x}}$ ſera la diſtance de la verticale AC au centre de gravité de la portion de la Voûte $AMLE$. *Ce qu'il falloit trouver.*

L'intégrale du dernier terme $\frac{rrdx}{3}$ eſt égale à $\frac{rrx}{3}$.

Ainſi toute la difficulté conſiſte à trouver l'intégrale de $- \frac{rrdx \times \overline{2ar + aa + xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3}$ que je n'ai pû trouver ſans ſuppoſer la quadrature de l'hyperbole équilatere où je la réduis de la maniére ſuivante.

$$-rrdx \times \frac{\overline{2ar+aa+xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3} = -\frac{rrx^{-3}dx}{3} \times \overline{2ar+aa+xx}^{\frac{3}{2}}.$$

Pour trouver l'intégrale de cette différentielle, je la transforme en une autre, en supposant $\frac{2ar+aa}{x} = u$, & par conséquent $\frac{2ar+aa}{u} = x$.

D'où l'on tire $-dx = \frac{\overline{2ar+aa} \times du}{uu}$.

Multipliant cette égalité par la suivante,

$$\overline{2ar+aa+xx}^{\frac{3}{2}} = \overline{2ar+aa+\frac{\overline{2ar+aa}^{2}}{uu}}^{\frac{3}{2}}.$$

On aura $-dx \times \overline{2ar+aa+xx}^{\frac{3}{2}} = \frac{\overline{2ar+aa} \times du}{uu} \times$

$$\times\ \overline{2ar+aa+\frac{\overline{2ar+aa}^{2}}{uu}}^{\frac{3}{2}} = \frac{\overline{2ar+aa} \times du}{u^5} \times$$

$$\times\ \overline{\overline{2ar+aa} \times uu + \overline{2ar+aa}^{2}}^{\frac{3}{2}} = \frac{\overline{2ar+aa}^{\frac{5}{2}}}{u^5} \times$$

$$\times\ du \times \overline{uu+2ar+aa}^{\frac{3}{2}}.$$

Divisant le premier & le dernier membre de cette égalité par $x^3 = \frac{\overline{2ar+aa}^{3}}{u^3}$, l'on aura

$$-dx \times \frac{\overline{2ar+aa+xx}^{\frac{3}{2}}}{x^3} = \frac{du}{uu\sqrt{2ar+aa}} \times \overline{uu+2ar+aa}^{\frac{3}{2}}.$$

Multipliant enfin par $\frac{rr}{3}$, l'on aura

$$-\frac{rrdx \times \overline{2ar+aa+xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3} = \frac{rrdu}{3uu\sqrt{2ar+aa}} \times \overline{uu+2ar+aa}^{\frac{3}{2}}.$$

Ainsi l'intégrale de notre différentielle $-\frac{rrdx \times \overline{2ar+aa+xx}^{\frac{3}{2}}}{3x^3}$

sera $=$ à l'intégrale de $\frac{rrdu}{3uu\sqrt{2ar+aa}} \times \overline{uu+2ar+aa}^{\frac{3}{2}}$

dans laquelle elle est transformée.

Or $S\,\frac{rrdu}{3uu\sqrt{2ar+aa}} \times \overline{uu+2ar+aa}^{\frac{3}{2}} =$

$= -\frac{rr \times \overline{uu+2ar+aa}^{\frac{3}{2}}}{3u\sqrt{2ar+aa}} + S\,\frac{rrdu \times \sqrt{uu+2ar+aa}}{\sqrt{2ar+aa}}$.

Ainsi l'intégrale de notre différentielle transformée dépend de la quadrature d'une hyperbole équilatere par rapport à son second axe.

Car $S + \frac{rrdu \times \sqrt{uu+2ar+aa}}{\sqrt{2ar+aa}}$ est le produit de $\frac{rr}{\sqrt{2ar+aa}}$ & de $S\,du \times \sqrt{uu+2ar+aa}$, qui est l'élément de la quadrature de l'hyperbole équilatere par rapport à son second axe, & l'axe de cette hyperbole équilatere est $=\sqrt{2ar+aa}$, & la coupée u, prise sur ce second axe, seroit $=\frac{2ar+aa}{x}$.

Ce qu'il falloit trouver.

Ayant trouvé ce centre de gravité, l'on opérera comme dans le reste du Probleme V.

PROBLEME VII.

En supposant les Voussoirs en équilibre, trouver l'énergie d'une Voûte quelconque pour renverser son pied droit.

SOLUTION.

Ayant décomposé, suivant le Cor. 2. du Probl. I. la pression MP, que la Voûte fait sur le Coussinet en deux forces MO, MN, dont l'une est verticale, & l'autre horisontale, prolongés les joints EA, BZ, des Coussinets, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en C, puis tirés la corde AB de la Voûte, Fig. 6.

& du point C tirés la verticale CD, qui sera perpendiculaire au point D sur la corde AB.

L'on aura un Triangle rectangle ADC, dont le côté AD représentera l'effort vertical MO, que la Voûte fait sur le pied-droit, par le Cor. Theor. I.

Le côté DC représentera l'effort horisontal MN, que la Voûte fait contre le pied-droit, par le Cor. du Theor. I.

Et le côté AC représentera l'effort que ladite Voûte fait perpendiculairement sur le Coussinet EA, par le Cor. Th. I. parce que les côtés du Triangle ADC sont perpendiculaires aux trois forces MP, MO, MN.

Mais le côté AD de ce Triangle exprime aussi la pesanteur de la demi-Voute $ARTE$, par le Cor. du Theor. I.

Donc si l'on fait la pesanteur de la Voûte $= p$, l'on aura la pesanteur AD de la demi-Voûte, ou l'effort vertical qu'elle fait sur le pied-droit $= \frac{p}{2}$.

Ainsi la Voûte fera contre le pied-droit deux efforts dont l'horisontal MN est appliqué au Levier VK, pour renverser le pied-droit; & l'effort vertical MO est appliqué à un bras de Levier FI pour affermir le pied-droit, en mettant le point d'appui en F, ou à un bras de Levier KI, si l'on veut mettre le point d'appui en K.

Donc si l'on retranche l'énergie de la force verticale MO, de l'énergie de la force horisontale MN, le reste sera l'énergie que la Voûte a pour renverser le pied-droit.

Pour trouver ces deux énergies, il faut commencer par déterminer le point M, par lequel l'effort λM agit sur le Coussinet EA.

Soit donc le point M, ou le point ω qui lui répond perpendiculairement, tel que $A\omega$ ou IH soit $= p$.

Soit de plus $AB = a$, & par conséquent $AD = \frac{a}{2}$.

Soit....... $DC = b$.

L'épaisseur TR de la Voûte a son sommet $= 2e$.

Comme nous avons fait $A\omega$, ou $IH = p$, nous aurons $M\omega$ par cette analogie $AD : DC :: A\omega : M\omega$.

C'est-

C'eſt-à-dire $\frac{a}{2} : b :: p : \frac{2bp}{a} = M\omega$.

Retranchant $A\omega$ ou IH de KH, le reſte KI ſera le Levier auquel eſt appliquée la puiſſance verticale MO, pour affermir le pied-droit, & l'empêcher d'être renverſé.

Ajoûtant $M\omega = \frac{2bp}{a}$ à la hauteur intérieure AH du pied-droit, la ſomme MI ou VK ſera le Levier par lequel agira la force horiſontale MN de la Voûte pour renverſer le pied-droit, en le faiſant tourner au tour du point d'appui K.

Pour déterminer ces Leviers, & les puiſſances qui leur ſont appliquées, ſoit la hauteur intérieure AH du pied-droit $= C$, ſa baſe $FH = x$.

$$FK = \frac{mx}{n}.$$

L'on aura VK ou $HA + M\omega = C + \frac{2bp}{a}$.

Et KI ou $KH - IH = x - \frac{mx}{n} - p$.

Voyons maintenant quelles ſont les puiſſances appliquées à ces Leviers KI, VK.

Pour les trouver, ſoit le rayon AC ou $RC = r$.

L'on aura $C\rho \ldots = r + e$.

Et $\rho\sigma$ ſe trouvera par cette analogie, $CD : DA :: C\rho : \rho\sigma$.

C'eſt-à-dire, $b : \frac{a}{2} :: r + e : \rho\sigma = \frac{ar + ae}{2b}$.

Multipliant cette valeur de $\rho\sigma$ par $TR = 2e$, le produit $\frac{are + aee}{b}$ ſera la ſurface de $TR\beta$, ou de la demi-Voûte $ARTE$.

Multipliant cette ſurface de la demi-Voûte, qui exprime ſa peſanteur, par le Levier $KI = x - \frac{mx}{n} - p$.

Le produit $\frac{are + aee}{b} \times x - \frac{mx}{n} - p$ ſera l'énergie de la puiſſance MO que la Voûte employe pour retenir le pied-droit.

Voyons maintenant quelle eſt l'énergie de la puiſſance horiſontale MN.

La puiſſance verticale *MO* eſt à la puiſſance horiſontale *MN* comme *AD* : *DC*.

C'eſt-à-dire, $\frac{are+aee}{b} : MN :: \frac{a}{2} : b$.

Ainſi la puiſſance horiſontale $MN = 2re + 2ee$.

Multipliant cet effort horiſontal *MN* par ſon levier $VK = C + \frac{2bp}{a}$.

Le produit $\overline{2re + 2ee} \times \overline{C + \frac{2bp}{a}}$ ſera l'énergie horiſontale que la demi-Voûte fait pour renverſer le pied-droit.

Enfin ſi de cette énergie horiſontale de la Voûte qui tend à renverſer le pied-droit, on retranche l'énergie verticale $\frac{are+aee}{b} \times \overline{x - \frac{mx}{n} - p}$ que la Voûte a pour retenir le pied-droit.

Le reſte $\overline{2re + 2ee} \times \overline{C + \frac{2bp}{a}} - \frac{are-aee}{b} \times \overline{x - \frac{mx}{n} - p}$ ſera l'énergie réſultante de la Voûte pour renverſer le pied-droit, en le faiſant tourner ſur le point d'appui *K*. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME VIII.

Fig. 6. *Trouver la baſe du pied droit telle que l'effort composé de la pouſſée de la Voûte & de la peſanteur dudit pied droit ſoit dirigé vers un point quelconque* K *de ſa baſe, en ſuppoſant toûjours les Vouſſoirs ſans liaiſon.*

SOLUTION.

Le point vers lequel eſt dirigé l'effort composé de pluſieurs puiſſances, eſt le point d'appui ſur lequel il les faut mettre en équilibre.

Ainſi il s'agit dans ce Probleme, de mettre l'énergie de la Voûte en équilibre avec celle du pied-droit ſur le point d'appui donné *K*.

C'eſt-à-dire qu'il faut que l'énergie que la Voûte a pour renverſer le pied-droit ſur le point d'appui *K*, ſoit égale à l'énergie de la peſanteur dudit pied-droit ſur le même point d'appui *K*, pour réſiſter à la pouſſée de cette Voûte qu'il doit ſoûtenir.

Et comme nous avons trouvé dans le Probleme précédent, l'énergie que la Voûte a pour renverſer le pied-droit, en le faiſant tourner ſur le point d'appui *K*, il faut maintenant chercher l'énergie de ce même pied-droit ſur le même point d'appui *K*.

Pour cela, ſoit comme dans le Probleme précédent,

La hauteur intérieure *AH* du pied-droit, ou ſon égale *QG* . . . . $= c$.

La hauteur extérieure *EG* . . . . $= d$.

On aura *EQ* . . . . $= d - c$.

Sa hauteur moyenne *MI* ſera . . . . $= \frac{c+d}{2}$.

Sa baſe entiére *FH* . . . . $= x$.

Sa partie *GH*, ou ſon égale *QA* . . . . $= f$.

FK . . . . $= \frac{mx}{n}$.

On aura la baſe *FG* de ſon talus . . . . $= x - f$.

La ſurface du parallelogramme *QGHA* ſera... $= cf$.

Et la ſurface du Triangle *EFG* ſera . . . . $= \frac{dx - df}{2}$.

Et la ſurface du Triangle *EQA* ſera . . . . $= \frac{df - cf}{2}$.

Si l'on multiplie la ſurface ou peſanteur cf du parallelogramme *QGHA* par ſon bras de Levier $KI = FH - IH - FK = FH - \frac{GH}{2} - FK = x - \frac{f}{2} - \frac{mx}{n}$.

Le produit $cfx - \frac{cff}{2} - \frac{cfmx}{n}$ ſera l'énergie du parallelogramme *QGHA*.

Et ſi l'on multiplie la peſanteur ou ſurface $\frac{dx - df}{2}$ du Triangle *EFG* par ſon bras de Levier $KL = FL - FK = \frac{2FG}{3} - FK = \frac{2x - 2f}{3} - \frac{mx}{n}$.

Le produit $\frac{2dxx-2dfx-2dfx+2dff}{6} - \frac{dmxx+dfmx}{2n}$ $= \frac{dxx-2dfx+dff}{3} - \frac{dmxx+dfmx}{2n}$ sera l'énergie du Triangle EFG.

Et si l'on multiplie la pesanteur ou surface $\frac{df-cf}{2}$ du Triangle EQA, par son bras de Levier $KX=FH-XH-FK=FH-\frac{2GH}{3}-FK=x-\frac{2f}{3}-\frac{mx}{n}$.

Le produit $\frac{dfx-cfx}{2} - \frac{2dff+2cff}{6} - \frac{dfmx+cfmx}{2n}$ sera l'énergie du Triangle EQA sur le point d'appui K.

Enfin si l'on ajoûte ensemble ces trois énergies, leur somme $cfx - \frac{cff}{2} - \frac{cfmx}{n} + \frac{dxx-2dfx+dff}{3} - \frac{dmxx+dfmx}{2n} + \frac{dfx-cfx}{2} - \frac{dff+cff}{3} - \frac{dfmx+cfmx}{2n} = \frac{cfx}{2} - \frac{cff}{6} - \frac{cfmx}{2n} + \frac{dxx}{3} - \frac{dfx}{6} - \frac{dmxx}{2n}$ sera l'énergie entiére du pied-droit sur le point d'appui K.

Laquelle énergie doit être égale à l'énergie $\overline{2re+2ee} \times \overline{c+\frac{2bp}{a}-\frac{are-aee}{b}} \times \overline{x-\frac{mx}{n}-p}$ que la Voûte a pour renverser le pied-droit, en le faisant tourner autour du point d'appui K, ce qui donne cette Equation $\frac{cfx}{2} - \frac{cff}{6} - \frac{cfmx}{2n} + \frac{dxx}{3} - \frac{dfx}{6} - \frac{dmxx}{2n} = \overline{2re+2ee} \times \overline{c+\frac{2bp}{a}-\frac{are-aee}{b}} \times \overline{x-\frac{mx}{n}-p}$.

Multipliant par $6n$, on aura $3cfnx - cffn - 3cfmx + 2dnxx - dfnx - 3dmxx = \overline{2re+2ee} \times \overline{6cn+\frac{12bpn}{a}-\frac{are-aee}{b}} \times \overline{6nx-6mx-6np}$.

Divisant par $2dn-3dm$, l'on aura

$$xx + \frac{3cfnx-3cfmx-dfnx-cffn}{2dn-3dm} =$$

$$= \frac{\overline{2re + 2ee} \times \overline{6cn + \frac{12bpn}{a}} - \frac{are - aee}{b} \times \overline{6nx - 6mx - 6np}}{2dn - 3dm}.$$

Faiſant paſſer du premier membre dans le ſecond, le terme qui ne contient point de x; & du ſecond membre dans le premier, les termes qui contiennent x, l'on aura

$$xx + x \times \left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm} \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right.$$

$$= \frac{cffn + \overline{2re + 2ee} \times \overline{6cn + \frac{12bpn}{a}} + \frac{are + aee}{b} \times 6np}{2dn - 3dm}.$$

Ajoûtant à chaque membre le quarré du coëfficient de x, l'on aura

$$xx + x \times \left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm} \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right. + \overline{\left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm} \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right.}^{2}$$

$$= \frac{cffn + \overline{2re + 2ee} \times \overline{6cn + \frac{12bpn}{a}} + \frac{are + aee}{b} \times 6np}{2dn - 3dm} + \overline{\left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm} \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right.}^{2}.$$

Et tirant la racine quarrée, l'on aura

$$x = \sqrt{\frac{cffn + \overline{2re + 2ee} \times \overline{6cn + \frac{12bpn}{a}} + \frac{are + aee}{b} \times 6np}{2dn - 3dm} + \overline{\left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm} \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right.}^{2}}$$

$$- \frac{3cfn + 3cfm + dfn - \overline{are - aee} \times \frac{6n - 6m}{b}}{2dn - 3dm}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

L'examen que je viens de faire de la pouſſée des Vouſſoirs conſidérés comme polis, & de la force des pieds-droits qui doivent ſoûtenir leur effort, paroît demander que j'examine auſſi quelle eſt la charge que doit ſoûtenir le Cintre de Char-

pente qu'on employe ordinairement pour la construction de ces Voûtes, dont les Voussoirs sont considérés comme polis.

M. Pitot a déja donné à l'Académie en 1726 la maniere de trouver le poids absolu de la Voûte.

Ainsi je n'examinerai que le rapport qu'il y a entre le poids de la Voûte & la charge du Cintre.

Mais pour cela il faut faire la Remarque suivante.

REMARQUE.

Fig. 8. Quand les Voussoirs sont tous posés sur le Cintre à l'exception de la Clef, si on les considére comme polis, ensorte que le Cintre seul s'oppose à leur descente sur leurs joints.

Pour lors chaque Voussoir comme *MmYV*, étant chargé d'autres Voussoirs *KMVZ*, ne chargera pas le Cintre comme il feroit s'il étoit libre, c'est-à-dire, s'il n'étoit point chargé des Voussoirs *KMVZ*, car les Voussoirs *KMVZ*, en le chargeant, feront effort pour le faire remonter sur son joint.

Ensorte qu'il ne restera au Voussoir *MmYV*, pour charger le Cintre, que la différence qui est entre l'effort qu'il feroit sur le Cintre, s'il étoit libre, & l'effort que les Voussoirs *KMVZ* font pour le faire remonter sur son joint *mY*.

Suivant cette idée, il en résultera que de tous les Voussoirs *KRXZ* qui composent la demi-Voûte en plein Cintre, il n'y aura qu'une partie *KMVZ* qui chargera le Cintre, pendant que l'autre partie *MRXV* fera plûtôt effort pour s'écarter du Cintre que pour le charger.

C'est pourquoi avant de déterminer le rapport qu'il y a entre la pesanteur de la demi-Voûte *KRXZ* & la charge du Cintre avant que la Clef soit posée, je crois qu'il est à propos de chercher quelle est la portion *KMVZ* de la Voûte qui charge le Cintre, & quelle est celle *MRXV* qui ne le charge point.

PROBLÊME IX.

Fig. 8. *Soit une demi-Voûte* KRXZ, *en plein Cintre, & d'une épaisseur uniforme, dont la Clef* ZK *n'est pas encore posée.*

On demande quelle est la portion KMVZ *de cette demi-Voûte qui charge le Cintre* KMR, *ou quelle est la portion* MRXV *de cette demi-Voûte qui ne charge point le Cintre.*

SOLUTION.

Imaginons la Voûte divisée en une infinité de Voussoirs, comme *MmYV*, & faisons passer un Arc *AD* par les centres de gravité de tous ces petits Voussoirs.

Soit *G* le centre de gravité de l'Arc *AD*.

Il sera aussi le centre de gravité de tous les Voussoirs qui sont dans *KMVZ*.

Par le centre de gravité *G*, soit tirée la verticale *BN*; par le point *D*, qui est l'extrémité de l'Arc *AD*, soit tirée *DB* perpendiculaire sur le joint *CV*.

Par le point *B*, ou *DB*, rencontre la verticale *BN*, soit tiré *BC* au centre *C*.

Enfin par un point quelconque *N*, de la verticale *BN*, soit tiré *NF* paralléle à *BD*, & *NL* paralléle à *BC*.

On aura un parallélogramme *BLNF*, dont la diagonale *BN* étant verticale, & passant par le centre de gravité commun *G* de tous les Voussoirs *KMVZ*, pourra exprimer la pesanteur de tous les Voussoirs *KMVZ*.

Pour lors le côté *BL*, étant perpendiculaire en *D* sur le rayon *VC*, aussi bien que l'Arc *AD* qui est le lieu de tous les centres de gravité des Voussoirs *KMVZ*, exprimera l'effort que tous ces Voussoirs ensemble font sur le joint *MV*.

Enfin le côté *BF* exprimera l'effort composé que tous les Voussoirs font vers le centre *C* de la Voûte.

Ainsi la pesanteur de tous les Voussoirs *KMVZ* est à l'effort qu'ils font perpendiculairement sur le joint *VC* :: *BN* : *BL*, c'est-à-dire, comme le sinus de l'Angle total *CBD* du parallélogramme est au sinus de l'Angle *CBN* ou *BCE*, c'est-à-dire :: *DC* : *BE*, ou :: *DC* : *GH*.

Ou bien si l'on prend γ pour le centre de gravité de l'Arc *KM* :: *MC* : γI.

Soit $MC = r.$

$$KP = x \dots Pp = dx.$$

$$KM = z \dots Mm = \frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}}.$$

On aura $PM = \sqrt{2rx - xx}.$

$$\gamma I = \frac{rx}{z}.$$

Ainſi la peſanteur $KMVZ$ étant à l'effort qu'elle fait ſur $VC :: MC : \gamma I$; ſi l'on exprime la peſanteur $KMVZ$ par $KM = Z$, on aura $r : \frac{rx}{z} :: z$ eſt à un quatriéme terme x; qui ſera l'effort BL que la demi-Voûte fait perpendiculairement ſur VC.

Mais cet effort $BL = x$ étant perpendiculaire ſur VC, n'eſt plus perpendiculaire ſur le joint ſuivant YC.

C'eſt pourquoi cet effort $BL = x$ étant prolongé en Q; ſi l'on tire DO perpendiculaire ſur YC, & qu'on exprime cet effort $BL = x$ par DQ, il ſe décompoſera en deux forces DO, OQ.

L'effort DO, étant perpendiculaire ſur YC, eſt entiérement employé à comprimer le joint inférieur YC du Vouſſoir $MmYV$.

L'effort OQ, étant ſuivant MY, eſt oppoſé à l'effort que le Vouſſoir $MmYV$ fait pour charger le Cintre en gliſſant ſur ſon joint Ym.

Ainſi l'effort $BL = x$, que le Vouſſoir $MmYV$ a reçû des Vouſſoirs précédents $KMVZ$, eſt à l'effort qui lui réſulte ſuivant $OQ :: DQ : OQ$.

Mais le Triangle DOQ étant ſemblable au Triangle MCm, on a $DQ : OQ :: CM : Mm$, c'eſt-à-dire $:: r : \frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}}$.

Ainſi l'effort que le Vouſſoir $MmYV$ a reçû ſuivant OQ, eſt $= \frac{xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$.

Voyons maintenant quel eſt l'effort que le Vouſſoir $MmYV$ fait

fait par lui-même pour comprimer le Cintre en glissant sur son joint inférieur *Ym*.

Puisque nous avons exprimé par *KM*, la pesanteur de la somme des Voussoirs *KMVZ*, il faut exprimer par *Mm* $= \frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}}$, la pesanteur du Voussoir *MmYV*.

Or *MC* : *MR* :: la pesanteur du Voussoir *MmYV* est à l'effort qu'il fait pour glisser sur son joint *Ym*.

C'est-à-dire $r : r - x :: \frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}}$: à un quatriéme terme $\frac{rdx - xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$, qui est l'effort que le Voussoir infiniment petit *MmYV* fait pour comprimer le Cintre *C* en glissant sur son joint inférieur *Ym*.

Si de cet effort $\frac{rdx - xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ que le Voussoir *MmYV* fait pour descendre suivant son joint *Ym*, on retranche l'effort $\frac{xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ que ce même Voussoir a reçû des Voussoirs précédents dans une direction *OQ*, opposée à celle de sa descente.

Le reste $\frac{rdx - xdx}{\sqrt{2rx - xx}} - \frac{xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ sera l'effort avec lequel le Voussoir *MmYV* comprime le Cintre.

Maintenant si l'on veut sçavoir quelle est la portion de Voûte *KMVZ* qui charge le Cintre, c'est-à-dire, quel est le terme *MmYV* où les Voussoirs cessent de presser le Cintre.

Il n'y a qu'à faire $= O$ l'effort $\frac{rdx - xdx}{\sqrt{2rx - xx}} - \frac{xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ du Voussoir *MmYV*, ce qui donnera $r - 2x = 0$.

Et par conséquent $x = \frac{r}{2}$.

Or x ou $KP = \frac{r}{2}$ ou $\frac{KC}{2}$, lorsque l'Arc *KM* est de 60°.

Donc la somme *KMVZ* des Voussoirs qui chargent le Cintre est de 60°, & par conséquent la somme des Voussoirs

$MRXV$, qui ne chargent point le Cintre, eſt de 30°.

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRE I.

Comme la différentielle $\frac{rdx - xdx}{\sqrt{2rx - xx}} - \frac{xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ exprime l'effort que chaque Vouſſoir fait ſur le Cintre, ſon intégrale $2\sqrt{2rx - xx} - S\frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ ſera la ſomme des preſſions que tous les Vouſſoirs compris dans $KMVZ$ font ſur le Cintre de Charpente.

Mais $2\sqrt{2rx - xx} - S\frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}} = 2PM - KM$, parce que $\frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}} = Mm$.

Et comme nous avons exprimé par KM la peſanteur des Vouſſoirs $KMVZ$, nous aurons cette analogie.

La peſanteur de tous les Vouſſoirs $KMVZ$ eſt à la ſomme des efforts qu'ils font ſur le Cintre :: $KM : 2PM - KM$.

COROLLAIRE II.

Comme nous avons trouvé $\frac{rdx - xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ pour l'effort que chaque Vouſſoir $MmYV$ feroit ſur le Cintre, ſi les Vouſſoirs ſuperieurs lui laiſſoient toute la liberté de deſcendre, en gliſſant ſur ſon joint inférieur, il eſt évident que l'intégrale $\sqrt{2rx - xx}$ de cette différentielle ſera la ſomme des efforts que tous les Vouſſoirs qui ſont dans $KMVZ$ feroient ſur le Cintre, s'ils étoient libres.

Mais $\sqrt{2rx - xx} = PM$, & la peſanteur de $KMVZ = KM$.

Donc la peſanteur des Vouſſoirs $KMVZ$ eſt à la ſomme des efforts que tous les Vouſſoirs qui ſont dans $KMVZ$

font sur le Cintre, quand on les suppose libres :: $KM : PM$, c'est-à-dire, comme l'Arc KM est à son sinus PM.

COROLLAIRE III.

Si l'Arc KM devient égal au quart de Cercle KMR, pour lors son sinus PM deviendra égal au rayon CR, ce qui donnera cette analogie.

La pesanteur de la demi-Voûte $KRXZ$ est à l'effort que tous ses Voussoirs feroient sur le Cintre, s'ils étoient libres, comme le quart de circonférence KMR est au rayon CR.

Ou bien en multipliant ces deux derniers termes par la moitié du rayon, ce rapport sera comme la superficie du quart de Cercle KCR est à la moitié du quarré du rayon, ou bien :: 11 : 7, *ce qui est bien différent* du rapport que M. Pitot a donné dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1726. p. 222. Remarque sixiéme, où il donne le rapport du poids de la Voûte uniforme en plein Cintre à la somme des pressions que ses Voussoirs feroient sur le Cintre de Charpente, comme le quarré du rayon est à la superficie du quart de Cercle, ou :: 14 : 11.

L'erreur sera plus facile à appercevoir, si l'on se représente la surface d'un quart de Cylindre, dont la hauteur soit égale à son rayon, & l'onglet tracé sur cette surface.

Car pour lors l'integrale des rayons du quart de Cercle sera égale audit quart de surface cylindrique, ou, ce qui est le même, à la moitié de la surface du Cercle. Fig. 9.

Et l'intégrale de tous les sinus du même quart de Cercle, sera égale à la surface de l'onglet, qui est égale au quarré du rayon, comme je le vais démontrer.

L'on a les Triangles CFO, MSm, semblables, ce qui donne $CO : Mm :: OF : Sm$, mais $CO = NR$, & $OF = OV$, & $Sm = RQ$. Donc $NR : Mm :: OV : RQ$. Ainsi $NR \times RQ = Mm \times OV$, c'est-à-dire, le rectangle NQ est égal au trapeze ME.

Donc l'intégrale, ou la somme de tous les NQ, qui est

le quarré *CL* du rayon, eſt égale à la ſomme de tous les *ME*, qui eſt l'onglet *KTA*.

Mais l'onglet *KTA* exprime la ſomme de tous les ſinus tirés ſur l'Arc *KT*; & la ſuperficie cylindrique *KH* eſt la ſomme de tous les rayons tirés du même quart de circonférence *KT*.

Donc M. Pitot auroit dû conclurre, *puiſque la peſanteur de chaque Vouſſoir eſt à l'effort qu'il fait ſur le Cintre, comme le rayon* CM *eſt au ſinus* MR, *ou bien, comme* MB *eſt à* MD, *la peſanteur de tous les petits Vouſſoirs ſera à la charge du Cintre, comme la ſomme des* MB *eſt à la ſomme des* MD, *c'eſt-à-dire,* :: KH : KTA, *ou bien, comme la ſurface du demi-Cercle eſt au quarré du rayon, & non pas comme le quarré du rayon à la ſurface du quart de Cercle.*

Je ne donne ce rapport que pour m'accommoder à l'hypotheſe de M. Pitot, qui prétend qu'il eſt démontré par les principes de Statique, que la peſanteur d'un Vouſſoir quelconque eſt à l'effort qu'il fait ſur le Cintre, comme le rayon *CM* eſt au ſinus *MR*.

Mais cette propoſition de Statique n'a lieu, comme je viens de le démontrer, que quand le Vouſſoir eſt libre, c'eſt-à-dire, n'eſt chargé d'aucun autre Vouſſoir.

Mais quand les Vouſſoirs ſont tous placés ſur le Cintre, à l'exception de la Clef, l'on trouvera le rapport de leur peſanteur à leur charge par le Probleme IX & ſon Corollaire premier, les Corollaires ſecond & troiſiéme n'ayant été mis que pour l'hypotheſe impoſſible de M. Pitot, où il faudroit ſuppoſer que les Vouſſoirs ſont libres.

Juſqu'ici nous avons examiné quelle étoit la proportion des Vouſſoirs qui pouvoient gliſſer les uns contre les autres & s'échapper, lorſqu'ils ne feroient point équilibre par leur propre peſanteur. Mais comme nous avons remarqué dans le Corollaire troiſiéme du Théoreme II, que les Vouſſoirs ſont aſſés adhérents pour ne pouvoir point s'échapper en gliſſant les uns ſur les autres, toute la Théorie précédente

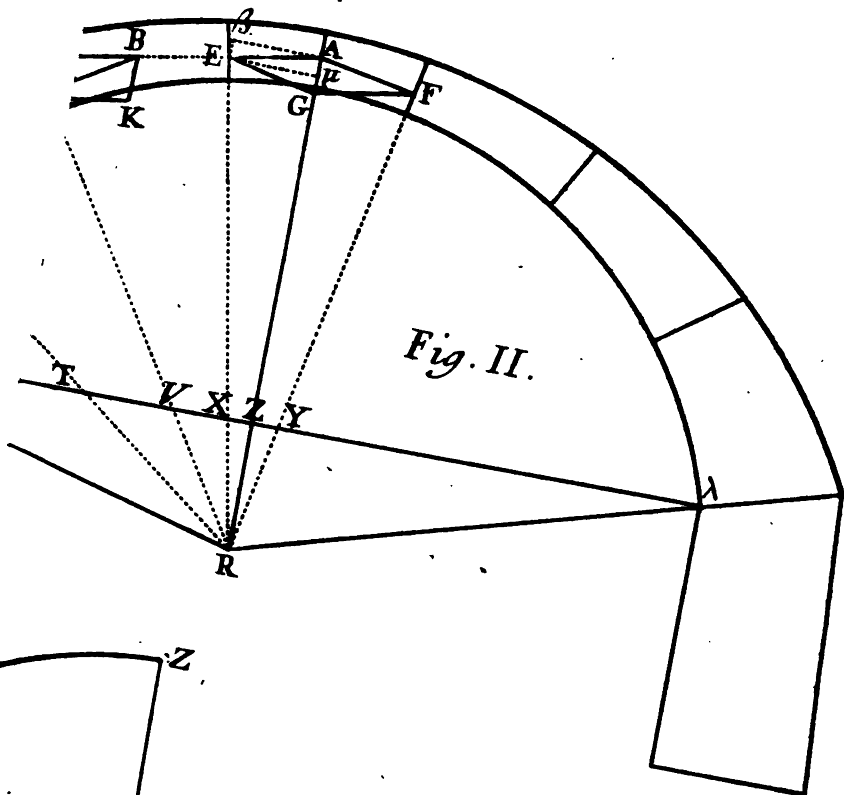


Fig. II.

Fig. III.

Z
I
V
A
X
O
P
Q
E
H
K
D
R
S
f
f
f
f
f
C

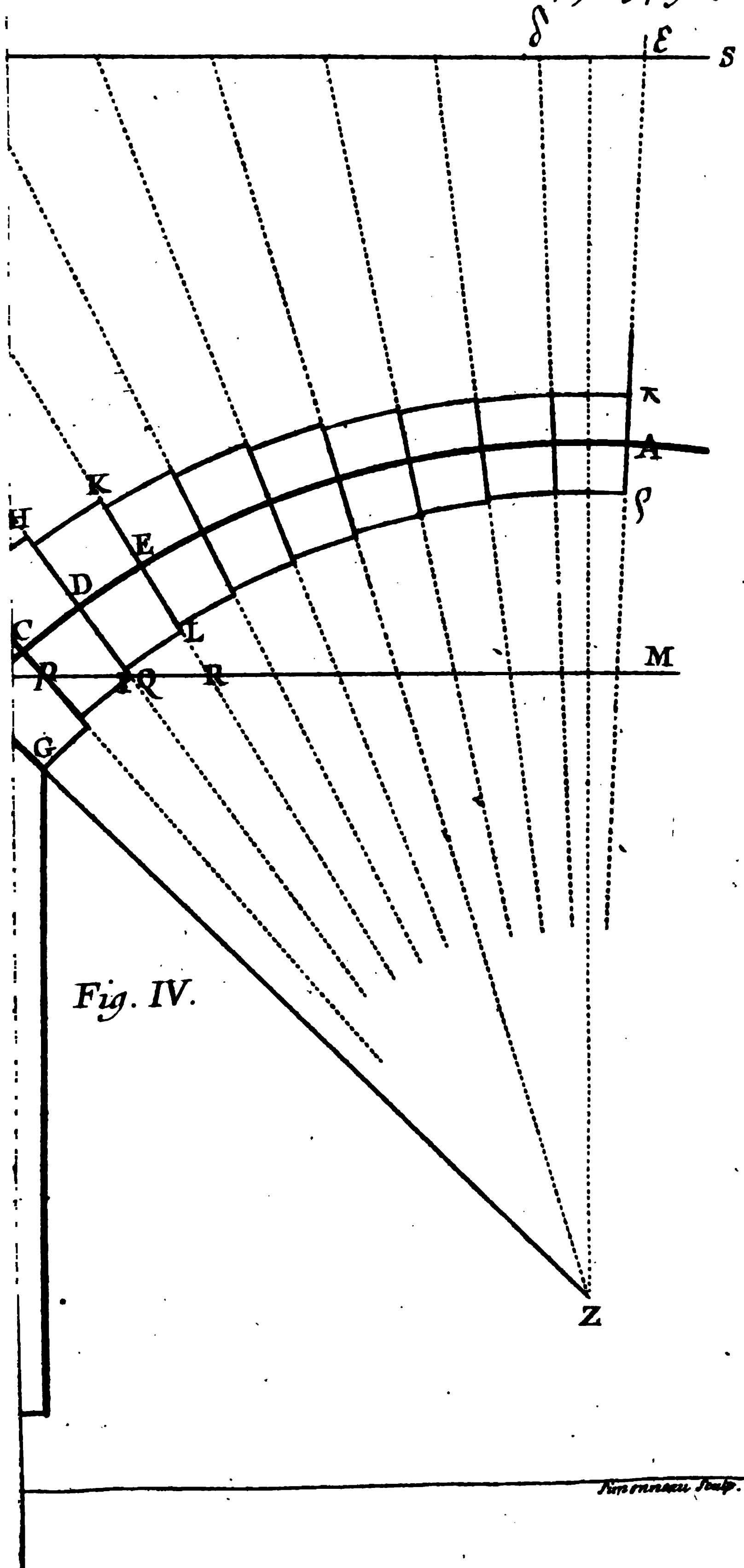
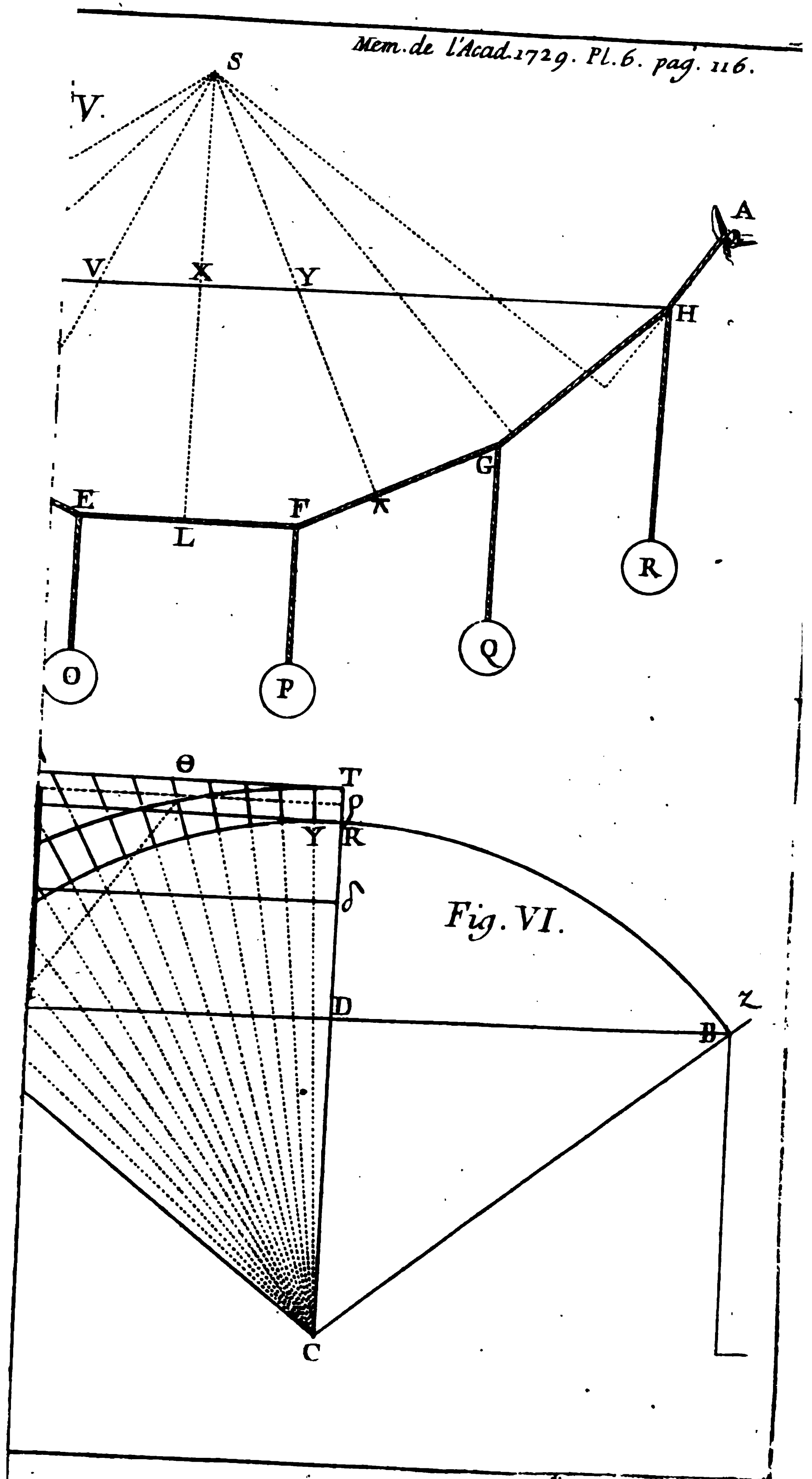


Fig. IV.

Simonneau Sculp.


V.
S
A
V
X
Y
H
G
E
F
L
R
Q
O
P
Θ
T
ρ
Y
R
δ
Fig. VI.
D
Z
B
C

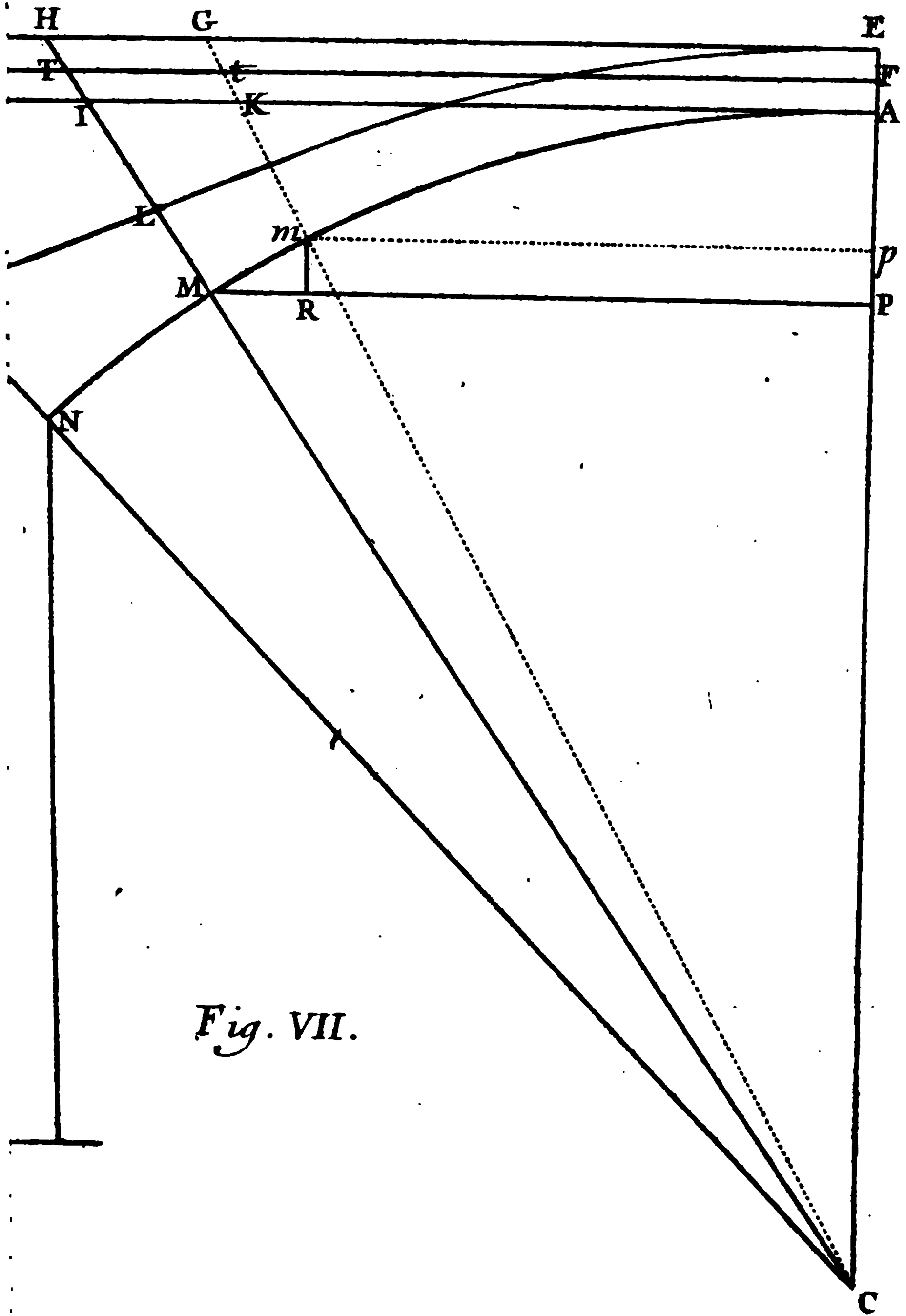
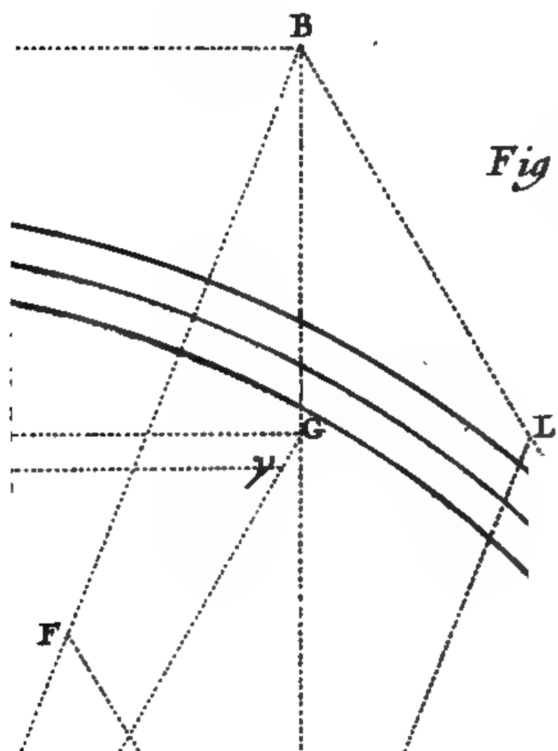


Fig. VII.

Simonneau Sculp.



B
Fig. VIII.
L
G
F

Mem. de l'Acad. 1729. Pl. 9. pag. 116.

A

deviendroit inutile, si l'on n'examinoit point la proportion qu'il convient d'observer dans les Voussoirs qui sont assés adhérents pour ne pouvoir point glisser, c'est-à-dire, si l'on n'examinoit point quelle doit être la moindre épaisseur avec laquelle la Voûte peut subsister sans se rompre, dans l'hypothese que les Voussoirs ne sçauroient glisser les uns sur les autres.

Comme cette nouvelle maniére de considérer les Voûtes n'a point encore été examinée, je la donne comme une suite de l'ancien Systeme de la Poussée des Voûtes, où j'ai considéré les Voussoirs comme des corps parfaitement polis, afin que l'on puisse avoir la différence de ces deux Systemes, & c'est ce que je donnerai dans la seconde Partie de ce Mémoire.

MEMOIRE SUR LE DIAPHRAGME.

Par M. SENAC.

28 Mai 1729.

DEs Anatomiſtes célébres ont foüillé long-temps dans le tiſſu du Diaphragme pour en développer la ſtructure. Après leurs travaux il ſemble qu'on ne puiſſe attendre de nous que des recherches ſtériles; mais dans la carriére obſcure de de la Phyſique, les lieux le mieux connus offrent toûjours quelque nouveau ſpectacle.

Les deſcriptions les plus exactes du Diaphragme ne nous en donnent que des idées vagues : je vais rappeller en peu de mots ce que les Anatomiſtes ont écrit ſur ce Muſcle, le détail de leurs obſervations ne ſera pas inutile pour juger de mes recherches.

Le Diaphragme eſt une cloiſon mouvante, qui ſépare la Poitrine de l'Abdomen ; ſa circonférence eſt attachée aux bords des côtes, au Sternum, à l'épine du dos. La ſtructure de cette cloiſon n'eſt pas uniforme, ſa partie moyenne eſt tendineuſe, on l'a appellée le *centre nerveux*. Du contour de ce centre partent vers les côtes des fibres muſculeuſes qui marchent en forme de rayons; celles qui ſont placées à la partie poſtérieure & moyenne du Thorax, s'attachent à l'épine du dos, & forment deux faiſceaux qui deſcendent le long des vertebres, on les nomme les *piliers du Diaphragme*, ou le *muſcle poſtérieur inférieur*. En ſortant du centre nerveux, ces piliers s'écartent l'un de l'autre, l'Oeſophage paſſe dans l'eſpace qu'ils laiſſent entr'eux; mais après qu'ils ont embraſſé ce tuyau, ils ne deſcendent pas entiérement en droite ligne, il y a des paquets de fibres qui ſe détachent du pilier droit pour s'unir au pilier gauche, lequel en envoye réciproquement au pilier droit; ces piliers ſe terminent de chaque côté à des tendons, & c'eſt entre ces tendons que paſſe l'Aorte en ſortant de la Poitrine.

Sur une telle deſcription il eſt difficile d'établir l'uſage du Diaphragme, & cette difficulté m'a ramené ſur les traces des Anatomiſtes. Voici les obſervations que j'ai faites ſur cet organe merveilleux, je les commencerai par un détail exact de la poſition des fibres muſculeuſes.

Tout ce qui environne le centre nerveux *A*, eſt une ſuite de faiſceaux muſculeux, larges d'environ deux lignes; ils ne ſuivent pas tous la même direction, & ne ſont pas diſtribués comme des rayons qui partent d'un centre, & qui tombent perpendiculairement ſur une circonférence. Si des côtes ces faiſceaux étoient prolongés par le centre nerveux, peu de fibres ſe réüniroient aux mêmes points, il y en a même dont les directions ſont entiérement oppoſées; cette oppoſition paroît ſur-tout à la partie antérieure du Diaphragme, on y trouve quelquefois un double plan de fibres qu'on n'a point remarqué, ce ſont deux couches dont l'une eſt ſur l'autre, la couche ſupérieure *BCC* part du point *B* qui eſt devant le centre nerveux. De ce point, qui eſt un aſſemblage de tendons, les fibres muſculeuſes s'avancent à droit & à gauche vers les côtes; dans leur route elles deviennent divergentes, & cette vergence les éloigne un peu du cartilage xiphoïde, il paroît en certains Sujets que ces fibres, en s'écartant, laiſſent un vuide *D*, en forme d'Angle, entr'elles & ce cartilage, quelquefois ce vuide n'eſt que dans un côté; je l'ai remarqué une fois au côté gauche, tandis que le côté droit étoit rempli de fibres aſſés preſſées les unes contre les autres : on trouve le même vuide lorſque ce plan ſupérieur manqne, & on y remarque auſſi quelques variétés.

Les autres fibres muſculeuſes *EE*, qui ſont une ſuite de celles qui compoſent le Diaphragme, forment le plan inférieur, elles ne ſuivent pas la même route que celles du plan ſupérieur, il part de la pointe du centre nerveux un faiſceau ou deux de fibres *FF*, leſquelles vont s'attacher au cartilage xiphoïde. Les fibres qui ſont à leurs côtés croiſent le plan ſupérieur, & elles ſont peu divergentes, celles qui viennent des deux tiers antérieurs *GG* du centre nerveux ſuivent à peu-près la même

direction que les précédentes, c'est-à-dire, qu'elles marchent de derriére en avant, mais elles s'écartent un peu plus en avançant vers les côtes : les fibres musculeuses *HH* qui sortent du centre nerveux après celles-ci, ne marchent point en avant, elles se rendent aux parties latérales du Thorax & les suivantes *II* ont une direction qui les porte vers la partie postérieure de la Poitrine.

J'ai conduit l'origine & la direction des fibres musculeuses jusqu'à l'extrémité des cornes *LL* du centre nerveux ; les autres, c'est-à-dire, celles qui sortent de la partie postérieure de ce centre, ont sur les côtes & sur l'épine des attaches particuliéres. Pour les décrire, je commencerai par les Piliers du Diaphragme.

Le centre nerveux *A*, à sa partie postérieure, forme une espece d'angle dont la pointe est en arc ; des jambes de cet angle naissent des fibres musculeuses *MM* comme des barbes de plume ; celles qui sortent du haut de l'arc *N* sont croisées, celles du côté gauche viennent du côté droit, & celles qui forment le côté droit, viennent du côté gauche : de ces deux faisceaux croisés, celui qui est à gauche est le supérieur.

Ces paquets musculeux forment les piliers, ils occupent les deux tiers *OO* des jambes de l'angle ; en descendant, leurs fibres ne marchent pas toutes en lignes droites, car à trois doigts de leur origine, le pilier droit envoye un faisceau *P* de fibres qui vont se réünir au tendon du pilier gauche, de même le pilier gauche donne des fibres au pilier droit. Ces deux piliers se croisent aussi mutuellement jusqu'à cinq fois, mais ces paquets de fibres qui passent de l'un à l'autre pilier, ne sont pas de la même grandeur, celui qui se détache du côté droit est plus mince que celui qui se sépare du côté gauche, & le paquet supérieur est fort plat & fort large : quelquefois ces croisements ne sont pas réguliers, car sous le premier faisceau qui va de droit à gauche, j'en ai remarqué un second qui partoit du même côté, il se réünissoit en son chemin au faisceau qui vient le premier de gauche à droit. Il y a sans doute d'autres variétés qu'il suffit d'annoncer.

Les

Les piliers, après leurs divers croisements, continüent leur route sur les vertebres en forme de cone *Q*, ils se réünissent à des tendons *RR* qui sont d'une longueur inégale, comme on l'a remarqué ; cette différence ne m'a pas paru considérable dans quelques jeunes Sujets ; le tendon droit *S*, qui est le plus long, est souvent double ou triple, quelquefois le même se divise en deux, & ces divisions s'implantent aux vertebres, l'une plus haut, l'autre plus bas.

A côté de ces grands piliers, un peu au dessus, j'ai observé deux piliers plus petits *TT*, ils sont formés par un détachement des fibres des grands piliers ; quelquefois un de ces piliers manque. Dans un Diaphragme que j'ai présenté à l'Académie, il n'y en avoit qu'un qui étoit au côté droit ; son tendon étoit si long, qu'il descendoit plus bas que les tendons des grands piliers droits. Quand les petits piliers manquent, on trouve à leur place des trous ou plûtôt des fentes pour le passage des cordons du Nerf intercostal.

De ces petits piliers, ou des grands, quand les petits manquent, s'éleve une arcade tendineuse *V* qui va s'attacher à l'Apophise transverse de la premiére vertebre des lombes ; & de cette attache part un second arc *W* formé d'un tendon, il va se rendre à la premiére fausse-côte vers le milieu.

De la circonférence de ces arcades, s'élevent des fibres musculeuses, elles montent parallelement vers les cornes du centre nerveux ; celles qui sortent de l'extrémité de l'arcade attachée à la premiére côte flottante, sont un peu inclinées vers l'épine, à leur partie supérieure elles croisent les fibres *X* qui montent à côté des arcades.

Ces Arcs tendineux n'ont été décrits par aucun Anatomiste, cependant le premier est fort visible, il embrasse le muscle Psoas à son origine : le second ne se découvre pas avec la même facilité, on le déchire quand on enleve le Diaphragme.

Voilà l'origine & les attaches des piliers & des faisceaux musculeux qui sont à leur côté. On a distingué ces piliers du reste du Diaphragme, & on en a formé des muscles particuliers;

Quoiqu'une partie de leurs fibres ſoit plus élevée que les fibres latérales du Diaphragme, on leur a donné le nom de *muſcle inférieur ;* mais toutes les fibres muſculeuſes du Diaphragme ſortent de même du contour du centre nerveux, pourquoi donc y établir divers muſcles ?

Après avoir parlé des piliers, nous parlerons des ouvertures qui donnent paſſage à l'Aorte & à l'Oeſophage. Ces ouvertures n'ont pas la même forme, la ſupérieure *NP* eſt formée par des fibres qui ſe croiſent au deſſus *N* & au deſſous *P,* l'inférieure n'eſt qu'un angle formé par les tendons des grands piliers & par le croiſement de leurs fibres muſculeuſes.

L'Oeſophage, en ſortant de la duplicature du Médiaſtin, paſſe par l'ouverture ſupérieure qui eſt entre les grands piliers; en arrivant à ce paſſage, elle ſe revêt de la membrane qui recouvre la ſurface convexe du Diaphragme. Sur cette ſurface, les fibres muſculeuſes s'élevent pour l'entourer. Au premier coup d'œil on s'imagineroit que ces fibres s'attachent au tiſſu de l'Oeſophage, & lui forment des muſcles particuliers, mais elles lui ſont étrangeres, une membrane cellulaire les lie aſſés étroitement, & quand on éleve l'Oeſophage, on éleve ces fibres ; mais celles qui ſuivent ainſi les mouvements de l'Oeſophage, ne ſont pas les couches des piliers qui regardent l'Abdomen, ce ſont les couches ſupérieures qui ſemblent ſe détacher d'eux, car il y en a qui ſemblent appartenir à la membrane qui couvre le Diaphragme, ce ſont celles-là ſur-tout qui ſe lient à l'Oeſophage. Ce tuyau, en ſortant, eſt enveloppé de la membrane qui tapiſſe la concavité du Diaphragme, & cette membrane forme, de même que l'autre, une eſpece d'attache flottante qui permet à l'Oeſophage quelques mouvements, elle eſt plus lâche dans les jeunes Sujets que dans les Adultes.

Un Anatomiſte de cette Compagnie a crû avoir obſervé quelquefois qu'il y avoit de petits muſcles qui de l'Oeſophage ſe rendoient au Diaphrágme, & ces muſcles lui paroiſſoient être la ſource de pluſieurs mouvements difficiles à expliquer, mais je n'ai point trouvé de tels muſcles, je doute même qu'ils ayent été obſervés. Il ſe pourroit faire que les paquets

musculeux que je viens de décrire, en eussent imposé, & qu'ils eussent paru des muscles particuliers attachés à l'Oesophage & au Diaphragme ; mais dans les Corps les plus réguliers les variétés de la Nature sont infinies, il peut y avoir des Sujets qui ayent ces petits muscles.

L'Aorte, comme on l'a remarqué, passe entre les jambes du triangle *Y*, c'est-à-dire, dans l'écartement des fibres qui se croisent sous l'Oesophage. Ce vaisseau est attaché supérieurement dans son passage. Le lien est plus foible dans les jeunes Sujets que dans les Adultes. Mais si l'Oesophage peut se mouvoir en passant par le Diaphragme, l'Aorte n'a pas le même privilege, aussi n'est-il pas nécessaire qu'elle puisse monter ou descendre.

Ces ouvertures, comme on vient de le voir, sont musculeuses ; elles se présentent, pour ainsi dire, d'elles-mêmes aux yeux les moins attentifs ; cependant durant combien de siécles n'ont-elles pas échappé aux recherches des Anatomistes. Bartholin, s'il faut l'en croire, a avancé le premier que l'Oesophage ne passe point par le centre nerveux. Mais, comme l'observe Morgagni, les Figures de Veslingius représentent ce passage dans la partie charnüe du Diaphragme. Pour ce qui est de l'Aorte, Vésale avoit remarqué que c'étoit parler improprement, que de dire que le Diaphragme étoit percé par ce vaisseau. On peut dire la même chose des trous que Verheyen marque pour le passage des Nerfs intercostaux, ils ne sont qu'un écartement de fibres qui forment les deux petits piliers de chaque côté.

Une troisiéme ouverture forme un passage à la veine-cave : mais avant de la décrire, il faut donner une idée de la partie où elle se trouve, c'est-à-dire, du centre nerveux.

Un assemblage de tendons fait le tissu du centre nerveux *A*, ils marchent réünis en petits paquets, & ils se croisent les uns les autres. Dans les uns, leur direction est en lignes courbes ; dans les autres, en lignes droites. Ces petits faisceaux tendineux paroissent servir à des plans opposés de fibres musculeuses. De leur assemblage résulte une figure irréguliére ; elle

n'a rien qui approche d'un fer à cheval, mais elle ressemble plûtôt à un Cœur qui a une grande échancrure à sa base : le côté gauche Z est plus étroit que le côté droit *&*.

Le centre nerveux est composé de fibres tendineuses, comme on vient de le voir ; elles sont renfermées entre deux membranes assés fortes qui sont la suite de celles qui couvrent les fibres musculeuses.

Ce qu'il y a de plus remarquable dans ce Cœur tendineux, c'est le passage de la Veine-cave, il est placé au côté droit *a*, près de la pointe de l'angle postérieur, d'où naissent les grands piliers que nous avons décrits. Cette ouverture n'est point faite par un anneau musculeux qui puisse se resserrer ou se relâcher, il n'y a que des fibres tendineuses qui la composent. De la pointe de l'angle part une bande tendineuse *bb*, elle va de droit à gauche, & s'incline un peu vers la partie antérieure du Thorax. Une autre bande *cc* vient de derriére en avant le long du côté de cet angle, elle rencontre la bande précédente, & forme avec elle un nouvel angle. Sur les jambes de cet angle tombent d'autres fibres tendineuses *dd*, qui par leurs croisements lui donnent une espece de base circulaire. C'est dans cette espece d'angle que passe la Veine-cave ; cette veine prend dans son passage les mêmes enveloppes que l'Oesophage, mais elle est assujettie par des attaches à la pointe de l'angle *ee*. Ces attaches sont assés flottantes dans de jeunes Sujets.

C'est à ce centre ou à cet espace irrégulier que se terminent toutes les fibres musculeuses ; elles sont bornées extérieurement par les Côtes. Bartholin ne reconnoît pas ces bornes, il étend le Diaphragme jusqu'au muscle transverse; avant lui Vésale l'avoit étendu jusqu'au muscle oblique ascendant. Ces deux Anatomistes prétendent avoir observé une continuité entre ces muscles & le Diaphragme : il est vrai qu'à la partie antérieure j'ai suivi quelques fibres musculeuses qui se réünissoient aux muscles de l'Abdomen, Morgagni a trouvé quelques traces de cette continuité, mais en général on peut assûrer que le Diaphragme se termine aux côtes,

c'eſt aux cartilages que ſes fibres ſont attachées, mais elles ne s'étendent point à la partie oſſeuſe, cependant vers la partie poſtérieure du Thorax elles approchent davantage de l'articulation.

Les fibres muſculeuſes du Diaphragme ne ſe terminent pas aux côtes par des tendons qui en ſortent, comme ceux qui ſont au centre nerveux, l'extrémité des fibres charnües paroît ſeulement appliquée aux cartilages des côtes où ces fibres ſont fortement attachées; ce n'eſt qu'avec peine qu'on diſtingue quelquefois leurs bornes. C'eſt peut-être cette difficulté qui a fait croire que le Diaphragme & le muſcle tranſverſe étoient formés par des fibres continües; mais en grattant un peu avec la pointe du Scalpel, on trouve une matiére blancheâtre qui marque les bornes de ces fibres.

Voilà la deſcription du Diaphragme. Je viens à ſes uſages, qui ſont plus difficiles que la recherche de la ſtructure, ils ne ſont pas moins intéreſſants que curieux. L'Inſpiration, l'Expiration, le Hoquet, la Toux, tous ces mouvements dépendent de ſes reſſorts, ſon jeu a fort occupé les anciens Phyſiciens; mais je ne parlerai point des divers ſentiments qui ſont répandus dans une ſuite infinie de Livres : je conſulterai la ſtructure & la poſition du Diaphragme, & avec ces guides je découvrirai des uſages dont les Ecrivains ne nous ont point inſtruits.

Le Diaphragme forme une eſpece de calotte coupée obliquement. Les parties laterales de cette calotte ſont fort concaves; elles ſe collent toûjours aux ailes des Poulmons, qu'elles ſuivent dans tous leurs mouvements, leur concavité n'eſt point formée par la preſſion des viſceres de l'Abdomen. J'ai déja prouvé que la ſeule force de l'air élevoit cette voûte; ſi on en doutoit, on n'auroit qu'à percer le Diaphragme, l'air qui entreroit par cette ouverture, affaiſſeroit cette cloiſon voûtée.

C'eſt à cette même cauſe qu'on doit rapporter un phénomene dont j'ai été témoin. En ouvrant un Homme, mort d'une Pleuréſie, je trouvai le côté droit du Diaphragme extrêmement concave; il montoit preſque juſqu'à la clavicule, le

lobe droit du Foye remplissoit cette concavité sans qu'il y eût d'attache particuliére qui pût l'y fixer. Après avoir foüillé dans la Poitrine, je trouvai le lobe droit du Poulmon extrêmement petit & presque desséché. Dans ce cas quelle est la cause qui a fait du côté droit du Diaphragme une voûte si profonde? 1.° L'accroissement de la Poitrine étoit égal de chaque côté. 2.° Par quelque accident inconnu, le lobe droit du Poulmon n'avoit pû prendre le même accroissement que l'autre, par conséquent il n'a pû remplir l'espace que lui formoit l'accroissement du Thorax pour le recevoir. Or si le Diaphragme n'eût eu que sa concavité ordinaire, il y eût eu un vuide entre lui & le lobe droit du Poulmon; mais ce vuide n'a pû se former; l'air extérieur a poussé le Foye & le Diaphragme contre ce lobe; c'est par la même raison que l'air enfonceroit une membrane qui seroit placée sous le récipient de la Machine pneumatique, & qu'il colleroit cette membrane au fond si elle pouvoit le suivre, lorsqu'on retire le piston.

Les piliers ne paroissent pas aussi concaves que les poches latérales, ils s'attachent dans leur route au Médiastin, de même qu'une portion assés large du centre nerveux; il n'est donc pas possible que la partie moyenne du Diaphragme descende dans l'inspiration.

Non seulement le milieu du Diaphragme ne descend point, quand la Poitrine se remplit d'air, mais ce qui arrive aux autres muscles dans leur action, n'arrive point aux piliers, car dans la plûpart des muscles leurs extrémités se rapprochent; or dans les piliers la partie supérieure ne peut s'approcher de la partie inférieure, puisqu'elles tiennent l'une & l'autre à des attaches qui ne peuvent les suivre, la contraction des piliers trouve par conséquent un obstacle insurmontable; cependant leur structure, qui est assés singuliére, nous annonce des usages dignes de notre curiosité.

La partie supérieure des piliers se voûte; & dans la courbe qu'ils forment ils reçoivent l'Oesophage dans l'espace qu'ils laissent entr'eux. Si de chaque côté les fibres des piliers def-

cendoient en lignes droites, leur action n'eût rien produit sur l'Oesophage, elles n'auroient pû le presser en se raccourcissant, deux lignes droites tirées par leurs extrémités ne pressent point ce qui est à leurs côtés ; de plus, le haut des piliers est immobile, comme je l'ai prouvé, il ne peut donc être tiré en bas, par conséquent si les fibres des piliers descendoient en lignes droites, elles n'auroient point d'action sur l'Oesophage.

Mais l'arrangement des fibres musculeuses des piliers expose l'Oesophage à leur pression. D'abord ces fibres se croisent à leur naissance, ensuite elles se croisent par une direction toute contraire, au dessous de l'Oesophage. Ce tuyau est donc entre ces fibres qui l'étranglent, pour ainsi dire ; car dès qu'elles agissent, leur traction oblique rapproche les deux côtés des piliers, & les applique à l'Oesophage.

Voilà donc un des principaux usages des piliers, lequel dépend des fibres croisées. Il falloit que la partie moyenne du Diaphragme fût fixe ; la position du Coeur demandoit un soûtien qui ne fût pas exposé à des secousses continuelles. Ces attaches qui fixent la partie moyenne du Diaphragme, s'opposent à l'action des piliers. S'ils eussent été composés de fibres qui eussent continué leur route depuis le centre nerveux jusqu'aux vertebres sans se détourner, ils seroient inutiles à l'Oesophage. La Nature a trouvé une ressource dans le croisement des fibres ; ce croisement donne à l'Oesophage une espece de Sphincter qui oppose une digue aux matiéres renfermées dans l'Estomac, il peut arriver quelquefois dans ce Sphincter un resserrement qui arrête les matiéres qu'on avale. J'ai ouvert un Homme, qui est mort après avoir mangé avec avidité : tout l'Oesophage étoit plein jusqu'à l'orifice de l'Estomac, qui étoit vuide, de même que les intestins. Ne pourroit-on pas dire que le resserrement des fibres des piliers avoit arrêté les aliments à l'entrée du Ventricule ? Il est certain au moins que les agitations de l'Oesophage mettent souvent ces fibres en jeu ; on en trouve une preuve dans le Hoquet, qui n'est qu'une inspiration subite.

On voit en général l'uſage des croiſements des fibres des piliers, mais pourquoi ces croiſements ſont-ils multipliés? Deux plans qui ſeroient venus des deux piliers, & qui auroient paſſé l'un ſur l'autre, n'auroient-ils pas été ſuffiſants? C'eſt-là une queſtion que je propoſe. Je n'ai point trouvé de réponſe ſatisfaiſante. Je remarquerai ſeulement, 1.° Que la couche ſupérieure, c'eſt-à-dire, les deux premiers faiſceaux muſculeux qui ſe croiſent du côté de la Poitrine, peuvent embraſſer plus facilement l'Oeſophage, parce qu'ils ſont ſéparés des autres, & attachés à la membrane qui recouvre le Diaphragme. 2.° Que ces faiſceaux entrelaſſés peuvent embraſſer plus facilement l'Oeſophage, de même que nous ſerrons avec plus de facilité un corps, lorſque l'ayant entre les deux mains, nous paſſons les doigts de l'une entre les doigts de l'autre? 3.° Que tous ces divers plans croiſés nous donnent la facilité de faire agir ſéparément divers paquets de fibres? C'eſt-là ce que je propoſe, plûtôt comme un doute, que comme une réponſe qui explique l'uſage de ces croiſements.

Après le croiſement des fibres des piliers, ſuit le paſſage de l'Aorte. Je ne m'étendrai pas ſur cette ouverture. J'ai déja marqué que ce vaiſſeau étoit attaché à la pointe de l'angle que forment les piliers au deſſous de l'Oeſophage. Cet angle muſculeux & tendineux ne pourroit donc pas être en mouvement, ſans entraîner ce grand vaiſſeau, mais un tel mouvement n'eſt pas à craindre. La contraction des fibres croiſées ne peut donner que de très-légeres ſecouſſes à l'Aorte; il ne peut en réſulter qu'une légere compreſſion qui ne ſçauroit nuire au cours du ſang. Au reſte cette compreſſion n'eſt pas d'un grand ſecours pour faire marcher le chile dans le canal thoracique. Les Ecrivains qui ont trouvé une grande reſſource dans cette compreſſion, n'avoient pas ſans doute conſulté la poſition des parties : la pulſation de l'Aorte eſt bien plus efficace pour la progreſſion de cette matiére laiteuſe qui nourrit les corps, & répare leurs pertes.

Nous avons examiné les mouvements des grands piliers. Les petits, qui ſont au nombre d'un ou deux de chaque côté, n'offrent

n'offrent rien de fort ſingulier dans leurs uſages, ce ne ſont que des ouvertures qui donnent paſſage à des nerfs; ce qu'il y a de plus remarquable, c'eſt l'oubli ou la négligence des Anatomiſtes, qui n'en ont point parlé. Les arcades ſont ſur le muſcle Pſoas & ſur le quarré, elles ſont tendineuſes, & elles reçoivent ſur leur circonférence des fibres muſculeuſes qui n'auroient pû être attachées que fort irréguliérement, & qui auroient pû être dérangées plus facilement par les mouvements des deux derniéres côtes qui ſont flottantes; ces arcades leur ſervent de liens.

Les autres parties du Diaphragme offrent des phénomenes qui ne ſont pas moins difficiles que curieux. Nous avons dit que le milieu du Diaphragme ne deſcendoit point dans l'inſpiration, & qu'il avoit une ſituation fixe, il n'y a que des cas ſinguliers où ce milieu ſe trouve affaiſſé. Dans le Corps de M. le Marquis du Palais, le Cœur étoit devenu monſtrueux par ſa groſſeur, il avoit ſoûlevé les côtes par ſa pointe; la partie du Diaphragme qui le ſoûtenoit, étoit enfoncée dans l'Abdomen, & formoit une eſpece de Poche. Hors des cas extraordinaires comme celui-ci, le milieu du Diaphragme eſt toûjours voûté & immobile. Quelles ſont donc les parties qui ſont en mouvement dans la reſpiration?

Il n'y a, comme je l'ai dit, que les parties latérales poſtérieures qui ſoient en mouvement dans l'inſpiration; elles ſont comme deux poches, dont le fond deſcend & monte continuellement. Il deſcend, lorſque les fibres muſculeuſes ſe raccourciſſent par leur contraction: il remonte par l'action de l'air, qui ne pouvant s'inſinuer entre le Diaphragme & les ailes du Poulmon, les colle toûjours de telle maniére, qu'il n'y a point d'eſpace entre ce muſcle & la baſe du Poulmon. Ce que je dis du Diaphragme, doit ſe dire des Poulmons à l'égard des parois du Thorax. Les Poulmons n'abandonnent jamais ces parois, l'air les y colle toûjours. S'il y avoit un eſpace entre la ſurface des Poulmons & la Pleure, cet eſpace ſeroit vuide ou plein. Le vuide ne ſçauroit être ſuppoſé, & la plénitude d'air, ou de quelque autre matiére, nuiroit à la

respiration. Je n'ignore pas que M. Morgagni est dans des idées contraires ; mais des expériences que je rapporterai ailleurs, m'obligent de m'écarter du sentiment de ce grand Anatomiste, à qui nous devons tant de découvertes.

Ces poches sont par leur action les principaux organes de l'inspiration, cependant Wolferd Sanguerd avoit retranché le Diaphragme du nombre des muscles qui sont nécessaires pour respirer. Son sentiment n'étoit fondé que sur une Machine qui avoit quelque ressemblance avec le Thorax. Voyons cependant si le Diaphragme est d'une nécessité absolüe dans l'inspiration.

Pour que l'air entre dans les Poulmons, & qu'il les gonfle, il faut que les côtes s'éloignent ; alors par sa pesanteur seule l'air entre dans les bronches, gonfle les vésicules, c'est-à-dire, les espaces celluleux ; par ce gonflement, le Poulmon s'applique aux côtes qui le fuyent. Or les côtes peuvent s'écarter sans le secours du Diaphragme, elles ne demandent pour cet écartement que l'action des muscles intercostaux ; ces muscles ne sont point dépendants du Diaphragme dans leur jeu. Il est donc évident que l'inspiration peut s'executer sans le secours du Diaphragme ; la concavité même de cette cloison peut s'affaisser sans le secours de ses fibres musculeuses ; car, comme je l'ai prouvé, cette voûte n'est formée que par la pression de l'air : dès que les Poulmons se gonfleront, elle s'affaissera.

Ce que la Théorie nous apprend, l'expérience le confirme. J'ai ouvert un Cadavre dont le Foye étoit collé à tout le Diaphragme & aux côtes. Il est certain que dans ce cas, ce muscle ne servoit point à l'inspiration, cependant elle s'executoit, quoiqu'avec un peu de difficulté. Je pourrois rapporter ici l'observation de M. Wassenaer. Ce Médecin écrivit à Diamerbroeck, qu'il avoit ouvert un Cadavre où il n'y avoit nul vestige de Diaphragme ; le Foye seul collé aux côtes séparoit la Poitrine de l'Abdomen. Selon les apparences, cette observation est semblable à celle de ceux qui ont écrit qu'ils avoient trouvé des Coeurs sans Péricarde, ce n'étoient que des

Cœurs malades qui s'étoient collés aux sacs qui les renferment. Le Foye, dont parle Waſſenaer, étoit collé ſans doute au Diaphragme. Mais la Taupe prouve encore mieux que le Diaphragme n'eſt pas eſſentiel à la reſpiration, car elle n'a qu'un Diaphragme membraneux qui n'eſt qu'une cloiſon paſſive.

Mais pour mieux m'aſſûrer que l'inſpiration ne demande pas abſolument le concours du Diaphragme, j'ai encore eu recours à l'expérience, ſans elle nos raiſonnements ne ſont très-ſouvent que des preuves très-foibles. J'ai donc pris un Chien, & je lui ai coupé les nerfs diaphragmatiques, après cela l'inſpiration a continué, mais avec des circonſtances qui m'ont découvert un autre uſage dans le Diaphragme. J'en parlerai dans un autre endroit, & je conclurai ſeulement que l'inſpiration peut s'executer ſans le ſecours du Diaphragme.

Quoique le Poulmon puiſſe abſolument ſe gonfler ſans que le Diaphragme y contribüe, il faut avoüer que ce muſcle aide les muſcles intercoſtaux. Si ces muſcles écartent les côtes des Poulmons, d'un autre côté la convéxité des poches latérales du Diaphragme s'écartent de la partie inférieure des ailes pulmonaires. Il ſe formeroit donc un double vuide, ſi le Poulmon ne ſe rempliſſoit d'air, l'un ſeroit à côté & l'autre au bas des Poulmons. Mais l'écartement des côtes & du Diaphragme donne aux Poulmons la facilité de ſe gonfler de deux côtés ; ſans le Diaphragme, le Poulmon ne pourroit s'étendre qu'en ſuivant le mouvement des côtes ; mais lorſque la convéxité du Diaphragme s'affaiſſe, le Poulmon peut s'étendre inférieurement vers l'Abdomen.

En même temps que le Diaphragme favoriſe l'inſpiration, il paroît y apporter un obſtacle ; car nous avons prouvé que l'inſpiration ſe formoit en partie par l'écartement des côtes. Or le Diaphragme par ſon action s'oppoſe à cet écartement, puiſque ſes fibres muſculeuſes ne peuvent ſe raccourcir ſans tirer vers le centre nerveux les côtes auxquelles elles ſont attachées.

L'expérience confirme cette retraction des côtes vers le centre nerveux. Quand j'ai coupé les nerfs diaphragmatiques,

les côtes inférieures se sont jettées extraordinairement en dehors, elles formoient au bas du Thorax une vaste circonférence, en même temps le Chien respiroit avec difficulté. De-là il s'ensuit que l'action du Diaphragme est double. 1.° Elle abbaisse la concavité de ce muscle, & cet affaissement facilite la respiration. 2.° Elle retient les côtes qui seroient emportées en dehors par les muscles inspirateurs.

Quoiqu'on n'eût pas entiérement développé l'action du Diaphragme, on avoit crû que l'inspiration dépendoit de la contraction de ce muscle, Bartholin est presque le seul des Modernes qui ait suivi une opinion contraire; mais lorsqu'il a fallu déterminer quels muscles faisoient l'expiration, on a trouvé quelques difficultés, je crois cependant que dans l'action du Diaphragme on en peut trouver le dénoüement; si on examine bien la position de ses fibres, on verra qu'il est en même temps un muscle inspirateur & expirateur.

Il est certain que les fibres musculeuses antérieures ne s'affaissent point comme les poches latérales durant l'inspiration, leur position en est une preuve, elles sont attachées à des points fixes par le Médiastin, il est donc impossible qu'elles entraînent ces points vers les côtes, ce seront donc les côtes qui seront portées vers ces points fixes par l'action des fibres musculeuses antérieures. Or les côtes ne peuvent être tirées par ces fibres, qu'il n'arrive un resserrement à la Poitrine, & tout resserrement produit une expiration.

Cette expiration est sur-tout évidente dans la toux, dont on n'a point donné la cause clairement. 1.° Il est certain que dans la toux les côtes se baissent, & que la poitrine se retrecit: ce ne sont donc pas les muscles intercostaux qui agissent alors, car leur action élargit la poitrine. 2.° Le ventre se gonfle, quand on tousse: ce ne sont donc pas les muscles de l'Abdomen qui agissent alors comme on l'a crû, l'action de ces muscles doit nécessairement resserrer le ventre, il n'y a sans doute que les fibres antérieures du Diaphragme qui puissent produire ce mouvement: par-là on expliquera un phénomene fréquent dans la pratique. Lorsqu'on a toussé

violemment, on ſent une grande douleur dans la partie antérieure de la poitrine, le ſiége de cette douleur peut être dans les fibres antérieures du Diaphragme. Je parlerai dans un autre Mémoire de l'action de la Trachée-Artere dans la Toux.

Il reſte à expliquer pluſieurs phénomenes qui dépendent du Diaphragme. L'Eternüement, le Hoquet, le Ris, tous ces mouvements n'ont d'autre cauſe que la communication des nerfs qui ſe rendent à ce muſcle; mais je n'ai eu en vûë que les mouvements qui dépendent de la ſtructure muſculeuſe & de la poſition des fibres. Il ne me reſte donc à parler que du centre nerveux, qui eſt une partie paſſive dans le Diaphragme.

Les anciens Philoſophes ont demandé pourquoi le Diaphragme n'étoit pas entiérement muſculeux. Riolan a dit que le centre nerveux étoit néceſſaire pour arrêter les vapeurs qui s'élevent du bas-ventre; elles trouvent dans cet eſpace tendineux une eſpece d'éponge qui les imbibe. Il n'eſt pas étonnant que cet Anatomiſte, à qui les converſations ni les Ecrits d'Harvée n'avoient pû déſiller les yeux au ſujet de la Circulation, ait adopté un tel raiſonnement. Si l'on pouvoit pénétrer les vûës de la Nature, encore plus obſcures que ſes productions, ne pourroit-on pas dire, que ſi tout le Diaphragme eût été muſculeux, les fibres n'auroient pû ſe réünir qu'avec peine vers le milieu, elles auroient formé des paquets qui euſſent été fort preſſés, & leur preſſion eût été un obſtacle au jeu du Diaphragme; mais par une figure irréguliére, la Nature a menagé à ces fibres une circonférence plus étendüe: cette circonférence préſente plus de points aux paquets muſculeux pour les recevoir, que ſi elle avoit été réguliére.

Tel eſt l'avantage que nous trouvons dans cette partie, qui eſt preſque dans l'inaction; tandis que les parties qui l'environnent ſont dans un mouvement continuel, elle n'eſt ébranlée que très-foiblement par les efforts de la reſpiration, ſon milieu eſt entiérement immobile. Cette poſition ſtable donne au Foye une attache fixe, il eſt lié aſſés fortement au centre tendineux près de la veine-cave, & par-là on peut juger ſi

le Foye descend comme l'on se l'est imaginé, quand le ventre s'affaisse. On a crû que dans la Paracenthese le Foye descendoit & entraînoit le Diaphragme, mais le point fixe qui suspend le Foye, ne peut descendre. Dans le Cadavre, quoiqu'on tire le Foye en bas, on n'ébranle pas le Diaphragme, le Foye lui-même ne descend point, quoiqu'on enleve les intestins, on remarque seulement que le lobe gauche se baisse un peu, mais cet affaissement n'entraîne point le Diaphragme; il faut donc chercher une autre cause à la défaillance qui arrive dans cette opération, lorsque l'écoulement des eaux se fait tout de suite. Voici une explication plus naturelle de ce phénomene. L'eau qui remplit le bas-ventre dans l'Hydropisie, comprime l'Aorte & ses ramifications, le sang ne peut donc y entrer avec la même facilité que lorsqu'il n'y a point d'eau dans l'Abdomen ; son cours étant plus difficile à cause de l'enflure, il se porte vers la tête en plus grande quantité. De-là viennent les Hémorragies auxquelles les Hydropiques sont sujets ; mais lorsque l'eau sort du bas-ventre après la ponction, l'Aorte n'est plus pressée ; le sang peut donc y rentrer avec moins de difficulté, il y entre par conséquent en plus grande abondance. Or il ne peut entrer dans ces arteres en plus grande abondance qu'il ne se détourne de la tête, le cerveau sera donc moins pressé, il aura moins de mouvement; il envoyera moins de suc nerveux dans le reste du corps; c'est ce défaut de suc nerveux qui sera la cause de la défaillance dans la Paracenthese. Je ne donne point cette explication comme une nouvelle idée, je veux seulement l'opposer au sentiment de ceux qui attribüent cette défaillance à la descente du Foye. C'étoit l'opinion de Galien & de Duret, elle ne méritoit pas d'être renouvellée.



le Plan superieur qui croise le Plan inferieur EE.

OBSERVATIONS PHYSIQUES ET ANATOMIQUES

Sur plusieurs especes de Salamandres qui se trouvent aux environs de Paris.

Par M. DU FAY.

LE Mémoire que M. de Maupertuis lut l'année derniére à l'Académie sur les Salamandres, a excité ma curiosité, & j'ai tâché de connoître par moi-même, & avec le plus d'exactitude qu'il m'a été possible, un Animal qui a de tout temps inspiré de l'horreur par le venin redoutable qu'on lui attribuoit, & une espece d'admiration par la propriété singuliére qu'on lui croyoit, de vivre dans le feu. L'examen qu'en a fait M. de Maupertuis, a fait disparoître tout ce merveilleux. Ce n'est plus cet Animal dangereux, de la morsure duquel on ne pouvoit guérir, c'est l'Animal du monde le plus timide, le plus patient, & le plus incapable de mordre. Il ne vit plus dans les flammes, mais lorsqu'on l'approche du feu, ou simplement qu'on le touche un peu rudement, il contracte subitement sa peau par les pores de laquelle il sort une liqueur blanche, visqueuse, capable seulement de noircir quelques charbons médiocrement allumés, & de faciliter le passage à la Salamandre qui sort du feu, & fuit avec toute la vîtesse dont elle est capable.

16 Juillet 1729.

M. de Maupertuis s'est particuliérement attaché aux Salamandres terrestres de Bretagne ; pour moi je n'ai examiné que celles des environs de Paris, & sur-tout les Aquatiques, & l'entreprise étoit moins dangereuse, car la plûpart des Auteurs qui ont écrit sur la Salamandre, assûrent que le venin de la Salamandre aquatique n'est pas aussi à craindre que celui de la terrestre.

J'ai parlé de cette distinction, de Terrestres & d'Aquatiques, pour m'accommoder au langage des Auteurs, toutes celles que j'ai vûës étant réellement amphybies, & ne pouvant être appellées Aquatiques que parce qu'il s'en trouve un plus grand nombre dans l'eau que sur terre, car celles que j'ai prises dans l'eau sont devenües terrestres, lorsque je les ai ôtées de l'eau, & quelques-unes que j'ai trouvées sur terre, ont vêcu dans l'eau, lorsque je les y ai mises, mais les unes & les autres m'ont paru aimer mieux la terre, soit qu'en effet elles y soient mieux que dans l'eau, soit que l'eau où je les mettois ne leur convînt pas autant que celle où je les avois trouvées. Je ne nie pas cependant qu'il ne puisse s'en trouver en d'autres endroits, qui soient uniquement terrestres; mais celles-là ne sont point l'objet de mes recherches, n'en ayant point trouvées aux environs de Paris.

Je ne m'arrêterai donc point aux distinctions qu'en ont faites les Auteurs qui tous les ont rangées sous les deux classes générales de Terrestres & d'Aquatiques, & dont la plûpart ont confondu ensemble plusieurs especes, ou les ont distinguées mal-à-propos, ou même ont donné comme générales des especes particuliéres à certains Pays. Je n'entreprends pas non plus de combattre aucun de ces Auteurs, ni de faire une histoire complette des Salamandres, mais je me renferme dans les bornes de ce que j'ai pû connoître par moi-même, & je vais décrire, le plus exactement qu'il me sera possible, les différentes especes que j'ai trouvées dans plusieurs campagnes des environs de Paris; & ce qui me fait présumer qu'elles sont communes à tout le Pays, c'est que dans chacun de ces endroits j'en ai trouvées de chacune, avec cette différence qu'en certains endroits & en certain temps il y avoit des especes qui se trouvoient plus fréquemment que d'autres.

Il est assés difficile de statuer de combien d'especes on trouve de ces Salamandres, car le sexe & l'âge font de grandes variétés dans la même, & pendant presque toute l'année on en trouve de tous les âges; cependant en ayant examiné avec soin plus de deux cens, prises en divers endroits & en différents

différents temps de l'année, je crois pouvoir les réduire à trois espèces, dans chacune desquelles le mâle est différent de la femelle. Je vais décrire par ordre ces différences, & je rapporterai ensuite les changements qui leur arrivent dans les différents âges, & qui sont communs au mâle & à la femelle dans chaque espece.

La premiére est celle que j'appellerai la *grosse Salamandre noire*. Elle est longue d'environ cinq pouces; elle a, comme l'on sçait, la forme d'un Lézard, si ce n'est que le corps est plus gros, & que la queüe est platte; sa peau n'est point écailleuse comme celle du Lézard, mais remplie de petits tubercules & comme chagrinée; elle est brune sur le dos & jaune sous le ventre, & est toute parsemée de taches noires rondes d'environ une ligne de diametre; ces taches sont peu apparentes sur le dos, mais très-distinctes sur le ventre, à cause de son jaune orangé. Tout le long du corps de l'Animal, vers les côtés, & sur-tout proche de la tête, les petits grains qui forment la tissure de la peau sont blancs pour la plûpart, il y en a même quelques-uns jusques vers l'origine de la queüe. La tête est platte & large comme celle de la Grenoüille, la gueule est fort grande, les yeux assés gros & saillants; on voit au dessus de la mâchoire supérieure deux très-petites ouvertures, qui sont les narines. Les pattes sont brunes par dessus, & jaunes par dessous, & parsemées de taches noires comme le reste du corps; celles de devant n'ont que quatre doigts, mais celles de derriére en ont cinq. La queüe, qui est environ longue comme la moitié du corps, ressemble à celle du Têtard, si ce n'est qu'elle est plus grosse & plus charnüe. On ne peut pas facilement distinguer le sexe par les parties extérieures de la génération, elles sont pareilles dans l'un & l'autre, & à l'inspection on les jugeroit toutes femelles, mais il y a dans d'autres parties du corps deux marques très-sensibles qui distinguent les mâles, la plûpart des Auteurs les ont prises pour des marques caractéristiques d'especes différentes, & cela en a multiplié le nombre beaucoup plus qu'il ne doit l'être. Les mâles de cette espece ont sur le

dos une peau large de deux lignes ou environ, dentelée comme une scie, qui prend son origine vers le milieu de la tête entre les deux yeux, & se termine à l'extrémité de la queüe; elle est plus étroite, & rarement dentelée le long de la queüe, mais elle élargit tellement la queüe, que les mâles paroissent l'avoir de moitié plus large que les femelles. Cette membrane se retrécit considérablement, & devient presque à rien vers l'origine de la queüe, ce qui lui fait une espece d'interruption, après laquelle elle redevient aussi élevée qu'elle l'étoit sur le dos.

L'autre marque qui désigne les mâles, est une bande argentine qui est de chaque côté de la queüe, elle a environ trois lignes de largeur à l'origine de la queüe, & va en diminuant jusqu'au bout. Cette bande est moins marquée, lorsque les Salamandres sont jeunes, mais elle devient plus sensible au bout de quelque temps, elle ne se trouve jamais que dans les mâles, non plus que la membrane dentelée dont je viens de parler *(Fig. 1.)*

La seconde espece de Salamandre n'est différente de la premiére que par la grosseur, elle est du reste presque entiérement semblable, & il y a dans celle-ci les mêmes différences qui caractérisent le mâle; je pensois d'abord que c'étoit la même espece, & que c'étoit l'âge seul qui les rendoit de grosseur différente; mais comme dans tous les temps de l'année j'en ai trouvé de cette petite espece, & que je n'en ai point trouvé dans l'état moyen qui devoit être le passage de l'une à l'autre, je me suis déterminé à la regarder comme la seconde espece, que j'appelle la *petite Salamandre noire.*

La troisiéme espece est à peu-près de la grosseur de la seconde, & les différences entre le mâle & la femelle sont aussi considérables que dans les deux premiéres. Le mâle a environ trois pouces de long, il est jaunâtre comme les Grenoüilles ordinaires, & quelquefois brun Le corps est parsemé de taches rondes très-noires, & beaucoup plus distinctes que dans les autres especes. Sur la tête, au lieu de taches rondes, ce sont des bandes qui partent du col, & vont se réünir vers

le bout du nés. Le long du dos & de la queüe est la petite crête dentelée, qui est aussi parsemée de taches noires; les découpures en sont moins profondes que dans les mâles des autres especes, & la membrane est moins large. La bande argentée, qui dans les deux autres especes est au milieu de la queüe, est dans celle-ci tout le long de la partie inférieure, elle ne se trouve qu'aux mâles, & ne paroît point lorsqu'ils sont fort jeunes.

La femelle est d'un jaune plus pâle, la couleur est plus égale, & il n'y a point de taches sur le dos; la crête dentelée ne s'y trouve point non plus que dans les autres femelles, & le dos est assés ordinairement plat, quoique l'épine du dos fasse quelquefois une petite éminence, lorsqu'elles commencent à maigrir.

Ces trois especes sont assés différentes entr'elles pour qu'on ne puisse pas les confondre, ni même prendre le mâle pour la femelle; mais il y a des variétés considérables, dont quelques-unes sont ordinaires à toutes les especes, & dépendent de l'âge de l'Animal, & d'autres sont particuliéres à quelques Salamandres, ce qui ne doit pas faire pour cela une espece particuliére, mais qu'on doit regarder comme les taches que le hazard fait rencontrer sur la peau de différents Animaux.

La couleur des Salamandres en général est moins brune lorsqu'elles sont jeunes, & les taches sont mieux marquées, & même celles de la troisiéme espece sont d'un jaune fort clair, lorsqu'elles viennent de naître, & insensiblement elles brunissent un peu. Il leur arrive un changement si singulier, qu'il n'a encore été observé que dans un seul Animal, qui est le Têtard, encore n'en a-t-on donné jusqu'à présent aucun détail exact. Mais j'ai appris que M. Duverney en avoit fait un travail particulier, ce qui m'a fait abandonner toutes les idées que j'aurois pû avoir sur cela, persuadé que rien ne lui aura échappé sur une matiére qui a fait l'objet de son étude, & ainsi je me restreindrai à parler du changement qui arrive à la Salamandre.

Je trouvai au Printemps de l'année derniére quelques petites

Salamandres qui avoient vers l'endroit où sont les oüyes dans les Poissons, des petites houppes frangées qui se tenoient droites dans l'eau, & ressembloient à des oreilles assés longues: je n'en trouvai d'abord qu'à de petites Salamandres, mais quelque temps après j'en vis de longues d'environ trois pouces qui en avoient aussi, & il s'en rencontra dans un bassin qui est dans une avenuë de Maisons, une assés grande quantité pour que je pusse avoir la commodité de les examiner avec soin. Je fus fort surpris de voir qu'elles avoient des oüyes comme les Poissons, ce que je n'avois jamais remarqué dans aucun de ces Animaux, & qui ne se trouve, à ce que je crois, dans aucun des Auteurs qui en ont parlé. On voit deux paneaux très minces qui s'appliquent exactement sur les oüyes, lorsqu'elles sont hors de l'eau, ensorte qu'on a peine à les appercevoir. La seconde Figure représente cette Salamandre dans son état naturel. La troisiéme Figure est une Salamandre pareille, à laquelle j'ai fendu la peau qui joint les deux paneaux des oüyes, l'un des côtés est relevé & retenu avec une épingle; on voit en cet état quatre petites côtes dentelées qui s'écartent les unes des autres à cause de la situation forcée du paneau. Ces côtes sont en forme de demi-anneaux, & répondent toutes à la même cavité, ensorte qu'on peut passer entre chacune d'elles une petite sonde qui va sortir par l'autre côté; on la peut aussi passer par dessous chacune de ces côtes, ce qui fait voir qu'il n'y a nulle cloison entr'elles. Ce sont ces côtes auxquelles sont attachées les houppes frangées; l'arrête ou le milieu de chacune d'elles se termine en une espece de plume dont la tige est assés solide, & est revêtüe des deux côtés d'une frange, très-semblable à celle d'une plume; ces trois ou quatre plumes sortent de dessous la partie supérieure du paneau, en regardant l'Animal par dessus le dos; & comme elles sortent toutes par le même endroit, elles semblent tenir ensemble, mais en les examinant avec attention, on voit que chacune d'elles a son origine à l'extrémité d'une de ces côtes ou anneaux cartilagineux dont je viens de parler. Ces côtes vûës à la Loupe, sont telles qu'on les

voit *(Fig. 4.)* & les houppes comme dans la Figure 5.

Ayant gardé pendant quinze jours dans l'eau plusieurs de ces Salamandres panachées, & que je croyois alors être une espece particuliére, je trouvai que quelques-unes avoient entiérement perdu leurs panaches, & que d'autres les avoient tellement diminuées, qu'il n'en paroissoit plus que la tige, elles avoient toûjours cependant la tête un peu plus détachée du corps que les Salamandres ordinaires. Voulant soûlever les paneaux pour voir les quatre côtes dont j'ai parlé, ce que je faisois d'abord avec beaucoup de facilité, je trouvai qu'ils étoient presque entiérement appliqués à la peau qu'ils couvroient alors, & qu'il n'étoit demeuré qu'une très-petite ouverture; quelques jours après, cette ouverture étoit entiérement fermée, j'en disséquai une alors, je ne trouvai plus ces paneaux distincts que j'avois vûs dans les autres, & dans la même, trois semaines auparavant, ils faisoient corps avec la peau, les côtes dont ils ne se séparoient plus qu'avec peine & à l'aide du scalpel, étoient jointes ensemble par une membrane cartilagineuse presque aussi épaisse qu'elles, mais beaucoup plus molle, & qui se coupoit plus facilement.

Il m'a paru qu'à mesure que leurs paneaux se fermoient, elles faisoient plus d'efforts pour sortir de l'eau; peut-être perdant insensiblement les oüyes de Poisson, cet élément leur devenoit il moins propre? elles y vivoient cependant, & j'en ai conservées dans l'eau pendant plusieurs mois après la perte de leurs oüyes, mais elles faisoient assés souvent effort pour en sortir; il est vrai aussi que dès le temps qu'elles étoient panachées, & qu'elles avoient leurs oüyes, elles paroissoient avoir plus d'inclination à demeurer sur terre qu'à rentrer dans l'eau, lorsque je les en avois tirées, ce qui vient sans doute de ce que l'eau dans laquelle je les mettois n'étoit pas autant de leur goût que celle dans laquelle je les avois trouvées.

Il arrive à toutes les Salamandres qui sont dans l'eau, de quelque âge & de quelque espece qu'elles soient, une chose que je crois particuliére à ce seul Animal; elles changent de peau pendant le Printemps, & l'Eté tous les quatre ou cinq

jours au moins, elles s'aident des pattes & de la gueule pour s'en dépoüiller, & l'on trouve quelquefois ces peaux entiéres nageantes dans l'eau; l'Hyver elles n'en changent qu'environ tous les quinze jours. Cette peau est très-mince, j'en ai étendu quelques-unes avec assés de difficulté sur un verre plan pour les regarder au Microscope; elles m'ont paru fort transparentes, & toutes formées de très-petites écailles, qui pourroient bien être les enveloppes applaties des mammelons ou tubercules du cuir. J'ai vû arriver un accident à quelques-unes à l'occasion de ce changement de peau; il leur restoit à l'une des pattes une portion de cette peau qu'elles ne pouvoient dépoüiller entiérement, & qui se corrompoit, & leur pourrissoit la patte, ensorte qu'elle leur tomboit en entier, elles n'en mourroient pas pour cela, & j'en ai conservées très-long-temps après cette perte: elles perdent bien plus ordinairement de la même façon quelqu'un de leurs doigts, & ces sortes d'accidents leur arrivent plus souvent aux pattes de devant qu'à celles de derriére.

J'ai vû quatre ou cinq fois sortir du corps de quelques-uns de ces Animaux par l'anus, un corps rond d'environ une ligne de diametre, & long à peu près comme le corps de la Salamandre, elles étoient un jour entier à s'en délivrer tout à fait, quoiqu'elles fissent souvent des efforts pour le tirer avec les pattes & avec la gueule. J'ai pris un de ces corps que j'ai lavé, il étoit rempli d'une eau bourbeuse que j'ai fait sortir par un trou que j'ai été obligé de faire à la membrane qui la contenoit; j'ai étendu cette membrane sur un verre, elle étoit telle qu'on la voit (*Fig. 6.*) Etant vûë au Microscope, elle étoit parsemée de petits trous ronds disposés très reguliérement: l'un des bouts contenoit un petit os pointu assés dur qu'elle entouroit, & auquel elle étoit adhérante; l'autre bout, qui se terminoit en pointe, laissoit voir à l'œil deux petits bouquets de poil fort long qui sortoient par deux petits trous voisins l'un de l'autre; ces poils vûs au Microscope, étoient revetus de petites franges semblables aux plumes d'Autruche. Je n'ai pas pû découvrir ce que c'étoit

que ce corps, ni quel étoit son usage, n'ayant fait cette observation que quatre ou cinq fois seulement, & les Salamandres s'étant très bien portées devant & après cette évacuation, j'ai seulement conjecturé que ce pouvoit être le dépoüillement de quelque membrane intérieure qui ne se fait que très rarement.

Elles font leurs œufs dans les mois d'Avril & de Mai. Il y en a ordinairement une vingtaine qui forment deux colomnes jointes ensemble & semblables à deux filets de grains de chapelet. Cet assemblage est formé par une matiére visqueuse assés solide qui paroît contenuë dans une membrane déliée, car elle ne s'attache point aux doigts. Elles se délivrent de leurs œufs de la même maniére qu'elles font du corps dont je viens de parler, & à mesure qu'ils sortent ils demeurent collés au-dessous de la queuë. Je n'ai vû sortir les œufs de cette maniére qu'aux Salamandres de la troisiéme espece, & j'ai remarqué que les autres les font différemment; car dans les vaisseaux où j'en ai conservés, j'ai souvent trouvé des œufs séparés les uns des autres, & dont la forme est si réguliérement arrondie, qu'ils paroissent n'avoir jamais été joints.

Je n'ai jamais vû éclorre aucun de ces œufs, quoique j'en aye mis dans différentes eaux, à divers degrés de chaleur, & même sur terre; je n'en ai jamais trouvé non plus qui ne fissent que d'éclorre, elles sont sans doute si petites alors, qu'elles échappent aux filets & même à la vûë. Je n'en ai point vû faire ses petits vivants, ce que Wrsbanius dit avoir vû, & que M. de Maupertuis a aussi remarqué, ayant trouvé des petits tout formés dans une Salamandre terrestre qu'il a disséquée ; il est vrai que la même avoit aussi des œufs adhérants à l'ovaire, ce qui fait qu'on peut regarder cet Animal comme ovipare & vivipare. On pourroit présumer que les terrestres seroient vivipares, & les aquatiques ovipares ; mais s'il est vrai qu'il y en a qu'on ne peut ranger dans une de ces classes, à l'exclusion de l'autre, telles que sont toutes celles qui m'ont passé par les mains, qui sont

réellement amphybies, ne seroit-il pas permis de conjecturer que dans l'eau elles sont ovipares, & que sur terre elles font leurs petits vivants? Si la conjecture est hardie, ne le seroit-il pas encore plus d'assûrer que cela ne peut pas être? Quoiqu'il en soit, l'expérience pourra nous en instruire quelque jour, & confirmer une idée que je ne donne que comme la plus légere conjecture. Avant de passer à la dissection de la Salamandre, voici encore quelques observations générales qu'il est bon de rapporter.

Lorsqu'elles sont dans l'eau, elles viennent souvent à la surface pour respirer, elles expirent aussi souvent l'air du fonds de l'eau, & quelquefois elles accompagnent cette expiration d'un petit cri. Il y a peu d'Animaux aussi sobres que la Salamandre; j'en ai conservées plus de six mois sans manger, parce que je ne sçavois absolument que leur donner. Je leur ai vû manger quelques Mouches à demi-mortes, qu'elles ont bien de la peine à mâcher, encore n'y en avoit-il que quelques-unes qui en voulussent; j'en ai vû manger cinq de suite à la même, mais elles s'en passoient à merveilles lorsque je ne leur en donnois point. Je leur ai donné ce Printemps du fray de Grenoüille, qu'elles aiment assés; ce n'étoit pas du fray de Grenoüille ordinaire, mais de celui qui se trouve en espece de longs filets, dont les grains sont fort noirs & petits, & la liqueur visqueuse qui les entoure est extrêmement transparente. C'est de ce fray que naissent des petits Têtards noirs auxquels je vis l'année derniére venir les pattes, quoiqu'ils ne fussent pas plus gros que des Lentilles; elles mangent de ce fray, mais sans avidité; elles mangent aussi quelquefois de la Plante appellée *Lenticula aquatica.* Voilà les seules choses dont je me sois apperçû qu'elles se nourrissoient.

Le grand froid qu'il a fait cet Hiver, m'a donné lieu de faire une observation à laquelle je ne me serois pas attendu. Le 6 Janvier, dix-huit grosses Salamandres que j'avois dans l'eau depuis deux mois, gelerent pendant la nuit; je les trouvai presque toutes engagées dans la glace & sans mouvement; je rompis la glace, & j'approchai du feu le vaisseau où elles étoient,

étoient ; elles commencerent à remuer un peu, & devinrent au bout d'une demi-heure aussi vives qu'elles étoient auparavant ; parmi celles-là il y en avoit une qui depuis qu'on l'avoit pêchée, avoit une playe au dessous de la patte de devant, par laquelle il sortoit d'abord un lobe des sacs graisseux, ce lobe se détacha peu-à-peu, la playe s'aggrandit, & une partie des intestins en sortoit lorsqu'elle fut gelée comme les autres ; elle n'en a pas été plus incommodée pour cela, & a encore vêcu un mois depuis. J'ai remarqué qu'à mesure que l'eau se dégeloit, elles expiroient toutes beaucoup plus d'air qu'à l'ordinaire, elles avoient apparemment rempli leurs sacs pulmonaires le plus qu'elles avoient pû, lorsque l'eau avoit commencé à se geler. Voulant voir ensuite ce qui arriveroit en poussant l'expérience plus loin, j'en mis une seule dans un vase rempli d'eau, que j'exposai à la gelée, elle demeura trente-six heures dans la glace, ensorte que s'étant retirée dans le milieu, elle en avoit environ l'épaisseur de deux pouces tout autour d'elle ; on remarquoit seulement dans l'espace qui l'environnoit, un peu d'eau qui pouvoit occuper à peu-près la place d'une petite Feve, & une petite bulle d'air des trois quarts moins grosse : je coupai la glace par le milieu, & je trouvai qu'elle s'étoit conservée un espace de la grosseur d'un petit œuf dans lequel elle étoit toute pliée, & qu'il y avoit un canal de la grosseur d'un crin de Cheval qui communiquoit à l'air extérieur en traversant la glace, & venant aboutir à la surface supérieure. La Salamandre étoit très-engourdie, & ne pouvoit se déplier ; je la mis dans l'eau froide, où elle s'étendit peu-à-peu, & au bout d'une heure elle étoit aussi vive que les autres. Tant d'Auteurs qui ont écrit que la Salamandre vit dans le feu, seroient bien surpris de voir que non seulement le fait qu'ils ont avancé est faux, mais qu'au contraire elle vit réellement assés long-temps dans la glace ; je dis assés long-temps, car elles n'y vivent pas toûjours, & la longue durée de la gelée me fournissoit une trop belle occasion de pousser l'expérience jusqu'où elle pouvoit aller pour ne pas en profiter. J'en mis une autre dans un pareil

vaiſſeau pendant ſept jours & ſept nuits, exposée à la plus forte gelée, mais l'eau gela ſi bien, qu'il ne reſta aucun eſpace autour de la Salamandre, ni de communication avec l'air extérieur, & je la trouvai morte; je crois cependant que ce n'eſt pas le temps qu'elle demeura dans la glace qui la fit mourir, car j'ai appris depuis de pluſieurs perſonnes, que l'on avoit trouvé en Été des Grenoüilles dans des morceaux de glace qui avoient été conſervés dans les Glaciéres, ainſi il y a apparence que la Salamandre y auroit vêcu de même, mais le froid augmentant toûjours, l'eau ſe gela toute entiére, la communication avec l'air extérieur ſe ferma, & la glace ſe dilatant de plus en plus, la Salamandre fut plûtôt écraſée & étouffée qu'elle ne mourut de froid.

Quoiqu'elles ayent la vie très-dure, il y a une façon de les faire mourir en très-peu de temps, elle eſt rapportée dans Wrſbanlus, & j'ai expérimenté qu'elle étoit vraye. J'ai jetté ſur une des plus groſſes Salamandres du Sel en poudre, elle a d'abord tâché de ſe ſauver, mais ne le pouvant pas, elle a fait divers mouvements à droite & à gauche, & a exprimé par toutes les parties de ſon corps, & ſur-tout le long de la queüe, de ce ſuc laiteux qui leur couvre tout le corps, lorſqu'elles ont peur, ou qu'elles ſouffrent; ſes mouvements ont redoublé, peu après elle s'eſt roulée pendant environ une minute ſur le dos & ſur le ventre, & enfin eſt demeurée ſans mouvement & ſans vie environ trois minutes après que j'ai eu mis le Sel.

Nous allons préſentement paſſer à l'examen anatomique des parties intérieures de la Salamandre. Je ne prétends pas faire un détail exact de toutes ſes parties, mais je rapporterai ſeulement ce qui m'a paru ſingulier & différent de ce que la plûpart des Auteurs ont écrit de ces ſortes d'Animaux. On peut regarder comme épiderme la pellicule dont elles ſe dépoüillent tous les quatre ou cinq jours. Si l'on diſſéque la Salamandre, lorſqu'elle vient de s'en dépoüiller, il eſt impoſſible d'en détacher une autre, mais ſi elle eſt prête à la quitter, elle s'enleve très-facilement. Cette peau étant vûë au

Microſcope, paroît, comme je l'ai déja remarqué, n'être qu'un tiſſu de très-petites écailles, ou plûtôt l'enveloppe des mammelons du cuir; au deſſous de cette peau on trouve le cuir, qui eſt tout parſemé de petits grains comme du Chagrin, il eſt aſſés ſolide, & on le détache des muſcles auxquels il eſt adhérent par des fibres lâches. Il y a au bas-ventre trois muſcles très-diſtincts; l'un droit, avec des digitations, couvre la région antérieure, & les deux autres obliques, en ſens contraire, font les parties latérales. Ayant détaché ces muſcles, on trouve le péritoine, qui eſt tout parſemé de points noirs, il eſt adhérent au foye par un petit ligament qui deſcend en ligne droite tout le long du foye. Le péricarde ſemble être formé par une continuité du péritoine, qui eſt plus parſemé de points noirs que le reſte. Le cœur eſt au deſſus du foye, & appliqué immédiatement ſur l'œſophage. Le foye eſt très-grand, & ſéparé en deux lobes; ſous le lobe droit eſt la véſicule du fiel qui n'eſt attachée que par ſon canal, elle eſt tranſparente & remplie d'une liqueur verdâtre. Au deſſous du foye on voit quelques replis des inteſtins, les ſacs graiſſeux qui ſont d'un jaune orangé, & les ovaires dans les femelles. Dans l'hypogaſtre on trouve la veſſie qui eſt adhérente au péritoine par un petit vaiſſeau qui pourroit bien être l'ouraque; ſi on la ſouffle par l'anus, ou le canal commun, on voit qu'elle eſt en forme de cœur. Il y a auſſi aux deux côtés du foye, & le long des ſacs graiſſeux, deux eſpeces de ſacs ou veſſies remplies d'air, très-minces, longues, & finiſſant en pointe. Voilà toutes les parties qui paroiſſent, lorſqu'on a ouvert la capacité du ventre. Voici maintenant celles qui ſont plus cachées. Le foye étant ôté, & les inteſtins détachés depuis l'œſophage juſques ſous la veſſie, l'ayant alors coupé ou éloigné de ſa place, on ôtera les ſacs graiſſeux qui ſont communs au mâle & à la femelle, il ſera facile de les arracher; on verra qu'ils ſont ſéparés en pluſieurs lobes, & entourés d'une membrane très-déliée, parſemée de vaiſſeaux ſanguins qui les attachent aux ovaires & aux trompes dans les femelles, & aux enveloppes des teſticules

& du canal déférent dans les mâles. Pour ſuivre d'abord l'anatomie du mâle, nous remarquerons qu'il y a le long de l'épine depuis environ le tiers de ſa longueur à commencer par le col juſqu'au canal commun, deux petits tuyaux blancs que j'appelle *canaux déférents*, qui ſont pluſieurs plis & replis, & qui ſe terminent en devenant à rien par leur partie ſupérieure dans la membrane qui les attache, & aboutiſſent vers l'anus à l'extrémité d'un petit faiſceau de filets blancs qu'on peut regarder comme les véſicules ſéminales; ce petit faiſceau remonte le long du canal déférent & des reins, & a environ ſix à ſept lignes de long.

J'ai trouvé beaucoup de variété dans les teſticules de cet Animal; le plus ſouvent il n'y en a que deux qui ſont d'un blanc jaunâtre, de la forme d'une petite Feve, aſſés longs, & ayant chacun une eſpece de petite glande plus blanche & preſque tranſparente, appliquée ſur leur partie ſupérieure, enſorte qu'elle ſemble ne faire qu'un corps avec le teſticule, & qu'elle n'en eſt diſtinguée que par la couleur; quelquefois les teſticules ſont en forme de poire aſſés irréguliére, & dont la pointe eſt tournée vers lé bas; aſſés ſouvent ils ſont joints l'un à l'autre par une eſpece de petit corps glanduleux qui paroît être de même ſubſtance qu'eux; quelquefois on en trouve diſtinctement quatre, dont les deux inférieurs ſont plus petits que les ſupérieurs, ils ſont en ce cas-là plus irréguliers, leur ſurface eſt raboteuſe & inégale, & il ne ſe trouve point alors cette glande qui dans quelques autres cas joint le droit au gauche. J'avoüe que quoique j'aye diſſéqué un grand nombre de ces Animaux, je n'ai pû trouver aucune raiſon de ces variétés, il ne m'a pas même paru que l'âge y fît rien, & j'ai trouvé la même irrégularité dans les différents âges & dans les différentes eſpeces.

La partie ſupérieure de chaque teſticule eſt attachée au ſac pulmonaire vers le milieu de ſa longueur par un petit vaiſſeau ligamenteux, ou plûtôt ce petit vaiſſeau ne fait que paſſer dans la membrane qui attache le ſac pulmonaire, & va ſe perdre dans la même membrane proche du canal déférent

qu'elle enveloppe aussi ; il y a apparence que c'est ce vaisseau qui sert à conduire la semence dans le canal déférent, car c'est la seule communication qu'il paroisse y avoir du testicule à ce canal dans toute sa longueur. Avant de suivre le canal déférent jusqu'à l'endroit où il se termine vers l'anus, j'observerai que l'on trouve dans les mâles deux corps charnus plats qui sont arrondis par leur partie supérieure, & se terminent en pointe au col de la vessie, ils sont enveloppés dans un des plis du péritoine, & sont immédiatement appliqués sur la vessie, tels qu'on les voit en *A (Fig. 7.)* leur substance est molle & grasse, & ils se vont terminer au dessous du pubis, qu'il faut couper pour les suivre jusqu'à leur extrémité, qui va se confondre dans l'insertion commune du rectum, de la vessie & des canaux déférents. L'extrémité de chacun de ces canaux se termine, comme nous venons de le dire, dans une espece de faisceau de petits vaisseaux blancs, longs de huit à neuf lignes, qui s'étendent le long des reins, & semblent servir de vésicules séminales, car ils sont remplis d'une liqueur blancheâtre, semblable à celle qui est dans le canal ; ils sont tous joints ensemble par une membrane qui les enveloppe, & ils se terminent aussi-bien que les reins dans l'insertion commune dont nous venons de parler. A l'extrémité de cette insertion est un corps cartilagineux, long d'environ deux lignes, il est en forme de mitre, dont la pointe est en haut, & selon toutes les apparences il tient lieu de verge dans cet Animal, car il est vrai-semblable que la Salamandre s'accouple réellement, quoique je ne l'aye jamais vû, malgré le long-temps que j'en ai gardées, & les fréquentes observations que j'ai faites ; mais ce qui doit déterminer en faveur de l'accouplement, c'est que les Salamandres sont vivipares. Wrfbanius rapporte qu'il en a vû une faire trente-quatre petits tous vivants, & M. de Maupertuis m'en a donné une dans laquelle on voit plusieurs petits très-bien formés dans une des trompes. Si l'on vouloit faire une distinction, & dire que les terrestres sont vivipares, & par conséquent se doivent accoupler, mais que les aquatiques sont ovipares &

frayent seulement à la maniére des Poissons, je répondrois que les organes paroissent les mêmes dans les unes & dans les autres, & qu'ainsi il y a apparence que la génération se doit faire de la même maniére.

On trouve dans les parties intérieures de la femelle des différences très-sensibles, & les organes plus distincts. En ouvrant la capacité du ventre, on découvre les ovaires & les sacs graisseux disposés à peu-près de la maniére qu'on les voit *(Fig. 8.)* il faut ôter les sacs graisseux pour voir avec plus de facilité les ovaires avec leurs attaches; les sacs graisseux sont comme dans le mâle attachés par une membrane déliée, parsemée de petits vaisseaux sanguins : lorsqu'on les a enlevés, on voit que les ovaires sont composés de plusieurs lobes renfermés par une même membrane qui les sépare entr'eux, & les attache tous aux sacs graisseux, aux trompes & aux sacs pulmonaires, vers le même endroit où les testicules paroissent y être attachés dans les mâles; cette membrane est toute parsemée de vaisseaux sanguins qui se partagent en très-petites branches sur toute la surface des ovaires. Les œufs ne sont point flottants dans la capacité de l'ovaire, mais ils y adherent intérieurement, ensorte que faisant un trou à la membrane de l'ovaire, & soufflant par ce trou, elle paroît n'être qu'un tissu d'œufs; il y a apparence que ces œufs se détachent & tombent dans la capacité de l'ovaire pour passer de là dans la trompe, mais je n'en ai jamais trouvées dans cet état-là, & je les ai toûjours vûs adhérents à la membrane.

Lorsqu'on a enlevé les ovaires, on découvre les trompes qui sont longues à peu près comme tout le corps de l'Animal, y compris la tête & la queüe, elles prennent depuis le col, & faisant plusieurs plis & replis, elles se terminent à l'anus. M. Duverney a fait voir qu'elles avoient à leur extrémité supérieure une espece d'ouverture ou de pavillon par lequel entrent les œufs. M. Duverney pense que les œufs sortent de l'ovaire en se détachant de leur calice, qu'ils flottent pendant quelque temps dans la capacité du ventre, & qu'ensuite par le mouvement des muscles ils sont continuel-

lement portés vers la partie supérieure du corps, d'où ils entrent dans le pavillon de la trompe ; pour moi, comme j'ai disséqué un grand nombre de Salamandres, & que je n'ai jamais trouvé ces œufs vagues & flottants dans la capacité du ventre, & que M. Duverney dit aussi n'en avoir point trouvés, je serois tenté d'expliquer la chose d'une autre façon. Je crois que les œufs s'étant détachés de la membrane de l'ovaire, & ayant flotté au dedans sont conduits par cette même membrane, sans en sortir, jusqu'au pavillon de la trompe où ils entrent, soit par la pression plus forte qu'ils souffrent dans cette enveloppe, soit par les autres œufs qui les poussent continuellement : j'avoüe que ce passage ne se voit pas bien distinctement, & que je n'ai jamais trouvé d'œufs dans l'espace qui est entre les ovaires & les trompes ; mais premiérement il n'est pas possible de fixer où se termine la membrane des ovaires, parce qu'elle s'applique à plusieurs endroits vers les côtes & les trompes, & qu'elle est alors si déliée, que pour peu qu'on la force, elle se déchire très facilement. L'extrémité supérieure des trompes se termine aussi de la même maniére dans une membrane ou pellicule déliée qui paroît avoir communication avec celle des ovaires, & pourroit très-bien n'être qu'une extension de la même ; enfin quoiqu'on ne voye pas les canaux de communication, rien n'empêche qu'il n'y en ait. Il est certain que les œufs passent de l'ovaire dans la trompe, puisqu'ils se forment dans l'un, & qu'on en trouve très-souvent dans l'autre, & il me paroît plus vrai-semblable qu'ils soient portés de l'un à l'autre par un canal formé par la membrane qui enveloppe ces deux organes, que de supposer qu'ils flottent dans la capacité du ventre où on ne les trouve jamais, & où le moindre séjour seroit capable de les corrompre.

Lorsque les œufs sont entrés dans les trompes, ils acquiérent beaucoup plus de grosseur qu'ils n'en avoient dans l'ovaire, & lorsqu'ils sont arrivés à l'extrémité inférieure, ils sortent par le canal commun. J'ai fait sur les œufs de diffé-

rentes especes de Salamandres, une remarque qui m'a paru singuliére, & dont j'ai déja dit un mot au commencement de ce Mémoire. Dans les Salamandres que j'ai appellées de la premiére & de la seconde espece, les œufs sont détachés les uns des autres, & dans celles de la troisiéme, ils sont joints en forme de chapelet, ce qui établit entre les deux premiéres especes & la troisiéme une différence très marquée. Les trompes sont remplies dans toute leur longueur d'une liqueur épaisse, trouble, jaunâtre ; & comme elle est en assés grande quantité, & qu'elle ne sort point par le canal commun, je croirois assés aisément que c'est ce qui forme la matiére visqueuse qui entoure les œufs, & que c'est ce qui sert de premier aliment au petit germe qui vient d'éclorre.

L'extrémité des trompes est plus brune que le reste, & elles se terminent avec le rectum & le col de la vessie dans un gros muscle, auquel est aussi attaché l'extrémité des reins qui sont longs d'environ six lignes, & adhérent aux trompes dans presque toute leur longueur, desorte qu'en enlevant ce muscle, on enleve en même temps les reins, les trompes, l'intestin & la vessie. Si l'on souffle par ce canal commun, on remplit d'air les trompes d'un bout à l'autre, l'intestin & la vessie. Il n'y a point de matrice dans cet Animal, ce sont les trompes qui en servent, puisqu'on y trouve quelquefois des petits tous formés. Si l'on souffle par la gueule de l'Amimal, on enfle aussi l'intestin & les sacs pulmonaires sur chacun desquels on voit un petit vaisseau sanguin qui part du cœur, & jette des rameaux sur toute l'étenduë du sac. Je n'entrerai point dans le détail du reste de l'anatomie de cet Animal, parce que cela me meneroit trop loin, & que ce n'est pas l'objet que je me suis proposé; mais je remarquerai seulement, avant de finir, une analogie qui est entre les Salamandres & les autres Animaux qui ont des oüyes, c'est qu'un peu au-dessus de l'endroit où se terminent les trompes, on voit deux branches d'un gros vaisseau sanguin situé le long des vertebres, qui vont dans les deux pattes

Fig. 1.re


Fig. 5.e


Fig. 2.e

, ce même
:ance char-
:s paneaux,
ors étoient
nembranes,
r les bouts,
elles ſont
ns le temps
s, excepté
ſt toûjours
he vers le
ore fournir
il ne laiſſe
pendant ce
elque pro-

Y

SUR LA THEORIE DES MOUVEMENTS VARIÉS,

C'est-à-dire, qui sont continuellement accélérés, ou continuellement retardés;

Avec la manière d'estimer la Force des Corps en mouvement.

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.

22 Juin 1729.

LA science du Mouvement en général est cette partie de Mathématique qui a reçû le nom de *Mechanique*, qui considére les loix que la Nature suit & observe dans la communication des mouvements; c'est-à-dire, cette loi générale & immuable, avec laquelle un corps qui a reçû du mouvement, le communique en tout ou en partie, à un autre, soit que celui-ci en ait déja, ou qu'il n'en ait point. Car pour l'origine primordiale du mouvement, c'est-à-dire la premiére cause qui le produit dans la Nature, en sorte que si tous les corps qui composent ce qu'on appelle la *matiére*, étoient en repos, qui est-ce qui pourroit les mettre en mouvement, c'est une chose hipermèchanique, & qui est au-dessus de nos idées, qui ne s'étendant guéres au-delà de la matiére, de l'étendüe & du temps, ne trouve dans aucune de ces trois choses rien qui puisse produire un mouvement qui n'y seroit pas? Car un corps en repos ne peut en mouvoir un autre, ni se mouvoir lui-même : il faut donc pour qu'un corps se puisse mouvoir, qu'il luy survienne quelque chose qui le fasse passer du repos au mouvement; & ce quelque chose-là, quel qu'il soit, a reçû le nom de *Force motrice*, ou simplement de *Force*. Il faut donc, pour produire du mouvement, quatre choses, de la Force, un Corps ou un Mobile, de l'Espace & du temps, & ces quatre choses en produisent encore une cinquiéme,

qui eſt ce qu'on appelle la *Vîteſſe*, qui mérite d'être conſiderée, & qui n'eſt qu'un certain rapport entre deux des quatre autres, comme entre la force & la maſſe, ou entre l'eſpace & le temps. Tout cela fait donc cinq quantités qui ſont à conſidérer dans les mouvements, dont les rapports fourniſſent un certain nombre de Théoremes géneraux qui ſont le fondement de la ſcience des Méchaniques. Ces Théoremes ſont d'ordinaire à la tête des Traités de Méchaniques; mais comme ils ſont fort ſimples, & n'occupent que fort peu d'eſpace, j'ai crû qu'il étoit à propos de les mettre ici en peu de mots, afin de ne point renvoyer le Lecteur ailleurs; outre que ceux qui les ſçavent pourront aiſément les paſſer. On déſignera à l'ordinaire chacune de ces cinq choſes par la premiére lettre de ſon nom; ſçavoir, on nommera la force f, la maſſe ou la quantité de matiére du mobile m, l'eſpace parcouru par ce mobile e, le temps employé à parcourir cet eſpace t, & la vîteſſe avec laquelle cet eſpace aura été, ou devra être parcouru u.

Plus la force qui ſera employée à mouvoir un même corps ſera grande, plus la vîteſſe avec laquelle ce corps ſe mouvera ſera grande en même raiſon ; & ſi une même force eſt employée à mouvoir deux Corps inégaux en maſſes, plus le corps mû par la même force aura de maſſe, & plus la vîteſſe de ce corps ſera petite : & au contraire plus la maſſe ſera petite, & plus ſa vîteſſe ſera grande, & cela en raiſon réciproque des maſſes, enſorte que la vîteſſe ſera toûjours comme une fraction dont le numerateur ſera f, & le dénominateur ſera m, enſorte qu'on aura toûjours $u = \frac{f}{m}$. Ce ſigne d'égalité ſignifie plûtôt, eſt comme, que eſt égal ; car il n'y a point d'égalité entre des quantités diſparates ou hétérogenes, c'eſt plûtôt une égalité de raiſon dans les variations qu'on ſuppoſe qui doivent arriver à ces mêmes quantités, ou à quelques-unes d'elles, ainſi on ne pourroit pas dire, en parlant de quantités conſtantes, a eſt comme b, cela ne ſignifieroit rien. Mais on peut dire ax eſt comme by, à cauſe

des variables x & y, lesquelles soit qu'elles augmentent, ou qu'elles diminüent, leur produit ax, après le changement, doit toûjours être au produit by, en même raison qu'il étoit avant le changement. On aura donc ce premier Théoreme $u = \frac{f}{m}$, ce qui en donne un autre $f = mu$. Ceci est disputé par d'habiles Géometres, mais on compte de l'établir d'une maniére si solide dans ce Mémoire, qu'on espere qu'il ne restera aucun doute sur cet article.

On sçait encore que la vîtesse, dans les mouvements uniformes, est d'autant plus grande, que le mobile parcourt, en temps égal, un espace plus grand, & que quand un mobile parcourt un même espace en différents temps, la vîtesse est d'autant plus grande, que le temps employé à le parcourir est plus court, donc la vîtesse est encore proportionnelle à cette fraction $\frac{e}{t}$. Donc on aura $u = \frac{e}{t}$.

Puisque l'on a $f = mu$, & que $u = \frac{e}{t}$, on aura $f = \frac{me}{t}$, mais non pas $f = me$, comme quelques Géometres l'ont avancé, cela n'est vrai que quand le temps pendant lequel les espaces sont parcourus est le même; car ce n'est que dans ce cas que l'espace parcouru est comme la vîtesse, & alors cet espace représentant la vîtesse, l'on aura $f = me$, mais ce n'est que dans ce seul cas.

De ce qu'on a $u = \frac{e}{t}$, on en tire $tu = e$, c'est-à-dire, qu'en tout mouvement uniforme, l'espace parcouru est en raison composée de la vîtesse & du temps, ou comme le produit de ces deux quantités.

L'équation $f = mu$ fait voir que quand les vîtesses de deux corps sont en raison réciproque à leurs masses, ces corps ont des forces égales; & réciproquement, que quand les forces de deux corps sont égales, leurs vîtesses sont en raison réciproque à leurs masses.

Principe supposé par tous ceux qui ont traité des loix du Mouvement.

Tout Corps qui a reçû une impulsion ou une force qui l'a mis en mouvement, continüeroit éternellement de se mouvoir avec la même vîtesse, & suivant la même direction, s'il ne survenoit point de cause qui augmentât ou qui diminuât sa vîtesse, ou qui le détournât de sa route. C'est un principe que tous les Méchaniciens regardent comme un Axiome, ou comme une vérité incontestable, & qui n'a pas besoin d'être démontrée, c'est-à-dire, que l'espace qu'un corps mis une fois en mouvement parcourt, augmente uniformément en raison des temps pendant lesquels le mobile continüe de se mouvoir, ensorte que telle est la nature de l'espace parcouru par un corps qui se meut, que d'augmenter continuellement, & même continüement, sans qu'il soit nécessaire qu'il survienne à ce corps de nouvelles impulsions, ensorte que, quoiqu'il n'arrive point dans la Nature de changement sans cause, ce n'est point un changement à cet espace que d'augmenter, c'est sa nature, & il faudroit au contraire de nouvelles impulsions pour l'en empêcher, ou pour l'accélérer. Mais il n'en est pas de même de la vîtesse avec laquelle ce même corps se meut, sa nature est toute différente, elle est constante par elle-même, elle ne peut augmenter ni diminüer sans cause, il faut qu'il survienne à un corps de nouvelles impulsions pour que sa vîtesse soit accélérée ou retardée; & comme il n'y a point dans la Nature d'impulsion continüe, & que la vîtesse d'un corps ne peut augmenter ni diminüer qu'à mesure qu'il reçoit de nouvelles impulsions, & cela dans l'instant indivisible qui les reçoit, il s'ensuit que la vîtesse d'un corps ne peut croître, ni diminüer que par sauts, *subsultim*, & non pas continüement comme fait l'espace parcouru ; ce qui fait que l'on ne peut pas regarder l'Accélération comme une quantité continüe, mais discrete, qui suit par conséquent une loi différente de l'espace, ce qui est cause qu'il arrive souvent que l'espace parcouru augmente, pendant

que la vîtesse diminüe, comme dans les corps pesants qui montent par une impulsion qu'on leur aura imprimée de bas en haut, dont la vîtesse va en diminüant, pendant que l'espace qu'ils parcourent en montant va toûjours en augmentant jusqu'à un certain point, ou bien que l'espace augmente dans une certaine proportion, & que la vîtesse augmente suivant une proportion toute différente, comme dans les corps qui tombent par leur propre poids, qui parcourent en tombant des espaces qui croissent comme les quarrés des temps, pendant que la vîtesse ne croît que dans la raison simple des temps.

Or la raison de cette différence est facile à expliquer. Suivant l'Hypothese de Galilée, un Corps exposé à l'action de la pesanteur, soit qu'il monte, ou qu'il descende, reçoit en temps égaux un nombre égal d'impulsions égales de vîtesse qui le poussent de haut en bas, & qui lui impriment des accélérations, s'il descend, dont la somme est comme les temps, par conséquent cette vîtesse, qui est comme la somme de toutes ces impulsions, croîtra comme leur nombre, & par conséquent comme les temps, au lieu que l'espace parcouru augmente par la même raison qui fait augmenter la vîtesse, qui est comme les temps, & a outre cela une raison pour augmenter, qui lui est particuliére, qui est la durée de son mouvement, qui le feroit augmenter comme cette durée, quand même il ne surviendroit au mobile aucune accélération. Donc l'espace a deux raisons pour augmenter en raison des temps, pendant que la vîtesse n'en a qu'une, ce qui fait que cet espace augmente en raison doublée des temps, pendant que la vîtesse n'augmente que dans la raison simple des mêmes temps.

On peut encore démontrer cette vérité de cette maniére: Lorsque la vîtesse d'un mobile augmente, ou diminuë continuellement en raison des temps, on a $u = t$: or par ce que nous avons dit ci-dessus, la vîtesse peut toûjours être exprimée par $\frac{e}{t}$, donc en mettant cette expression au lieu de u,

on aura $\frac{e}{t}=t$, d'où l'on tire $e=tt$, c'eſt-à-dire que dans cette hypotheſe les eſpaces parcourus ſont comme les quarrés des temps, & les temps, par conſéquent, comme les racines des eſpaces; ce qui fait que ſi l'on prend l'eſpace parcouru pour la ligne des abſciſſes d'une Courbe, les vîteſſes que le mobile aura à chaque point de cette abſciſſe, ſeront repreſentées par les appliquées d'une parabole, ſi au contraire on vouloit que les vîteſſes d'un mobile augmentaſſent ou diminuaſſent en raiſon des eſpaces parcourus, on auroit $u=e$, & en mettant au lieu de u, ſa valeur $\frac{e}{t}$, on auroit $\frac{e}{t}=e$, ou $\frac{e}{i}$, ce qui donneroit $t=i$, ce qui eſt une eſpece d'énigme à deviner. On en donnera l'explication en ſon lieu.

Quant à la force que le mobile tombant acquiert par l'action de la peſanteur, il eſt viſible qu'elle n'augmente, non plus que la vîteſſe, que par le nombre des impulſions du fluide qui cauſe la peſanteur, puiſque la raiſon qui fait augmenter l'eſpace ne fait point augmenter la force : car il eſt clair qu'un corps qui reçoit une impulſion qui lui imprime un certain degré de force en même temps qu'elle lui imprime un degré de vîteſſe, n'augmente point la force ni la vîteſſe de ce corps pendant les intervales de temps qui ſont entre ces impulſions, & qu'il n'y a que l'eſpace parcouru qui augmente toûjours pendant ces intervales : donc la force ne peut point augmenter en raiſon doublée des temps comme l'eſpace, mais en raiſon ſimple de ces temps, comme la vîteſſe.

Comme la matiére que nous traitons ici, qui concerne les mouvements accélérés ou retardés, eſt peut-être une des plus abſtraites de toutes les Mathématiques, on ne ſçauroit trop l'éclaircir, & pour cela il ne ſuffit pas de la traiter géométriquement comme font la plûpart des grands Géometres, qui en écrivent, ſans s'embarraſſer s'ils ſont entendus de leurs Lecteurs, & s'ils ont les mêmes idées qu'eux de la matiére qu'ils traitent, il faut tâcher de leur donner les mêmes idées

des choſes que nous en avons, & de bien définir tous les termes dont nous nous ſervirons, afin qu'on n'attribuë point aux choſes définies une idée différente de celle qui leur convient, & pour cela il eſt neceſſaire d'entrer dans une eſpece de Métaphyſique nette & préciſe qui non-ſeulement convainque l'eſprit, mais qui l'éclaire. M. Leibnits eſt celui de tous qui me paroît avoir le mieux éclairci ce qui regarde les différentes eſpeces de réſiſtances, quoiqu'il ne l'ait fait qu'en peu de mots. C'eſt pourquoi je crois ne pouvoir mieux faire que de rapporter ici ce qu'il en a dit dans les Actes de Leipſick de l'année 1689 pag. 39 & 40 que nous allons traduire mot à mot, & nous ferons voir qu'une propoſition qu'il donne ſur ce qu'il appelle la *Réſiſtance abſoluë*, & qui eſt d'une évidence inconteſtable, eſt entiérement contraire à ſon principe des forces vives, par lequel il prétend que les forces des corps en mouvement ſont comme les quarrés des vîteſſes de ces corps ; d'où nous conclurrons que ce principe eſt faux, puiſque s'il étoit vrai, ſa propoſition qui eſt très claire & très bien démontrée, ſeroit fauſſe. Voici ce que dit M. Leibnits.

» Il y a de deux ſortes de réſiſtances des milieux, l'une abſoluë, & l'autre reſpective, qui le plus ſouvent concourent enſemble. La réſiſtance abſoluë eſt celle qui conſomme une quantité égale de force dans le mobile, ſoit qu'il ſe meuve avec une petite vîteſſe ou avec une grande, pourvû qu'il ſe meuve, & cette réſiſtance eſt produite par la glutinoſité du milieu qui fait le même effet que ſi les parties de ce milieu étoient attachées les unes aux autres par des fils qu'il fallût rompre. Cette même réſiſtance a lieu dans les frottements que cauſent les ſurfaces rudes & raboteuſes aux corps qui gliſſent deſſus ; car il faut que ces corps qui ſe meuvent ſur ces ſurfaces, uſent, ou du moins abbaiſſent ces obſtacles, comme ils abbaiſſeroient des poils élaſtiques, qui après cela ſe releveroient : or pour comprimer un reſſort, ou pour rompre un fil, il faut toûjours employer la même force, & il n'importe quelle ſoit la vîteſſe de l'agent. La réſiſtance reſpective

respective vient de la densité du milieu, & est plus grande « selon que la vîtesse du mobile est plus grande, d'autant que « les parties dont le milieu est composé, doivent être mises « en mouvement par le mobile qui le pénétre : or pour mou- « voir quelque chose il faut y employer de la force, & une « force d'autant plus grande, que le mouvement communiqué « aux parties du milieu est plus grand, c'est-à-dire, que la « vîtesse du mobile qui le pénétre est plus grande. Or la ré- « sistance d'un fluide en repos, contre un corps en mouve- « ment qui le pénétre, est égale à la force d'un fluide en mou- « vement qui heurte contre un corps en repos, qui est plus « grande lorsque la vîtesse du fluide est plus grande; comme « nous voyons des corps qui sont mûs par le vent ou par « l'eau, & même des corps pesants qui sont soûtenus par un « jet d'eau, lorsque ce jet a une vîtesse assés impétueuse pour « cela, quoique dans ceci il se mêle aussi de la résistance ab- « soluë, dont il faut cependant faire abstraction, lorsque nous « voulons considérer la résistance respective, comme si la tena- « cité du milieu étoit nulle. Il y a encore cette différence « entre ces deux especes de résistances, que la résistance ab- « soluë dépend en partie de la grandeur de la surface du mobile, « ou de son contact, & la respective au contraire dépend de « sa solidité. Dans l'une & dans l'autre espece de résistance « on rencontre un paradoxe, qui est que le mobile pénétrant « dans un milieu uniforme, & qui résiste dans toute son éten- « duë, n'est jamais réduit au repos par ce milieu : cependant « un corps qui se meut avec une vîtesse qui lui a été impri- « mée, dans un milieu dont la résistance est absoluë, & qui « n'est point accéléré d'ailleurs, a un certain terme de péné- « tration dans ce milieu, dont il approche en ligne droite de « plus en plus, sans cependant pouvoir jamais y arriver. J'ap- « pelle ce terme la plus grande pénétration exclusive qu'un « corps qui se meut dans un milieu qui résiste selon la résis- « tance respective, & qui est uniformément accéléré (à la « maniére d'un corps qui tombe) a un certain terme de vîtesse « exclusive dont il approche continuellement, ensorte que la «

» différence devient à la fin insensible, de maniére cependant
» qu'il ne l'acquiert jamais parfaitement. Et cette vîtesse est
» celle-là même avec laquelle un fluide mû de bas en haut,
» pourroit soûtenir un corps pesant à la maniére d'un jet d'eau.

»

» *De la Résistance absoluë.*

» ARTICLE PREMIER.

»

» Si le mouvement du mobile est uniforme par lui-même,
» & qu'il soit également retardé par le milieu en raison des
» espaces parcourus.

» (1) La diminution des vîtesses est proportionnelle à l'aug-
» mentation des espaces parcourus (c'est l'hypothese du cas
» dont il s'agit).

» (2) Les vîtesses sont proportionnelles aux espaces; les
» vîtesses perduës, aux espaces parcourus; les vîtesses restantes,
» aux espaces qui restent à parcourir. Supposant les augmen-
» tationt de l'espace égales entr'elles, les diminutions des forces
» seront égales *(par le 1.er art.)*. Or si les diminutions des
» forces d'un même mobile sont égales, les diminutions des
» vîtesses seront aussi égales (car les forces sont comme les
» quarrés des vîtesses, & les quarrés étant égaux, les côtés
» seront aussi égaux) c'est pourquoi les éléments des vîtesses
» perduës sont comme les éléments des espaces parcourus, &
» les éléments des vîtesses residuës comme ceux des espaces
» qui restent à parcourir. Donc les vîtesses sont comme les
Fig. 1. » espaces. C'est pourquoi si la vîtesse initiale est AE, l'espace
» entier que le mobile peut parcourir dans le milieu résistant
» est la droite AB, la partie déja parcouruë AM, celle qui
» reste à parcourir MB; la vîtesse restante MC, ou AF,
» la vîtesse perduë FE, la ligne ECB sera une ligne droite.
Jusqu'ici ce sont les propres termes de M. Leibnits.

On peut remarquer qu'il y a une contradiction manifeste entre le Théorême de M. Leibnits, & son principe particulier touchant le rapport des Forces aux vîtesses des Corps, qui est qu'il prétend que les forces des corps en mouvement

sont comme les quarrés de leurs vîtesses, puisque sa proposition n'est vraye qu'autant que les vîtesses sont comme les forces, puisqu'il ne s'agit dans ce Théoreme que des forces qui diminüent en même raison que les espaces augmentent. Or les espaces parcourus augmentant par la supposition en raison arithmétique continüe, il est sûr que les forces diminüent dans la même raison; par conséquent la Courbe dont les appliquées représentent ces forces à chaque pas que fait le mobile, ne sera pas une Courbe, mais une ligne droite, dont la propriété est d'avoir ses appliquées en même raison que les abscisses qu'on suppose croître également, ou arithmétiquement. Donc si les vîtesses sont aussi représentées par les appliquées d'une ligne droite, ces vîtesses seront toûjours comme les forces, & non pas comme leurs racines, puisque si cela étoit, ces vîtesses seroient représentées par les appliquées d'une Parabole contre la Démonstration de l'Auteur. Et il ne sert de rien de dire ce qu'il dit, & qu'il a inséré entre deux parentheses (car les forces sont comme les quarrés des vîtesses, & les quarrés étant égaux, les côtés sont aussi égaux) puisqu'il ne s'agit pas ici de quarrés égaux, mais au contraire de quarrés qui vont en diminüant continüellement dans une certaine raison. Or ces quarrés diminüant en progression arithmétique, si les vîtesses étoient comme les racines de ces quarrés, elles ne diminüeroient pas en progression arithmétique, mais comme les appliquées d'une Parabole. Supposons, par exemple, que les forces soient 4, 3, 2, 1, les vîtesses correspondantes, selon M. Leibnits, devroient être $\sqrt{4}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{1}$, qui ne sont pas une progression arithmétique, donc ce principe est contraire à sa propre Démonstration.

Mais il me paroît nécessaire d'éclaircir un peu plus que l'on n'a encore fait, ce que c'est que la résistance, & que l'accélération, dont l'un est le contraire de l'autre, & de donner une image de l'idée qu'il s'en faut former dans les différentes hypotheses qu'on peut faire, nous commencerons par la résistance absoluë dans l'hypothese que cette résistance est en

raiſon des eſpaces parcourus, qui eſt celle qui paroît la plus ſimple. Imaginons pour cela deux rangs de Toiles fortement tendües, comme dans la Figure 2, *CD, EF,* où les lignes marquées *1, 2, 3, 4, 5,* &c. repréſentent autant de Toiles vûës de profil, tendües verticalement ou perpendiculairement à l'horiſon. Suppoſons que deux corps égaux en maſſes ou en poids & en groſſeur *A* & *B* viennent avec telles vîteſſes qu'on voudra traverſer ces Toiles ſuivant des directions *CD, EF,* paralleles à l'horiſon, & qu'ils rencontrent par conſéquent toutes ces Toiles perpendiculairement. On ſuppoſe que la peſanteur n'agiſſe point ſur ces deux corps pendant leur route, enſorte qu'ils ſe meuvent toûjours horiſontalement, il eſt évident que pour ſçavoir les rapports des forces qu'avoient ces deux mobiles, lorſqu'ils ont commencé à rencontrer ces Toiles, il n'y a qu'à compter les Toiles que chacun d'eux aura percées avant que d'avoir perdu toute ſa force, & que le nombre des Toiles percées exprimera au juſte le rapport des forces de ces deux corps, en ſuppoſant qu'il fallût une force égale pour percer chacune de ces Toiles. Il eſt évident que ce n'eſt ni l'eſpace que ces corps auront parcouru, ni le temps qu'ils auront employé à le parcourir, qui pourront faire connoître le rapport de leurs forces primitives, mais s'il falloit plus de force pour percer les Toiles d'un rang que celles de l'autre, la force qu'auroit perdu chaque corps dans ſa route, ſeroit en raiſon compoſée de la force qu'il auroit fallu pour percer chaque Toile, & du nombre des Toiles qui auroient été percées.

Si l'on ſuppoſe préſentement qu'on connoiſſe la ſituation des Toiles, & que l'on ſçache, par exemple, que toutes les Toiles qui compoſent la ſuite *CD,* repréſentées par les lignes *1, 2, 3, 4, 5,* &c. ſont à égale diſtance l'une de l'autre, alors leur nombre ſera comme l'eſpace qu'elles occupent, ainſi connoiſſant l'eſpace que le corps pénétrant aura été capable de traverſer avant que d'avoir perdu toute ſa force, on connoîtra par-là le nombre des Toiles percées, puiſque ce nombre ſera comme l'eſpace parcouru; mais cet eſpace parcouru ſera

comme la force que le mobile aura perdüe; donc la résistance ou la perte de force qu'aura souffert le mobile pénétrant sera, dans cette hypothese, comme la vîtesse perdüe, & c'est dans cette même hypothese que les résistances sont comme les vîtesses, non pas que la résistance de chaque Toile soit comme la vîtesse, puisque ces résistances sont toutes égales entr'elles, & que les vîtesses vont toûjours en diminüant, mais parce que le nombre des obstacles que le mobile aura rencontrés sera comme la vîtesse, & que la résistance totale doit être estimée par le produit de la grandeur ou de la force de chaque résistance, & du nombre des mêmes résistances.

Il est évident que pour transporter cette théorie à un milieu résistant, il n'y a d'autre changement à y faire, que de supposer, 1.° Que ces Toiles sont infiniment proches l'une de l'autre. 2.° Que chaque Toile ne consomme qu'un degré infiniment petit de la force du mobile, afin qu'avec une force finie il puisse parcourir un espace fini, & percer une infinité de Toiles, puisque par cette supposition il y aura toûjours dans un espace fini une infinité de Toiles à traverser. D'où il est aisé de concevoir que si l'on prend la droite *CD* Fig. 3.
pour représenter la route du mobile *A*, & qu'on la divise en une infinité de parties égales, de chacune desquelles on éleve à cette ligne des perpendiculaires qui se terminent toutes à la ligne *GD*, qui fait avec *CD* tel angle qu'on voudra *GDC*, & qui coupe cette ligne *CD* au point *D*, auquel on suppose que le mobile pénétrant étant arrivé, il ait perdu toute sa force, il est clair que toutes ces appliquées *GC, NI*, seront entr'elles comme les abscisses correspondantes *CD, ID*, & que ces appliquées représenteront les forces qu'aura le mobile aux points *C* & *I* de sa route. Mais si les vîtesses du même mobile étoient comme les racines des forces, ces vîtesses seroient aussi comme les racines des abscisses, ou comme $\sqrt{CD}$ à $\sqrt{ID}$, ou comme les appliquées *IL, CK*, de la demi-parabole *DLM*; ainsi les forces étant représentées dans l'hypothese présente par les appliquées d'une ligne droite qui

diminüent en progreſſion arithmétique, les vîteſſes ſeroient repréſentées par les appliquées d'une parabole, qui ſuivent une raiſon toute différente. Ce qui eſt déja contraire à la propoſition de M. Leibnits, que nous venons de rapporter.

Si l'on veut préſentement ſe former une image de l'Accélération, ſuivant la même hypotheſe, qui ſoit telle que les vîteſſes du mobile accéléré augmentent en raiſon des eſpaces parcourus, il eſt évident que ce ſera préciſement le contraire de la réſiſtance, il n'y aura qu'à ſuppoſer qu'au lieu que le mobile pénétrant rencontroit à chaque pas qu'il faiſoit, une Toile qui lui faiſoit perdre un degré de force infiniment petit, il rencontre au contraire une impulſion infiniment petite qui accélere ſa vîteſſe d'une quantité toûjours égale; il s'enſuit de cette ſuppoſition, que ſa vîteſſe augmentera comme l'eſpace parcouru; & en ſuppoſant que le mobile parte du point *D* pour aller vers *C*, ſa vîteſſe au point *I* ſera repréſentée par l'appliquée *IN*, & au point *C* par l'appliquée *CG* de la droite *DG*, faiſant avec *DC* tel angle *CDG* qu'on voudra; & comme ces appliquées *IN*, *CG*, ſont entr'elles comme les abſciſſes correſpondantes *DI*, *DC*, & qu'on ſuppoſe que ces abſciſſes croiſſent arithmétiquement, il s'enſuit que les appliquées qui repréſentent les vîteſſes du mobile croîtront dans la même progreſſion. D'où l'on voit qu'on ne doit pas prendre pour regle générale de l'accélération, ni de la réſiſtance; qu'elles ſont comme le produit de la grandeur de chaque impulſion, par le temps que le mobile accéléré ou retardé aura été expoſé à l'action de ces mêmes impulſions, puiſque cela n'eſt vrai que quand le temps eſt comme le nombre des impulſions, comme dans l'hypotheſe de Galilée, où un corps ſoit qu'il tombe, ou qu'il monte, reçoit un nombre d'impulſions proportionné au temps qu'il eſt expoſé à l'action de la peſanteur; & comme on ſuppoſe que chaque impulſion eſt égale en force à une autre, l'effet total qui eſt toûjours en raiſon compoſée du nombre & de la grandeur des impulſions ſera comme les temps, puiſque dans cette hypotheſe les temps ſont la meſure du nombre que

Fig. 3.

le mobile en reçoit, mais il n'en est pas de même dans l'hypothese que nous venons d'examiner, ni dans toute autre où la mesure des impulsions reçûës ne sera pas réglée sur les temps, mais sur telle autre espece de quantité qu'on voudra, comme par exemple sur l'espace parcouru, comme dans l'hypothese précédente. Ainsi la regle générale pour toutes sortes d'hypotheses d'accélération ou de résistance, est que l'effet de cette accélération ou de cette résistance est toûjours en raison composée de la grandeur des impulsions par leur multitude, ou comme le produit de ces deux quantités. Pour distinguer ces deux especes de quantités l'une de l'autre, j'appellerai dans la suite la force de chaque impulsion, *Force* ou *Vitesse instantanée*, qui n'est qu'un instant à se communiquer, & *Force* ou *Vitesse actuelle*, celle qui est comme le produit de la force de chaque impulsion par le nombre que le mobile en reçoit en temps égal. La premiére est, à ce qu'il me paroît, la même chose que ce que ceux qui soûtiennent le sentiment de M. Leibnits, nomment *Force morte*, & la seconde est en quelque façon ce qu'ils appellent *Force vive*, quoiqu'il ne paroisse pas bien clairement ce qu'ils entendent par ce terme, en ce qu'il me semble qu'ils confondent assés souvent sous ce même nom deux sortes de Forces qui sont différentes, & que j'aurai occasion dans la suite de distinguer.

Ceci fait aussi voir la raison pour laquelle on dit ordinairement que l'action des fluides contre les obstacles qu'ils rencontrent est comme les quarrés de leurs vitesses; car si deux fluides homogenes se meuvent avec des vitesses différentes, les impulsions instantanées du fluide le plus vite seront plus fortes en même raison que sa vitesse sera plus grande, & puisque ces fluides sont homogenes, par la supposition, les petits globules élementaires dont ces fluides sont composés seront également éloignés les uns des autres: il y aura donc en temps égal un nombre d'impulsions imprimées en l'obstacle qui leur résiste, d'autant plus grand que la vitesse du fluide sera plus grande, & cela encore en même raison que sa vitesse. Donc l'impulsion totale en temps

égal, qui eſt ce que j'appelle *Force actuelle*, ſera comme le quarré de la vîteſſe. Mais il me paroît néceſſaire de faire l'application de ce principe à quelques hypotheſes d'accélération & de réſiſtance, afin d'en faire voir l'univerſalité. Examinons donc la réſiſtance que M. Leibnits appelle *Reſpective*, qui eſt celle où le mobile pénétrant reçoit de chaque particule du milieu réſiſtant, une impulſion proportionnée à la vîteſſe de ce mobile. Il eſt évident que ce corps ſouffrira de la part de ce milieu des pertes de vîteſſe qui ſeront en temps égal comme les quarrés de ſa vîteſſe, car la grandeur de chaque impulſion étant comme la vîteſſe, & le nombre des obſtacles qu'il rencontrera étant comme l'eſpace parcouru, lequel eſpace eſt en temps égal encore comme la vîteſſe du même mobile, il s'enſuit que ce mobile ſouffrira une diminution de vîteſſe qui ſera comme le quarré de ſa vîteſſe. Ainſi ayant pris, comme dans le Mémoire de M. Bernoulli, page 73 de ſon diſcours *In magnis voluiſſe*
Fig. 4. *ſat eſt*, un point fixe A pour le commencement de la ligne des Abſciſſes, & imaginé la courbe DEF, dont les appliquées DA, EB repréſentent les vîteſſes du mobile pénétrant aux points A & B de ſa route, & ayant mené be infiniment proche de BE, & la petite ligne Ge parallele à l'axe AB, on nommera $AB\,(x)$ Bb, ou $Ge\,(dx)$ $BE\,(u)$ $GE\,(du)$ préſentement pour avoir l'expreſſion de $GE(du)$, ou plûtôt $-du$, lorſqu'il s'agit de réſiſtance, car dans ce cas cette quantité eſt négative, c'eſt-à-dire, de la diminution de vîteſſe que doit ſouffrir le mobile en traverſant le petit eſpace $Bb\,(dx)$ il faut conſidérer que la grandeur de chaque impulſion que recevra le mobile de la part des particules dont le milieu eſt compoſé, étant, par l'hypotheſe, proportionnée à la vîteſſe (u) du mobile, & le nombre qu'il en rencontrera en ſon chemin en traverſant le petit eſpace Bb (dx) étant comme cet eſpace, la réſiſtance totale qu'il ſouffrira ſera en raiſon compoſée de la vîteſſe & de l'eſpace parcouru, ou comme udx. On aura donc $-du = udx$, ou ſi l'on veut repréſenter l'unité par une quantité conſtante (a) pour remplir

remplir sa loy des Homogenes, on aura $-du = \frac{udx}{a}$, ce qui donne $-\frac{adu}{u} = dx$. Ce qui fait voir tout d'un coup, & sans aucun circuit, que cette Courbe *DEF* est la Logarithmique ordinaire, dont la Soûtangente est la constante *(a)* ce qui est conforme à ce que M. Bernoulli a trouvé à sa maniére dans l'Ecrit dont nous venons de parler. Nous ferions ici lapplication de ce même principe à d'autres hypotheses, si nous n'appréhendions point de nous trop étendre sur cet article, & que cela ne nous empechât de pouvoir traiter avec assés d'étenduë d'autres matiéres plus importantes, ce qui fait que je passe à ce qu'il y a de plus essentiel à examiner dans le Mémoire que nous venons de citer; sauf à y revenir, si cet Ecrit ne se trouve pas trop rempli, sinon ce sera pour un autre Mémoire qui suivra celui-ci.

Sur la Mesure de la Force des Ressorts dans les mouvements qu'ils peuvent imprimer aux corps dans l'accélération, ou dans les résistances qu'ils peuvent leur causer.

Un corps n'a de force que quand il est en mouvement; & il n'en sçauroit communiquer s'il n'en a; donc il n'y a que les corps en mouvement qui puissent en mouvoir d'autres. Cependant on éprouve en ployant un ressort, qu'il a une force qui résiste à la main qui le comprime, & que cette force est d'autant plus grande qu'on le comprime davantage, quoique ce ressort soit en repos; il faut donc recourir à quelque matiére qui soit en mouvement, si l'on veut expliquer philosophiquement d'où lui vient cette force; & comme on ne voit rien autour de ce ressort qui se meuve, il faut en conclurre que c'est une matiére invisible, mais qui n'en a pas moins de force, & par conséquent pas moins de vîtesse. Il est donc certain que c'est une matiére invisible, comme, par exemple, un fluide qui est en mouvement qui fait la force des ressorts; d'où l'on doit conclurre que cette matiére

agit à la maniére des fluides qui n'agiſſent pas de toute leur maſſe à la fois contre les obſtacles qu'ils rencontrent, mais qu'ils ne frappent ces mêmes obſtacles que par des impulſions répétées & ſucceſſives, qui leur impriment, lorſque ces obſtacles cedent à leur effort, des vîteſſes proportionnées à la vîteſſe du fluide accélérant, & au nombre d'impulſions que ce même fluide eſt capable d'imprimer en temps égal; c'eſt-à-dire, que l'effet de cette accélération eſt en raiſon compoſée de la vîteſſe, ou de la grandeur de chaque impulſion, & du nombre de ces mêmes impulſions.

On doit penſer la même choſe d'un corps peſant poſé ſur un plan horiſontal. Si ce plan eſt aſſés ſolide pour réſiſter à la peſanteur de ce corps, ce corps étant en repos, n'a aucune force à communiquer au plan qui le ſupporte, ainſi, à proprement parler, ce n'eſt point ce corps qui eſt en repos qui preſſe le plan, mais un fluide inviſible qui le frappe continuellement, & dont les impulſions ſont toutes égales en force, & dont la multitude ou le nombre eſt comme les temps: c'eſt-là le fondement de la celébre hypotheſe de Galilée. Mais quand l'obſtacle qui réſiſte à l'effort d'un reſſort bandé, ou à la peſanteur d'un corps, a une force inſurmontable, alors il ne faut avoir d'égard qu'à la force de chaque impulſion, qui eſt ce que j'appelle *Force inſtantanée*, & que M.rs Leibnits & Bernoulli nomment *Force morte*, & que tout le monde convient être comme la quantité de mouvement, ou comme le produit de la maſſe par la vîteſſe de chaque impulſion, car le nombre des impulſions n'y entre pour rien, en ce qu'elles ne s'accumulent point, comme elles font lorſqu'elles agiſſent contre des obſtacles qui cedent, chaque impulſion étant éteinte dans l'inſtant même qu'elle frappe, elles périſſent en naiſſant, comme dit fort bien M. Bernoulli, & leur effet ne ſurvit jamais à leur action; de ſorte que ſi l'obſtacle qui réſiſte a aſſés de force pour réſiſter à la premiére impulſion, il réſiſtera à la ſeconde & à la troiſiéme, & ainſi à l'infini, chacune de ces impulſions n'ajoûtant rien à celles qui les ont précédées. Mais il n'en eſt pas de même

de l'effort d'un fluide contre un obstacle qui cede à son impulsion, toutes ces impulsions s'accumulent ensemble, la premiére imprime un petit degré de vîtesse au mobile, la seconde y en ajoûte un second degré, la troisiéme y en ajoûte un troisiéme, & ainsi tant que le fluide agira contre le corps qu'il accélere, ensorte que l'effet total de ces accélérations dans un temps donné, sera comme le produit de la force de chaque impulsion par le nombre des impulsions que ce fluide en aura imprimé pendant la durée de son action.

Je conviens donc avec M.[rs] Leibnits & Bernoulli, qu'il est à propos de distinguer différentes sortes de force ou d'impulsions, & même je vais faire voir qu'il y a des cas où il est absolument nécessaire d'en distinguer de trois especes différentes, si l'on veut éviter la confusion & la méprise. Mais je ne conviens pas avec eux de ce qu'ils appellent *Force vive*, parce qu'ils nomment de ce même nom deux sortes de forces qui sont quelquefois différentes, & que je distingue; & outre cela je ferai voir qu'on ne peut point dire que toute force vive est comme le produit de la masse d'un corps par le quarré de sa vîtesse. A l'égard de ce qu'ils appellent *Force morte*, il me paroît que c'est la même que ce que j'ai nommé *Force instantanée ;* le nom n'y fait rien dès que l'on convient de l'idée qu'on a d'une chose.

Sur trois différentes especes de Forces qu'il est necessaire de distinguer dans l'accélération causée par le débandement des ressorts.

Nous avons vû ci-dessus qu'on ne pouvoit attribuer la cause de la force des ressorts bandés qu'au mouvement de quelque fluïde invisible qui tendoit continuellement à écarter l'une de l'autre les branches d'un ressort comprimé, & que cet effort devoit par conséquent suivre la loi de l'accélération des fluïdes, qui est toûjours en raison composée de la force de chaque impulsion, & du nombre des mêmes impulsions

dans un temps donné. Mais quoiqu'on puiſſe dire que ces fluïdes agiſſent continuellement, on ne peut pas cependant dire qu'ils agiſſent continüement, c'eſt-à-dire, ſans intermiſſion, on ne ſçauroit ſe former d'idée claire & diſtincte d'une impulſion continüe, aucune impulſion ne pouvant ſe faire que par des chocs réïtérés & ſucceſſifs qui pourront ne laiſſer entr'eux que des intervalles de temps ſi courts qu'on voudra, infiniment petits, ſi l'on veut, non ſeulement du premier, mais du ſecond, ou du troiſiéme genre, s'il eſt néceſſaire de pouſſer la choſe juſques-là, mais toûjours faut-il ſuppoſer quelques petits intervalles de temps entre ces impulſions, & dès-lors il eſt néceſſaire pour déterminer l'effet d'une ſemblable accélération dans un temps donné, de ſçavoir, outre la force de chaque impulſion, la fréquence ou le nombre que ce fluïde en peut imprimer dans un temps donné, pour avoir le produit de l'une de ces quantités par l'autre, c'eſt ce que j'appellerai dans la ſuite la *Force actuelle* de ce fluïde.

C'eſt cette force actuelle qui décide de l'effet que doit produire une Accélération dans un temps donné, puiſque cette force dépend non ſeulement de la grandeur de chaque impulſion, mais auſſi de la fréquence des mêmes impulſions, enſorte que ſçachant ce qu'elle a été capable de produire dans quelque eſpace de temps que ce ſoit, par exemple, dans un temps infiniment petit, dans un (dt) on ſçaura toûjours par-là ce qu'elle produira dans tel eſpace de temps (t) qu'on voudra, puiſque cet effet ſera toûjours en raiſon des temps.

Il y a enfin une troiſiéme eſpece de force qui eſt à conſidérer, ſur-tout dans les accélérations cauſées par des Suites de reſſorts ſemblables, mais qui ſont compoſées d'un nombre différent de reſſorts, qui eſt ce que chacune de ces Suites peut produire d'accélération pendant ſon débandement total, car il eſt viſible qu'une Suite de reſſorts compoſée d'un grand nombre, également bandés, pourſuivra le mobile qu'elle accélere pendant plus de temps, & pendant un plus long eſpace de chemin que ne fera une Suite compoſée d'un moindre nombre de reſſorts, & cependant il arrivera ordinairement

que les mobiles qui en seront accélérés, n'auront pas reçû de leurs ressorts une plus grande vîtesse l'un que l'autre, ce qui vient de ce que la fréquence des impulsions aura été moindre de la part du grand nombre que de la part du petit. J'appelle cette force *virtuelle*, parce que ces ressorts ne l'ont qu'en puissance, & qu'elle n'est pas réduite en acte comme l'autre, n'étant pas présente, l'une demandant plus de temps que l'autre pour produire tout son effet, & il me paroît que les défenseurs du sentiment de M. Leibnits sur les forces vives confondent ces deux especes de forces, en les appellant l'une & l'autre du même nom de *Forces vives*.

Je ne m'attacherai dans ce Mémoire qu'à examiner le Discours qu'a composé M. Bernoulli à l'occasion des Prix proposés par l'Académie, qui contient des choses excellentes, & que l'Académie a jugé mériter des éloges; mais comme son principe touchant l'estime des forces des Corps en mouvement m'a paru très-opposé aux véritables principes de Méchanique, j'ai crû qu'il étoit important d'exposer ici en peu de mots les raisons que j'ai pour être d'un sentiment différent du sien. Cela m'a paru d'autant plus nécessaire, que l'autorité que M. Bernoulli s'est acquise en Mathématique est si grande, & avec raison, qu'il se trouveroit beaucoup de Lecteurs plus disposés à acquiescer à ses propositions qu'à en examiner les Démonstrations.

Je commencerai par la Proposition qui fait le sujet du septiéme Chapitre de son Discours, qui est celui où il entreprend de démontrer d'une maniére directe & *à priori*, que les forces des corps en mouvement sont en raison composée de leurs masses, & des quarrés de leurs vîtesses, qui est le principe que j'entreprends de réfuter; mais il est nécessaire de rapporter ici le commencement de ce Chapitre, afin que ceux qui n'ont pas le Mémoire de M. Bernoulli, trouvent ici tout ce qui est nécessaire pour se mettre au fait de la question. Voici ce que porte ce Chapitre.

CHAPITRE VII. DE M. BERNOULLI

Où l'on démontre que les Forces vives des Corps sont en raison composée de leurs masses, & des quarrés de leurs vîtesses.

» Quant aux vîtesses acquises des boules que je suppose présentement égales en masses, je dis que ces vîtesses ne sont point entr'elles comme le nombre des ressorts qui les ont produites, mais comme les racines quarrées de ces nombres; sçavoir, dans cet exemple, comme $\sqrt{12}$ à $\sqrt{3}$, comme $\sqrt{4}$ à $\sqrt{1}$, ou enfin comme 2 à 1. En voici la Démonstration.

Fig. 5. » Je suppose deux lignes droites quelconques données *AC*, *BD*, que je prends pour deux rangs de petits ressorts égaux, & également bandés : je suppose de plus que deux boules égales commencent à se mouvoir des points *C* & *D* vers *F* & *I*, lorsque les ressorts commencent à se dilater, soient *CML*, *DNK*, deux lignes courbes, dont les appliquées *GM*, *HN*, expriment les vîtesses acquises aux points *G* & *H*. Je nomme $BD = a$, l'abscisse $DH = x$, sa différentielle *HP*, ou $NT = dx$, l'appliquée $HN = u$, sa différentielle $TO = du$. Je prends ensuite les abscisses *CG*, *GE*, de la courbe *CLM*, telles qu'elles soient aux abscisses de la courbe *DNK*, comme *AC* est à *BD*, ou, ce qui est la même chose, je fais $BD, AC :: DH, CG :: DP, CE$. Supposant donc $AC = na$, on aura $GC = nx$, $GE = ndx$; soit enfin l'appliquée $GM = z$. Tout ceci supposé, je raisonne ainsi:

» Les Boules étant parvenües aux points *H* & *G*, chaque ressort, tant de ceux qui étoient resserrés dans l'intervalle *AC*, que de ceux qui l'étoient dans l'intervalle *BD*, sera dilaté également, parce que $AC, CG :: BD, DH$. Chacun de ces ressorts aura donc perdu, de part & d'autre, une partie égale de son élasticité, & il leur en restera par conséquent à chacun également. Donc les pressions & les forces mortes que les boules en reçoivent, sont aussi égales entr'elles, je

nomme cette pression *p*. *Or l'accroissement élémentaire de la* «
vîtesse en H, *je veux dire la différentielle* TO, *ou* du, *est par la* »
loi connüe de l'accélération en raison composée de la force motrice, «
ou de la pression p, *& du petit temps que le mobile met à par-* «
courir la différentielle HP, *ou* dx. «

Cet article est précisément ce qui fait la différence qui est entre M. Bernoulli & moi, c'est pourquoi nous le discuterons, après avoir transcrit le reste de sa Proposition.

Lequel temps s'exprime par $\frac{HP}{HN} = \frac{dx}{u}$, on aura donc «
$du = \frac{pdx}{u}$, & partant $udu = pdx$, ce qui donne par l'in- «
tégration $\frac{1}{2} uu = \int pdx$, par la même raison on a $dz =$ «
$\frac{p \times GE}{GM} = \frac{p \times ndx}{z}$, par conséquent $zdz = npdx$, & en inté- «
grant $\frac{1}{2} zz = n\int pdx$; d'où il suit que $uu, zz :: \int pdx,$ «
$n\int pdx :: 1, n :: a, na ::$ *BD, AC,* comme la force vive «
acquise en *H* est à la force vive acquise en *G*. Donc ces deux «
forces sont entr'elles comme *uu* à *zz*; ainsi les forces vives «
des corps égaux en masses sont comme les quarrés de leurs «
vîtesses, & les vîtesses elles-mêmes sont en raison sous-dou- «
blée, ou comme les racines quarrées des forces vives. *C. Q.* «
F. D. «

Tout ceci est du Discours de M. Bernoulli; il nous faut à présent examiner ce qui fait le sujet de la contestation; c'est l'endroit de l'article précédent où nous nous sommes arrêtés, qui est tel.

Or l'accroissement élementaire de la vîtesse en *H*, je veux dire la différentielle *TO* ou *du*, est par la loi connüe de l'accélération en raison composée de la force motrice, ou de la pression *p*, & du petit temps que le mobile met à parcourir la différentielle *HP*, ou *dx*.

Je ne conviens point du tout de cette loi d'accélération qu'on prétend connuë, mais ce n'est point cette force motrice qui est égale dans deux suites de ressorts semblables & également bandés qui ne différent que par le nombre des ressorts dont ces suites sont composées, qu'on doit prendre pour la

mesure de l'accélération que ces suites peuvent produire en temps égal, puisque cette force motrice n'est que ce que j'appelle *Force instantanée*, & que M. Bernoulli nomme *Force morte :* Or il ne suffit pas de sçavoir quelle est la grandeur de cette force pour déterminer ce qu'elle doit produire d'accélération dans un temps donné, il faut en outre sçavoir la frequence des mêmes accélérations ou impulsions, puisque l'effet de cette force, qui est en raison composée de la grandeur de chaque impulsion & du nombre des mêmes impulsions, dépend autant de leur frequence que de leur force, ainsi on ne peut pas déterminer leur effet qu'on ne connoisse ce que chaque suite de ressorts imprimera d'impulsions en temps égal aux corps qu'elle accélere, & c'est ce qu'on n'a pas encore déterminé; & nous allons faire voir que le nombre que deux suites de ressorts semblables & également bandés en peuvent imprimer en temps égal, a deux corps égaux, est en raison inverse du nombre de ressorts dont ces suites sont composées, au lieu qu'il faudroit, pour que cette regle fût vraye, que le nombre des impulsions que pourroient imprimer ces deux suites en temps égaux, fût égal dans l'une & dans l'autre suite, puisque ce ne seroit que dans ce cas que leurs effets seroient proportionnels aux temps. Ainsi ce n'est point ce que j'appelle *Force* ou *impulsion instantanée*, & que M. Bernoulli appelle *Force morte* ou *pression*, qui produit un effet proportionné au temps que dure son action, mais ce que j'ai appellé *Force actuelle*, qui est en raison composée de la grandeur ou de la force de chaque impulsion, & du nombre de ces impulsions en temps égal.

Pour rendre ceci intelligible, appliquons ce principe à quelque accélération connuë, comme par exemple, à celle que produit un fluide homogene contre un corps dont il accélere le mouvement avec différents degrés de vîtesse. C'est une chose connuë que les accélérations que causera ce fluide, avec différents degrés de vîtesse, a un même corps, ou a deux corps semblables & égaux, seront en temps égal en raison doublée

doublée des vîtesses du fluide; & cela par la raison que chaque impulsion instantanée, ou la force morte, sera comme la vîtesse du fluide, & que le nombre d'impulsions que recevra le corps accéléré en temps égal, sera encore en même raison que la vîtesse, ce qui fait que l'accélération totale que recevra ce corps, ou que recevront ces deux corps égaux & semblables, sera comme le quarré des vîtesses du même fluide; au lieu que si l'on suivoit le principe ci-dessus, qui est que la simple pression, qui n'est que comme la vîtesse, multipliée par le temps, qu'on suppose ici égal, dût être la mesure de l'accélération totale, cette accélération ne seroit que comme la simple vîtesse en temps égal, ce qu'on sçait être fort éloigné de la vérité.

J'ai dit ci-dessus qu'il y avoit encore une troisiéme espece de force qu'il falloit distinguer des deux autres, dans les accélérations causées par des suites de ressorts composées de nombres différents de ressorts, c'est l'accélération totale que peuvent causer ces suites dans leur débandement entier, qui est le point où ces ressorts étant parvenus, ils n'ont plus aucune force à communiquer aux corps qu'ils accélerent, qui est aussi le point où ces corps les abandonnent. J'appelle cette accélération totale *Force* ou *Vîtesse virtuelle de chaque suite*, que nous démontrerons être égale dans toutes les suites composées de ressorts égaux & semblables, & également comprimés, mais qui ne différent que par le nombre de ressorts dont ces suites sont composées.

Mais il est necessaire de rapporter ici ce qui est dit à la page 34 art. 5 du Mémoire de M. Bernoulli, qui est un principe dont je conviens, & dont je me servirai pour prouver mon sentiment. Voici ce que porte cet article.

« Quelque soit la cause d'une pression, qui par la durée de son action, il faudroit mettre, au lieu de durée, qui par la réitération de ses impulsions, produit enfin du mouvement, si elle est d'une quantité déterminée, telle qu'un ressort bandé, par exemple, qui par sa détente employe sa force à produire une vîtesse actuelle, dans un corps qui n'en avoit pas aupa-

» ravant. Je dis, & la chose est évidente, qu'à mesure que ce
» corps reçoit de nouveaux degrés de force, la force qui les
» produit en doit perdre tout autant jusqu'à ce que la force
» du ressort soit entiérement épuisée & transferée au corps
» dans lequel elle est comme ramassée par l'accumulation de
» tous les petits degrés qui y ont été produits successivement.

Et nous ajoûterons ici l'inverse de cet article, qui n'est pas moins vrai, qui est : Je dis, & la chose est évidente, qu'à mesure que la force qui produit l'accélération (ce sont les ressorts) perd de nouveaux degrés de force, le mobile accéléré en doit gagner tout autant, ensorte que la perte de l'un sera toûjours égale au gain de l'autre, jusqu'à ce que la force du ressort soit entiérement épuisée & transférée au corps dans lequel elle est comme ramassée par l'accumulation de tous les petits degrés qui y ont été produits successivement. Je reviens à l'article où sont ces mots : *Chacun de ces ressorts aura donc perdu de part & d'autre une partie égale de son élasticité, & il leur en restera par conséquent à chacun également.* Donc puisque la suite de ressorts qui étoit resserrée dans l'espace *BD*, a perdu en traversant l'espace *DH* autant de sa force que j'appelle *virtuelle*, que la suite qui étoit resserrée dans l'espace *AC*, a perdu de la sienne en traversant l'espace *CG*; il s'ensuit par l'article précédent, que le mobile accéléré par la suite *BD* a autant gagné de force en traversant *DH*, que le mobile accéléré par la suite *AC* en a gagné en traversant l'espace *CG*, d'où il suit que ces mobiles auront autant de force l'un que l'autre en arrivant l'un en *H*, l'autre en *G*, & comme les masses de ces mobiles sont supposées égales, il s'ensuit que leurs vîtesses seront aussi égales, puisque des corps dont les masses & les forces sont égales, ont des vîtesses égales.

Par la même raison si l'on divise l'abscisse *DI* de la courbe *DNOK* en une infinité de parties égales, & l'abscisse *CF* de l'autre courbe *CMdL*, en un même nombre de parties aussi égales entr'elles, il est visible que chaque partie de la premiére abscisse sera à chaque partie de la seconde,

comme la premiére abscisse à la seconde, comme *BD* à *AC*; comme le nombre des ressorts dont est composée la premiére suite, au nombre des ressorts dont est composée la seconde, comme *i* à *n*, selon la supposition de M. Bernoulli : or comme le même raisonnement subsiste toûjours à l'arrivée des mobiles accélérés à chaque appliquée correspondante des deux Courbes, il est incontestable que ces mobiles auront chacun à chaque appliquée correspondante des deux Courbes des forces égales, & par conséquent des vîtesses égales, à cause de l'égalité de leurs masses. Donc ces deux mobiles, en abandonnant leurs ressorts, l'un au point *I*, l'autre au point *F*, auront encore des forces & des vîtesses égales. *C. Q. F. D.*

D'où il suit, 1.° Que les vîtesses des corps en mouvement sont comme leurs forces. 2.° Que tant les vîtesses que les forces des corps accélérés par des suites de ressorts semblables & également bandés sont égales, quelque soit le nombre des ressorts dont ces suites sont composées. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE I.

Donc si ces mêmes corps, ou deux corps quelconques égaux en masses, revenoient à l'encontre de ces deux suites de ressorts débandés avec des vîtesses égales, ils rebanderoient ces deux suites au même point, ou au même degré de tension qu'elles avoient, quand elles ont commencé à accélérer ces deux corps; donc des forces ou des quantités égales de mouvement sont capables de comprimer deux suites de ressorts semblables, quelque soit le nombre des ressorts dont ces suites soient composées, au même degré de tension.

COROLLAIRE II.

Puisque le mobile accéléré par la suite *BD*, a gagné une accélération en traversant le petit espace *HP* (dx) égale à celle qu'a acquise le mobile accéléré par l'autre suite *AC*, en traversant le petit espace correspondant *GE* (ndx) quoique chaque impulsion, ou chaque force instantanée (p) dont ces

deux mobiles sont accélérés, fût égale, il est de nécessité que le nombre des impulsions qu'ont reçû ces deux corps, en traversant chacun leur espace correspondant, ait été égal de part & d'autre, puisque si l'un des deux avoit reçû un plus grand nombre d'impulsions égales en force que l'autre, son accélération auroit été plus grande que celle de l'autre.

COROLLAIRE III.

Il s'ensuit que, quelle que soit la nature des deux Courbes, dont les appliquées représentent les vîtesses des deux mobiles à chaque point de l'espace parcouru, toutes ces appliquées seront égales chacune à sa correspondante dans l'une & dans l'autre Courbe; ainsi en divisant l'abscisse *DI*, en tant de parties égales qu'on voudra, & l'abscisse *CF* de l'autre Courbe en un même nombre de parties égales; si l'on mene de chacune de ces parties, tant sur l'une que sur l'autre abscisse des appliquées qui se terminent à la circonférence de chacune des deux Courbes, toutes les appliquées d'une Courbe seront égales chacune à sa correspondante de l'autre, les vîtesses des mobiles étant égales en tous les points où tombent ces appliquées. Donc les temps que ces mobiles employeront à traverser chacun de ces espaces seront entr'eux comme ces espaces, puisque quand les vîtesses sont égales, les espaces parcourus sont comme les temps employés à les parcourir.

Fig. 6. Or on ne peut déterminer quelle est la nature de ces deux Courbes, qu'on ne sçache suivant quelle loy l'accélération des ressorts diminüe à mesure qu'ils se débandent; mais il est visible qu'elles seront chacune un quart d'ellipse ou d'ovale de quelque degré, & que les derniéres Tangentes de ces Courbes aux points *K* & *L*, c'est-à-dire, les prolongations des petites lignes *SK*, *ZL*, seront paralléles aux abscisses *DI*, *CF*, parce que les ressorts n'auront plus de force à communiquer aux mobiles lorsqu'ils seront arrivés en *T* & en *&*, & par conséquent que les deux derniéres appliquées infiniment proches *TS*, *IK*, aussi-bien que les deux *&* *Z*, *FL*, seront égales, & qu'aprés cela les mobiles

continüeront à se mouvoir avec des vîtesses uniformes.

Ainsi on ne peut pas conclurre de tout ceci, que les Courbes des vîtesses de ces mobiles, même dans le cas où l'on supposeroit que ces ressorts seroient capables d'une extension infinie, comme, par exemple, si le nombre étoit infini, & qu'en parcourant un espace fini, ils ne perdissent qu'une partie infiniment petite de leur élasticité : on ne peut pas, dis-je, en conclurre que ces Courbes fussent des paraboles; car il ne suffit pas que les pressions ou les forces instantanées, ou forces mortes, comme on voudra les nommer, soient égales entr'elles, pour produire à chaque intervalle égal d'espace, à chaque dx, une vîtesse qui fût comme les augmentations des appliquées d'une parabole, il faudroit outre cela une circonstance qui est essentielle, qui est que le nombre des impulsions fût comme les temps, ce qui ne se trouve pas dans les accélérations causées par des ressorts.

COROLLAIRE IV.

Puisque le nombre des impulsions que le mobile accéléré par la plus grande suite de ressorts reçoit, n'est pas plus grand pendant le temps qu'il est à traverser un espace proportionné au nombre de ses ressorts, que le mobile accéléré par la moindre suite n'en reçoit en traversant un espace proportionné au nombre des ressorts de la sienne, il s'ensuit qu'en temps égal le mobile de la grande suite ne reçoit qu'un nombre d'impulsions qui est au nombre d'impulsions que reçoit le mobile accéléré par la moindre suite, en raison inverse du nombre de leurs ressorts; & comme chaque impulsion est égale de part & d'autre, la force actuelle de chaque suite, bien-loin d'être en raison directe du nombre des ressorts, est au contraire en raison inverse de ce nombre, ensorte qu'une suite de ressorts semblables & égaux, est un ressort d'autant plus foible, que le nombre des ressorts dont cette suite est composée est plus grand; & il n'y a personne qui ne conçoive aisément que, si au lieu d'un seul ressort, on pouvoit en mettre sous un Carrosse une douzaine les uns

ſur les autres, ce Carroſſe n'en fût beaucoup plus doux; puiſque le corps de ce Carroſſe, auſſi-bien que ceux qui ſeroient dedans, ſeroient d'autant plus de temps à perdre la vîteſſe acquiſe en tombant de quelque petite hauteur dans les cahots, que le nombre des reſſorts qui les ſoûtiendroient, ſeroit plus grand. Voilà donc encore une ſeconde contradiction entre le principe de forces vives, ſuppoſé comme le produit des maſſes des corps en mouvement par le quarré de leur vîteſſe, & un autre principe reconnu de tout le monde pour vrai, puiſque ce dernier a été tiré du Mémoire même que nous réfutons.

Paſſons à préſent à une autre démonſtration tirée du même écrit, qui eſt ſi déciſive ſur ce point, qu'elle ſeule ſuffiroit pour renverſer de fond en comble tout ce qu'on a voulu établir en faveur du ſyſteme des Forces vives. Il n'y a qu'à lire ce qui eſt depuis la page 20, Art. III, juſqu'à l'Art. V, page 21, où commence le deuxiéme Corollaire que je vais rapporter. Voici ce Corollaire.

„ Soit après l'entiére ſéparation des corps d'avec le reſſort, „ la vîteſſe uniforme du mobile $A = a$, & la vîteſſe du mo- „ bile $B = b$, on aura $A, B :: b, a$, & par conſéquent „ $a, A = bB$; d'où il ſuit que la quantité de mouvement, qui „ n'eſt autre choſe que le produit de la maſſe par la viteſſe, „ eſt égale de part & d'autre.

Fig. 7. Suppoſons deux corps en repos A & B, entre leſquels eſt un reſſort bandé C, qui commençant à ſe débander, faſſe un effort égal de part & d'autre, pour éloigner l'un de l'autre les corps A & B, il eſt viſible que le reſſort ne ſçauroit agir contre un des corps, qu'il n'agiſſe en même temps contre l'autre; & comme il agit contre chacun de ces corps avec une force égale, il leur imprimera à chaque inſtant de petits degrés égaux de force; & comme la choſe continüera toûjours tant que ce reſſort agira, & qu'il n'agira pas plus long-temps contre l'un que contre l'autre, il s'enſuit que chacun de ces corps, lorſque le reſſort les abandonnera, ſe mouvera avec une force égale, puiſque chacun aura reçû,

pendant l'action du ressort, un même nombre de degrés égaux de force; d'où il suit que le ressort *C* étant entiérement débandé, ou retenu par quelque obstacle qui l'empêche de se débander tout-à-fait, les deux corps *A* & *B* continüeront à se mouvoir avec des forces égales, lesquelles seront égales à la somme de toutes les impulsions que le ressort leur aura imprimées pendant la durée de son action. Et comme nous venons de voir dans le Corollaire précédent, que ces deux corps se mouveront avec des vîtesses réciproques à leurs masses, il s'ensuit que, lorsque des corps ont des quantités égales de mouvement, ces mêmes corps ont des forces égales. *C. Q. F. D.*

Peut-être ne sera-t-il pas hors de propos de prévenir ici une objection que pourroient assés naturellement faire ceux qui n'examineroient ces matieres que fort superficiellement, qui est que, comme les corps élastiques peuvent être regardés comme des espéces de fluides, & que les fluides, comme l'on sçait, agissent contre les obstacles qu'ils rencontrent, non en raison simple de leur vîtesse, mais en raison doublée de cette même vîtesse, que du moins dans les corps à ressort la loi des quarrés des vîtesses pourroit avoir lieu; il est à propos de répondre à cette difficulté, en faisant voir que cette idée seroit très-fausse, & pour cela il faut examiner par quelle raison les fluides agissent en raison doublée de leurs vîtesses. La raison est que les impulsions des fluides contre les corps qu'ils rencontrent, agissent premiérement en raison de leurs vîtesses, comme les autres corps, & en second lieu le nombre des impulsions qu'ils impriment en temps égal, est encore en raison de leur vîtesse, ce qui forme une raison doublée des vîtesses; mais il n'en est pas de même lorsqu'il n'y a qu'un seul corps, quoique fluide, qui agit contre un obstacle : une goutte de pluye, par exemple, qui frapperoit contre une surface avec différents degrés de vîtesse, ou deux gouttes égales en grosseur, dont l'une viendroit à frapper perpendiculairement une surface avec un degré de vîtesse, & l'autre avec deux degrés, la seconde goutte n'imprimeroit

pas à cette surface un effort quadruple, mais seulement un double de la premiére; par la raison que si cette goutte, qui va avec une plus grande vîtesse, imprime à la surface qu'elle frappe, des coups plus fréquents pendant la durée de son action, cette action cesse aussi plûtôt, & est plûtôt épuisée une fois que l'action de l'autre; & à tout compter, l'une n'imprimera pas un plus grand nombre d'impulsions que l'autre; ainsi leurs effets ne seront que comme chaque impulsion instantanée, c'est-à-dire comme leurs vîtesses: au lieu que si c'étoit deux ruisseaux qui fournissent continuellement de nouvelles particules d'eau pour heurter contre quelque obstacle dont les vîtesses fussent doubles l'une de l'autre, le ruisseau le plus rapide fourniroit, en temps égal, un nombre d'impulsions proportionné à sa vîtesse, & comme chaque impulsion agiroit encore en raison de cette même vîtesse, son action totale seroit en raison doublée de sa vîtesse, ce qui est fort différent de l'action des gouttes d'eau, ou des corps élastiques dont nous venons de parler.

Je reserve à faire l'application du principe que je veux établir, pour un autre Mémoire qui doit suivre celui-ci, ne pouvant pas m'étendre ici davantage. Ce principe est que les forces que je nomme *actuelles*, ne sont point en raison composée de forces instantanées, & des temps, comme plusieurs Géométres l'ont avancé, mais en raison composée de ces forces instantanées, & du nombre, ou de la multitude qui en est imprimée aux corps choqués en temps égal; ainsi le principe que ces Messieurs ont avancé, n'est vrai que dans une seule hypothese, qui est celle où les temps sont la mesure du nombre des impulsions, comme dans celle de Galilée, & se trouve faux dans toutes les autres.



QUELLE

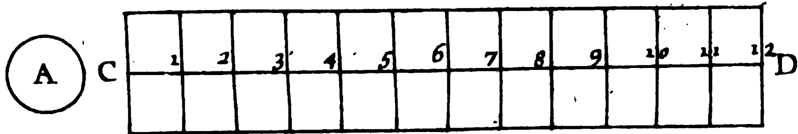
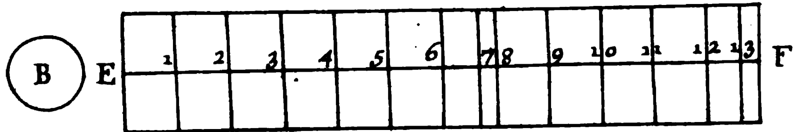


Fig. 2.



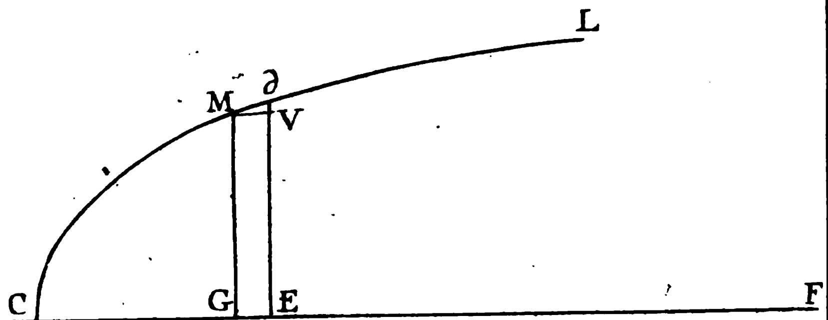
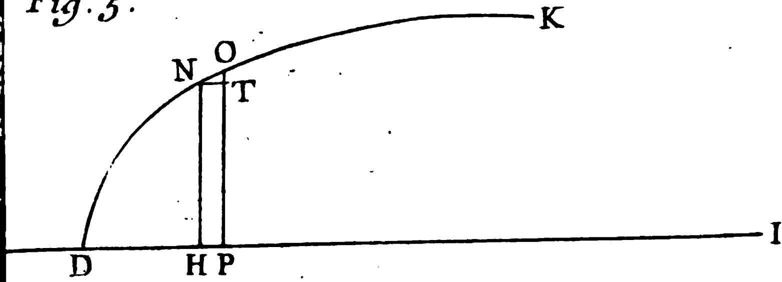


Fig. 5.



6.

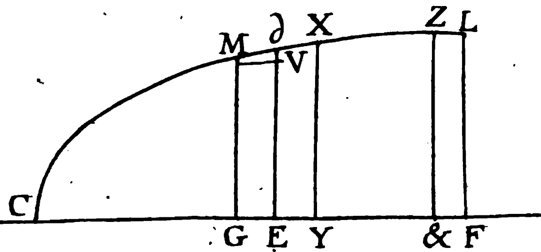
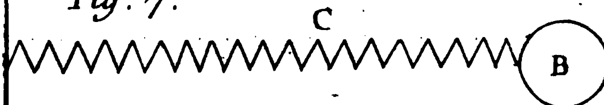


Fig. 7.



Ph. Simonneau Sculp.

QUELLE EST LA PRINCIPALE CAUSE de l'altération de la Blancheur des Pierres & des Plâtres des Bâtiments neufs!

Par M. DE REAUMUR.

UN Bâtiment neuf, dont les Pierres ont encore tout l'éclat de la blancheur qu'elles avoient en sortant de dessous la Scie & le Ciseau, fait à nos yeux un effet bien différent de celui qu'il y fera, lorsque la couleur de ses Pierres aura été obscurcie, & comme enfumée. On ne peut penser sans regret, que cette premiére fraîcheur de nos Bâtiments de Paris ne doive durer que peu d'années. Il paroîtroit une toute autre Ville, si les Pierres dont ses Maisons sont construites conservoient leur blancheur, comme les Pierres dont sont construites les Maisons des bords de la Riviere de Loire, depuis Amboise jusqu'à Saumur, conservent la leur. Là on trouve quantité de Châteaux, que la vetusté fait tomber en ruine, qui vûs de quelque distance, semblent n'être que faits. La couleur des Maisons bâties de Plâtre s'altere ici encore plus vîte que la couleur des Maisons bâties de Pierres. 13 Juillet 1729.

J'ai toûjours entendu attribuer, sans hésiter, la cause de l'altération de la couleur des Pierres de nos Maisons de Paris, & de celles des Maisons des grandes Villes, aux vapeurs dont ces Villes sont remplies. On a pensé que ces vapeurs qui s'élevent abondamment dans des endroits si habités, & qui y circulent, s'attachoient à la surface des Pierres; qu'elles les noircissoient comme elles noircissent ou jaunissent le papier & le linge exposés à l'air; que les Pierres d'une grande Ville étoient par rapport à celles d'une petite Ville, ce qu'est du linge porté l'Hyver, à du linge porté l'Eté; ce dernier, exposé à moins de fumées, est sali plus tard que l'autre. Des moyens aisés

d'empêcher nos Murs de ſe noircir ainſi, de ſe ſalir, ſont au rang des ſecrets à deſirer, & je les ai oüi deſirer bien des fois; ils mériteroient d'être cherchés avec ſoin, & de plus avec patience, car le ſuccès des expériences que ſuppoſe cette recherche, ne peut être prouvé qu'après une ſuite d'années. On eſt ordinairement plus en état d'apporter remede à un mal, quand la cauſe en eſt bien connuë, ſans être en état d'en apporter à celui dont nous parlons, au moins l'attention que j'y ai donnée, m'a fait voir que la cauſe à qui on l'attribüe ordinairement n'eſt pas la véritable; que nos Murs & nos enduits de Plâtre ne ſont point noircis immédiatement par les vapeurs qui s'y attachent; que ſi elles y contribüent en quelque choſe, que c'eſt comme la pluye & les roſées contribüent à ſalir les Allées de nos Jardins, en y faiſant croître des herbes de différentes eſpeces.

La comparaiſon des Allées de nos Jardins avec les Murs de nos Maiſons eſt abſolument exacte; la Nature eſt plus féconde en Plantes, par rapport aux unes & aux autres, que nous ne voudrions. Ce ſont à la vérité des Plantes bien petites, que celles qui cachent la couleur blanche de nos Pierres, qui les ſont paroître comme ſi elles avoient reçû une couche de peinture d'un gris noirâtre, aſſés mal étendüe, mais ce ſont des Plantes qui ſe multiplient prodigieuſement.

Les Botaniſtes ont donné le nom de *Lichen* à un genre de Plantes qui ne ſe plaît que trop ſur nos Arbres. La plûpart des eſpeces de ce genre s'élevent peu, leur principal accroiſſement ſe fait en ſuivant la ſurface du corps ſur lequel elles ſe ſont attachées; elles ſemblent, pour ainſi dire, être une derniére couche de l'écorce de l'Arbre. Mais tous les Lichens n'ont pas beſoin, pour croître, de s'attacher à des corps auſſi propres à les nourrir que le ſont les Arbres; ils végétent ſur les corps les plus arides; les Tuiles, les Ardoiſes des Toits en ſont ſouvent entiérement couvertes.

Il eſt très-ordinaire d'en voir ſur les Murs des Maiſons de Campagne, ſur ceux des Murs des Maiſons de Ville qui ſont face à des Jardins, ou à de grandes Cours, qui paroiſſent

de même espece que quelques-uns de ceux des Arbres. Ceux-ci prennent une épaisseur assés considérable pour les rendre sensibles. Leur couleur aide encore à les faire reconnoître. Il y en a de différentes nuances de jaune, comme de citron, de jaune plus rougeâtre, &c. d'autres sont d'un gris-cendré. Enfin différentes especes de mousse s'attachent à nos Murs; ceux qui sont dans des endroits humides sont souvent couverts d'une mousse extrêmement mince, qu'on ne prendroit pas pour une mousse, si sa couleur verte ne la faisoit remarquer.

Mais ce ne sont pas les mousses vertes qui gâtent le plus la couleur de nos Murs, ce sont ou des Plantes grises qui sont sûrement des Lichens, ou d'autres d'un vert noirâtre qui ont bien l'air d'être aussi de ce genre. Il y en a de si petites, qu'elles égalent à peine en grosseur les têtes des plus petites épingles; posées, comme elles le sont souvent, très-près les unes des autres, leur assemblage fait le même effet par rapport à des yeux qui regardent les Murs de quelque distance, que feroit une couleur graveleuse étendüe sur les mêmes Murs. Quelquefois elles donnent aux Murs une couleur grise, & il est ordinaire aux Murs de Campagne, & sur tout à ceux de certaines Campagnes d'avoir cette couleur grise. Si on examine ces Murs de plus près, on apperçoit aisément en certains endroits de grandes plaques de Lichens gris, semblables à celles des Arbres; l'examen poussé plus loin, fait observer de ces Lichens de moins grands en moins grands, & enfin on parvient à en découvrir qui ne sont que comme de petits points posés les uns assés près des autres. On reconnoît ces petits points pour ce qu'ils sont véritablement, lorsqu'on ne vient à les observer qu'après avoir suivi les Lichens dans la suite de leurs degrés de diminution de grandeur. Les mêmes observations faites ensuite sur des Arbres où sont de larges Lichens, confirment dans l'idée qu'on a prise de ces petits grains à peine sensibles, & dont le nombre est si prodigieux sur les Murs; on en découvre à milliers d'aussi petits sur les Arbres.

Tous les Lichens des Murs dont nous parlons, ceux qui ont une si grande ressemblance avec ceux des Arbres, ne donnent souvent aux Pierres qu'une legere teinture grise. Le blanc des endroits du Mur, qui ne sont point couverts par ces petites Plantes, mêlé avec le gris qui est leur couleur propre, ne compose qu'une légere nuance de gris, ou plûtôt ne fait paroître le Mur que comme s'il étoit d'un blanc un peu sale.

Mais il y a des Murs qui ont des teintes qui tirent sur le noir ; quelquefois ces teintes sont légeres, quelquefois elles sont assés fortes. Si on considére avec attention les endroits des Murs ainsi noircis, si on aide de plus ses yeux du secours d'une Loupe, on verra que le noir, comme le gris du cas précédent, est produit par l'assemblage d'une infinité de petits grains, qu'on ne hésitera à prendre pour des Plantes de même genre que celles qu'on a vûës, comme des points gris. Ici, comme dans l'autre cas, chaque grain paroît avoir le degré de consistance propre à ces sortes de Plantes ; il n'est point composé d'autres grains mal liés ensemble, comme il le seroit s'il étoit formé par l'addition successive de grains de poussiére, ou de vapeurs fuligineuses. Enfin nos grains noirs, ou plûtôt nos grains d'un brun verdâtre, car c'est là leur véritable couleur, ne semblent différents des grains gris que par la couleur. Si on les observe avec la Loupe, on verra dans les endroits les plus noirs de petites plaques plus arrondies & plus élevées que celles des Lichens ordinaires*. Aussi si on n'a point reconnu que la couleur des Murs n'est alterée que par le nombre prodigieux de ces petites Plantes, c'est qu'on n'a pas cherché à reconnoître ce qui l'altére. Au lieu de prouver que ce sont des Plantes, il n'y a qu'à renvoyer à observer des Murs noircis ceux qui se connoissent en Lichens, Mousses & Nostocs ; car s'il y a quelque matiére à doute, c'est seulement sur le genre des Plantes parmi lesquelles celles-ci doivent être rangées.

* Fig. 1. 2. & 3.

Pour rendre la figure de ces petites Plantes plus sensible à nos yeux, ausquels elle échappe souvent, quoiqu'ils soient

armés d'une Loupe, il y a un expédient qui m'a réüssi, c'est de bien moüiller l'endroit où on les veut observer; elles sont spongieuses comme le Nostoc, elles s'abbreuvent de même de l'humidité très-aisément, elles se renflent vîte & à un point qui prouveroit seul leur structure organique : de la terre ou un amas de vapeurs fuligineuses ne se renfleroit pas à beaucoup près autant. Une autre circonstance encore à remarquer, c'est que si pour les humecter, on les frotte avec un doigt moüillé, pourvû qu'on ne les frotte pas trop rudement, aucune teinture ne s'attache au doigt; or le doigt se coloreroit bien vîte, si étant moüillé, il frottoit quelque espece de Suye.

Il y a bien de l'apparence que ces Plantes trop multipliées, s'opposent mutuellement à leur accroissement, elles s'empêchent mutuellement de s'étendre, comme il arrive aux Plantes de nos Jardins qui ont été semées, & qu'on est obligé de transplanter. J'en ai trouvé de petits grouppes qui étoient plus à leur aise, qui ressembloient fort à certains petits grouppes de Nostoc.

On en rencontre sur des Murs dans toutes sortes d'expositions, quoique toutes les expositions ne leur soient pas également favorables. Les Murs tournés au Nord sont les mieux exposés pour la multiplication de nos petites Plantes; ceux qui sont tournés à l'Oüest en ont aussi beaucoup; mais il ne laisse pas d'en croître, & beaucoup trop sur les Murs qui sont tout autrement exposés.

Un même Mur fait voir aussi des endroits où elles se multiplient bien plus que sur les autres; ce sont ceux sur qui la pluye tombe plus abondamment, ceux sur qui le vent porte souvent l'eau qui coule des toits & des gouttiéres. Ces endroits restent reconnoissables, comme ils le seroient si l'eau qui coule dessus étoit par elle-même propre à les teindre; les endroits les plus noircis sont renfermés par les mêmes traits, qui marqueroient les plus grands écoulements de l'eau sur les Murs. Les parties saillantes, comme les corniches, les plintes, les cordons, qui sont au-dessous des fenêtres, sont les endroits les plus noircis*, sur-tout à leur

* Fig. 6. & 7.

partie supérieure; car leur partie inférieure, qui est plus à l'abri de la pluye, conserve sa couleur naturelle, plus long-temps même que les autres endroits du Mur ne conservent la leur.

Il semble par-là, que nos petites Plantes des Murs sont précisément de l'espéce de celles qui couvrent les Tuiles ou les Ardoises des toits; la pluie qui lave les toits, entraîne de jeunes Plantes, ou de leurs graines qu'elle dépose ensuite dans les rugosités des Murs. Ce n'est pourtant pas la pluye seule qui les transplante ou seme, la preuve en est qu'on en trouve sur les Cheminées les plus élevées; ou le vent les y a portées, ou elles y sont arrivées de proche en proche.

Quoique l'arrangement de ces Plantes, ou des amas de ces Plantes, soit très-irrégulier, & n'aille qu'à donner des teintes plus fortes à certains endroits qu'à d'autres, on en trouve quelquefois de disposées par especes de plaques, qui font un effet très-singulier. L'Hôtel d'Uzès, où je demeure, a le long d'un Jardin un grand Mur tourné au Nord, qui est des plus remarquables par la disposition des amas de ces Plantes*. Je n'ai vû qui que ce soit, Observateur, ou non, qui ait regardé ce Mur sans être frappé des Taches noires dont il paroît barboüillé, & je n'ai vû qui que ce soit qui ne m'en ait demandé la cause. Elles sont du même noir & de même figure à peu-près que celles que font les Laquais sur les Murs contre lesquels ils éteignent les Flambeaux; ou telles qu'en auroient faites, sur ce Mur, des Enfants qui se seroient divertis à le barboüiller avec un Charbon, par de gros traits détachés. Tant que l'on ne porte point la vûë au dessus des endroits où la main peut atteindre, on n'attribüe ces taches qu'à l'une ou l'autre de ces causes; mais lorsqu'on éleve les yeux jusqu'au haut de ce même Mur, qu'on leur fait parcourir toute son étendüe, dans laquelle on trouve huit grandes Croisées de face à chaque étage, séparées par de larges entre-fenêtres, & qu'on découvre de pareilles taches, éloignées au plus les unes des autres de trois à quatre pouces, sur toute la surface de ce Mur, on ne sçait plus à quoi les attribuer. Ces taches sont toutes, comme je l'ai dit, très-noires; leur

* Fig. 4. & 5.

figure est irréguliére, presque toutes pourtant sont plus longues que larges ; quelques-unes ont quatre à cinq pouces de longueur, & ont à peine sept à huit lignes de largeur, elles en imitent mieux de gros traits d'un charbon, que celles qui sont plus du double plus larges, & de la moitié plus courtes. Du reste leur longueur se trouve sous toutes sortes d'inclinaison, & à cela près qu'on ne l'a trouvé jamais paralléle à l'horison.

Les observations que j'avois faites sur les Plantes qui alterent la couleur des autres Murs, m'ont éclairci d'abord sur la nature des plaques noires de celui-ci, elles ne m'ont pas permis de les prendre pour autre chose que pour ces mêmes Lichens qui donnent de légeres couches noirâtres aux autres Murs, qui ne les font paroître que comme salis. Il étoit naturel de penser que les grains noirs plus serrés les uns contre les autres, donnoient une teinture de noir plus forte. Aussi quand je les ai examinés de plus près, ils m'ont paru des amas de ces mêmes grains que je trouvois parsemés, ou plus distants les uns des autres dans les intervalles qui étoient entre les traits noirs. Sur ces traits tous les grains se touchoient, ailleurs ils laissoient des vuides blancs. La seule difficulté qui reste, est donc de sçavoir pourquoi ces grains se sont si fort multipliés en certains endroits, pourquoi la couleur des bords de ces endroits noircis est si tranchée, pourquoi ils ne se terminent pas par des nuances plus claires, comme on l'observe dans les autres Murs sur ces endroits qui sont plus noircis que le reste, parce que la pluye a coulé dessus. Les plus petits sujets nous laissent toûjours quelque chose à ignorer. Si nos amas de grains, nos traits noirs, pouvoient être pris pour une seule Plante, il ne seroit pas étonnant que, ces Plantes affectant une certaine figure, toute l'étendüe qu'elles couvriroient fût plus noire que le reste, & également noire. Mais j'ignore si nous pouvons prendre chaque plaque pour une seule Plante.

Ces plaques ont une forme qui approche de celle que doit prendre sur les Murs l'eau qui a été poussée par le vent après avoir découlé des Toits, & cette eau a l'air d'avoir beaucoup de part à leur production ; cependant il est embarrassant de

décider, si de l'eau poussée une seule fois contre un endroit du Mur, y a porté assés de graines ou d'embryons pour remplir par la suite cette plaque ; & si de l'eau jettée une seule fois n'a pas suffi, si les endroits noircis doivent être arrosés plus copieusement que les autres, on ne voit pas pourquoi il arrive que l'eau les arrose plus que le reste, vû leurs dispositions irréguliéres.

Le Mur auquel nous venons de nous arrêter, est couvert d'enduits qui le font paroître de Brique. Depuis que j'y ai eu observé la disposition singuliére de nos taches noires, j'ai observé de pareilles taches sur quelques autres Murs, dont les uns étoient recouverts de Plâtre, & dont les autres étoient de Pierres de taille, & qui n'étoient pas exposés au Nord comme le nôtre. Les Fenêtres de nos Murs sont aussi de Pierres de taille, & il a sur ces Pierres, comme sur l'enduit, des taches noires.

Il y a des terrains, des climats, des expositions favorables à l'accroissement de certaines Plantes, & qui sont contraires à celui des autres. Peut-être que les Pierres qu'on tire des Carriéres des environs de Paris, sont de meilleurs terrains pour nos Lichens d'un verd-brun & noirâtre, que ne le sont les Pierres des bords de la Riviére de Loire, depuis Amboise jusqu'à Saumur, sur lesquelles les Lichens gris croissent plus volontiers. Je crois même avoir observé que certaines parties des Pierres de taille des environs de Paris valent mieux pour la production de ces Plantes que d'autres parties de mêmes Pierres, ou valent moins pour nous. Dans un Mur nouvellement bâti, il y a des Pierres qui en certains endroits sont d'une couleur qui tire sur celles de la Glaise, pendant que les environs de la même Pierre sont très-blancs. Ces endroits n'ont souvent cette couleur de Glaise, que parce qu'ils sont moins secs que le reste, ils deviendroient blancs par la suite. Mais avant d'avoir pris le blanc où ils pourroient arriver, ils reçoivent souvent un enduit très-noir, par nos petites Plantes qui s'y multiplient. Peut-être aussi que l'air plus humide qui est autour des Maisons des Villes, rend leurs Murs plus fertiles

fertiles en ces Plantes qui les défigurent. Il m'a paru que les Lichens noirs se multiplioient moins sur les Maisons des environs de Paris que sur celles de Paris même, quoiqu'ils ne laissent pas de s'y multiplier beaucoup.

Mais ce qui resteroit à trouver, ce seroit des moyens d'empêcher ces Plantes de croître sur nos Murs ; c'est, comme je l'ai dit en commençant, matiére à expériences longues à suivre. Je ne suis pas encore en état de rendre compte de celles que j'ai tentées ; elles sont de nature à pouvoir être faites par tout le monde, car il ne s'agit que de voir quels sont les enduits & les liqueurs à bon marché, les dissolutions de Sels, &c. qui peuvent rendre les Murs des terrains sur lesquels ces Plantes ne pourront croître. Il est déja certain que les enduits de Chaux leur sont contraires, qu'elles y viennent bien plus difficilement que sur les enduits de Plâtre.

EXPLICATION DES FIGURES.

Les *Fig. 1. & 2.* représentent deux portions de Taches noires d'un Mur, observées à la Loupe, après avoir été moüillées. On y voit que ces Taches ne sont qu'un amas de petits grains convexes & arrondis.

La *Fig. 3.* représente deux des grains des Figures précédentes, vûs séparément & plus grosses.

La *Fig. 4.* représente une partie d'un Mur de l'Hôtel d'Uzès, comprise entre deux Fenêtres, sur lequel on voit quantité de ces Taches noires qui le salissent d'une façon singuliére. Elles y paroissent tant sur ce qui est peint en Brique, que sur ce qui est de Pierre de taille, & que sur ce qui est en Plâtre.

La *Fig. 5.* est une petite portion du même Mur, où les Taches se rapprochent un peu plus de leur grandeur naturelle.

Les *Fig. 6. & 7.* sont dessinées pour faire remarquer que leurs surfaces supérieures, horisontales & saillantes hors des Murs *a a,* sont plus noires que leurs surfaces verticales *a a, b b.* Leurs surfaces horisontales inférieures, qui sont cachées ici, sont bien moins noircies encore, & quelquefois ne le sont point du tout.

TRAITÉ DES LIGNES DU TROISIÉME ORDRE, OU DES COURBES DU SECOND GENRE.

Par M. NICOLE.

DE toutes les Courbes du ſecond genre, quelques-unes, comme la Ciſſoïde, les deux Paraboles cubiques, l'Hyperbole cubique, & la Parabole de M. Deſcartes, ſont connües depuis long-temps.

Le célebre M. Newton eſt le premier qui ait donné un Traité de toutes les Courbes de ce genre. Ce Traité a été imprimé pour la premiére fois à la fin de ſon Optique, publié en 1704. Dans cet ouvrage M. Newton annonce les Propriétés générales de ces Courbes, & il donne quatre Equations auxquelles il les rapporte, mais le tout eſt ſans Démonſtration. C'eſt des différentes modifications, que peuvent recevoir ces quatre Equations, que ſe tirent le nombre & les différentes figures de toutes ces Courbes, que M. Newton avoit fixées à ſoixante-douze eſpeces.

Depuis ce temps-là il a paru deux Ouvrages ſur cette matiére. Le premier eſt de M. Stirling, imprimé en 1718. On y trouve le nombre de ces Courbes augmenté de quatre eſpeces qui avoient échappées à M. Newton. Le ſecond eſt de M. Mac, Lorrain, imprimé en 1720. Mais quoique ces deux Ouvrages contiennent chacun des choſes excellentes, j'ai crû qu'il ſeroit utile d'expliquer & de démontrer d'une maniére preſque toûjours nouvelle, les propriétés principales de ces Courbes. C'eſt ce que je me ſuis propoſé dans ce Mémoire, en n'employant pour cela que les Méthodes ordinaires. Je n'ai point fait difficulté de me ſervir en quelques

endroits de ce Mémoire, des explications même de M. Stirling, parce que je n'eusse pas pû en donner de plus claires.

Avant d'entrer en matiére, j'ai besoin de faire faire les observations suivantes.

I. On sçait que le degré d'une Equation qui exprime la nature d'une Ligne géométrique, droite ou courbe, est égal au nombre des points dans lesquels cette Ligne géométrique peut être coupée par une même Ligne droite.

II. L'Equation à la ligne droite, qui est la Ligne du premier ordre, n'est que du premier degré, c'est-à-dire, que si l'on nomme x & y les Coordonnées à cette Ligne, ces grandeurs algébriques n'auront qu'une dimension dans l'Equation; aussi une ligne droite ne peut-être coupée par une autre ligne droite qu'en un point.

III. L'Equation des Sections coniques, qui sont les Lignes du second ordre, ou les Courbes du premier genre, est du second degré, c'est-à-dire, que les Coordonnées x & y de ces Courbes ont chacune deux dimensions dans l'Equation qui en exprime la nature; il faut cependant, pour que cela arrive, que les droites sur lesquelles ces Coordonnées sont prises, & qui sont leurs Axes, coupent elles-mêmes la Courbe, chacune en deux points, ou soient paralleles à de telles lignes, alors chacune des Coordonnées coupe la Courbe en deux points, & c'est ce qui arrive dans le Cercle, l'Ellipse & l'Hyperbole rapportés à ses diametres, & même à la Parabole rapportée à un Axe qui coupe l'Axe ordinaire. Mais lorsque l'Axe de l'une des Coordonnées ne coupe la Courbe qu'en un point, comme dans la Parabole rapportée à son vrai Axe, l'Equation de la Courbe est en ce cas telle, que l'une des Coordonnées a deux dimensions, & l'autre n'en a qu'une; & quand aucun des deux Axes ne coupe la Courbe, & que chacun la touche dans l'infini, ou lui est asymptote, comme dans l'Hyperbole considérée par rapport à ses Asymptotes, alors chacune des Coordonnées n'a qu'une dimension, mais dans l'Equation elles se multiplient entr'elles.

IV. Tout ceci est évident, & suit de ce que toute Equation

du ſecond degré, qui renferme deux inconnües, élevée chacune au Quarré, & mêlée avec des termes connus, donne par ſa réſolution deux valeurs de chacune des deux inconnües. Que ſi l'Equation ne renferme que le Quarré de l'une des deux inconnües avec d'autres termes, où la ſeconde inconnüe n'ait qu'une dimenſion, la réſolution de cette Equation donne deux valeurs de l'inconnüe élevée au Quarré, & ne donne qu'une valeur pour celle qui n'a qu'une dimenſion. Enfin ſi les deux inconnües n'ont chacune qu'une dimenſion, & ſe multiplient l'une par l'autre, la réſolution de l'Equation ne donnera qu'une valeur pour chacune.

V. Des quatre Sections coniques, l'Hyperbole & la Parabole ſont donc les ſeules dans l'Equation deſquelles les deux Coordonnées, ou une ſeule peut n'avoir qu'une dimenſion. Dans l'Hyperbole, chacune de ſes Coordonnées eſt parallele à une Aſymptote, qui eſt une Tangente infinie à l'extrémité de chaque branche hyperbolique, & dans la Parabole cette Ordonnée eſt parallele à l'Axe, ou à ſa Tangente infinie, à l'extrémité de la branche parabolique.

VI. Lorſque l'Equation de la Parabole contient les Quarrés des deux Coordonnées, c'eſt-à-dire, que cette Courbe eſt rapportée à un Axe qui coupe l'Axe ordinaire, on peut faire diſparoître une dimenſion de l'une des Coordonnées : il ne faut pour cela que faire faire à cet Axe une révolution circulaire autour du point de concours de ces deux Axes. En conſervant la même poſition des Ordonnées ſur cet Axe, on verra qu'à chaque inſtant de cette révolution, cet Axe & ſon Ordonnée coupent chacun la Parabole en deux points, & qu'à meſure que cet Axe approche de l'Axe ordinaire, des deux points, où il coupe la Parabole, l'un tend à être le ſommet, & l'autre à ſe perdre dans l'infini, & s'y perd en effet, lorſque les deux Axes ſe couvrent. Il en eſt de même de l'Hyperbole, lorſque ſon Equation renferme les Quarrés des deux Coordonnées ; cette Courbe eſt alors rapportée à ſon Axe, ou à l'un de ſes diametres : on peut faire diſparoître de l'Equation une dimenſion de chacune de ces Coordonnées,

en faiſant faire une révolution circulaire à ce diametre autour du centre de l'Hyperbole, & en conſervant à l'Ordonnée ſur ce Diametre la même poſition qu'ont les deux Aſymptotes, on verra qu'à chaque ſituation de ce Diametre, il coupera toûjours les deux Hyperboles oppoſées chacune en un point, & que ſon Ordonnée coupera la même Hyperbole toûjours en deux points; mais que quand ce Diametre ſera devenu l'Aſymptote, il ne coupera plus les Hyperboles oppoſées, & que ſon Ordonnée, alors parallele à la ſeconde Aſympote, ne coupera ſon Hyperbole qu'en un point, de même que ſa Coordonnée.

VII. Dans les Courbes des ordres ſupérieurs, & qui s'étendent à l'infini, on peut conſidérer les branches infinies comme des branches hyperboliques ou paraboliques; les hyperboliques ſont celles qui ont des Aſymptotes, & les paraboliques ſont celles qui ont une Tangente infinie ſans être aſymptote.

VIII. On découvre quelles ſont les Courbes qui ont de telles branches, en cherchant par l'Equation donnée de la Courbe ſa Soutangente pour un point indéterminé de cette Courbe. Si l'on retranche l'Abſciſſe de cette Soutangente, ou ſi elle en eſt retranchée, ce qui reſte eſt la partie de la Soutangente renfermée entre l'origine de l'Abſciſſe & la rencontre de la Tangente. Si cette portion reſtante eſt finie, lorſque l'Abſciſſe eſt infinie, la Tangente eſt une Aſymptote, & la branche de Courbe eſt de l'eſpece hyperbolique. Si cette portion reſtante eſt infinie, quand l'Abſciſſe eſt infinie, la Tangente infinie eſt alors parallele à l'Axe, & la branche de Courbe eſt de l'eſpece parabolique. Cette méthode de déterminer les Aſymptotes des Courbes, ne convient qu'aux Aſymptotes obliques à l'Axe; pour celles qui lui ſont perpendiculaires (car la même Courbe peut en avoir des unes & des autres) il ne faut qu'examiner ſi par la nature de l'Equation de la Courbe, l'Ordonnée peut être infinie, lorſque l'Abſciſſe eſt finie, ou réciproquement; car alors celle des deux Ordonnées qui eſt infinie eſt aſymptote, & même toutes

les deux, ſi cette condition eſt réciproque, & la Courbe a une branche, ou deux branches hyperboliques.

IX. Dans les Lignes du troiſiéme ordre, ou les Courbes du ſecond genre, les Equations ſeront donc telles, que chacunes des Coordonnées auront trois dimenſions, & alors elles couperont chacune la Courbe en trois points. Mais l'une des Coordonnées pourra perdre une dimenſion, & même deux, ſi ces Courbes ont une ou deux branches de l'eſpece parabolique ou hyperbolique ; & même chacune des Coordonnées pourra perdre une dimenſion, ſi les Axes de chacune ſont paralleles à une Aſymptote, ou à une Tangente infinie, mais il arrivera toûjours que les Coordonnées ſe multiplieront entr'elles, de façon qu'il y aura au moins dans l'Equation un terme où ces Coordonnées formeront par leur produit une grandeur de trois dimenſions, car autrement cette Equation appartiendroit à une Section conique.

X. Les Courbes dont le degré de l'Equation eſt impair 1, 3, 5, 7, &c. ont au moins deux branches oppoſées infinies, car chacune des Coordonnées ayant un expoſant impair, peuvent croître l'une & l'autre poſitivement & négativement juſqu'à l'infini ; toutes les Courbes du ſecond genre ont donc au moins deux branches hyperboliques ou paraboliques oppoſées.

XI. L'Equation générale des Lignes du troiſiéme ordre, & qui les renferme toutes, doit donc être telle, que l'une des Coordonnées doit avoir trois dimenſions & les dimenſions inférieures dans les différents termes de l'Equation où cette Coordonnée entre ; & l'autre Coordonnée, toûjours parallele à une Aſymptote, ou à une Tangente infinie, ne doit avoir que deux dimenſions & les inférieures dans les termes où elle entre. Mais les termes de cette derniére Coordonnée, pour faire une quantité de trois dimenſions, doivent être multipliés par les différentes puiſſances de la premiére, enſorte que le premier terme ou la ſeconde Coordonnée a deux dimenſions, doit être multiplié par la premiére Coordonnée élevée aux expoſants 1 & 0 ; & le ſecond terme,

où la seconde Coordonnée n'a qu'une dimension, doit être multiplié par la première élevée aux exposants 2, 1, 0.

Si donc les Coordonnées sont z & u, & les Coëfficients des différents termes de l'Equation sont a, b, c, d, e, f, g, h, on aura $uu \times \overline{z + a} = u \times \overline{bzz + cz + d} + ez^3 + fzz + gz + h$ pour l'Equation générale des Lignes du troisiéme ordre.

XII. Les cinq termes zuu, auu, $bzzu$, czu, du, qui sont les seuls de l'Equation affectés de la grandeur u, pouvant chacun manquer de toutes les façons possibles, ou, ce qui est la même chose, quatre quelconques de ces termes, ou trois, ou deux, ou un, pouvant être égaux à zero, ou aucun n'être égal à zero, il s'ensuit que si l'on fait de suite toutes ces suppositions, & que l'on tire de chacune la valeur de u qui en résulte, on aura relativement à toutes ces suppositions, le nombre d'Equations particuliéres renfermées dans l'Equation générale.

Toutes ces Equations particuliéres sont

Si $zuu, auu, bzzu, czu = 0$, on aura 1... $u = \ldots\ldots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{d}$.

$zuu, auu, bzzu, du = 0$........ 2... $u = \ldots\ldots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{cz}$.

$zuu, auu, czu, du = 0$........ 3... $u = \ldots\ldots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{bzz}$.

$zuu, bzzu, czu, du = 0$........ 4... $u = \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{a}}$.

$auu, bzzu, czu, du = 0$........ 5... $u = \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{z}}$.

Si $zuu, auu, bzzu$... $= 0$........ 6... $u = \ldots\ldots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{cz + d}$.

zuu, auu, czu.... $= 0$........ 7... $u = \ldots\ldots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{bzz + d}$.

zuu, auu, du..... $= 0$........ 8... $u = \ldots\ldots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{bzz + cz}$.

$zuu, bzzu, czu$..... $= 0$........ 9... $u = \frac{d}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{a} + \frac{dd}{4aa}}$.

$zuu, bzzu, du$..... $= 0$........ 10... $u = \frac{cz}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{a} + \frac{cczz}{4aa}}$.

$zuu, czu, du = 0$, on aura 11... $u = -\frac{bzz}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{bbz^4}{4aa}}$.

$auu, bzzu, czu = 0$....... 12... $u = -\frac{d}{2z} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{dd}{4zz}}$.

$auu, bzzu, du = 0$....... 13... $u = \frac{1}{2}c \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{1}{4}cc}$.

$auu, czu, du = 0$....... 14... $u = \frac{1}{2}bz \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{1}{4}bzz}$.

$bzzu, czu, du = 0$....... 15... $u =$ ...... $\pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a}}$.

Si zuu, auu ... $= 0$........ 16... $u =$ .... $\frac{ez^3+fzz+gz+h}{bzz+cz+d}$.

$zuu, bzzu$ ... $= 0$........ 17... $u = \frac{cz+d}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{\overline{cz+d}^2}{4aa}}$,

zuu, czu ... $= 0$........ 18... $u = \frac{bzz+d}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{\overline{bzz+d}^2}{4aa}}$,

zuu, du ... $= 0$........ 19... $u = \frac{bzz+cz}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{\overline{bzz+cz}^2}{4aa}}$,

$auu, bzzu$ ... $= 0$........ 20... $u = \frac{cz+d}{2z} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{\overline{cz+d}^2}{4zz}}$,

auu, czu ... $= 0$........ 21... $u = \frac{bzz+d}{2z} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{\overline{bzz+d}^2}{4zz}}$,

auu, du ... $= 0$........ 22... $u = \frac{bz+c}{2} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{\overline{bz+c}^2}{4}}$,

$bzzu, czu$ ... $= 0$......... 23... $u = \frac{d}{2z+2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{dd}{4 \times \overline{z+a}^2}}$,

bzz, du ... $= 0$......... 24... $u = \frac{cz}{2z+2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{cczz}{4 \times \overline{z+a}^2}}$,

czu, du ... $= 0$......... 25... $u = \frac{bzz}{2z+2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{bbz^4}{4 \times \overline{z+a}^2}}$,

Si

Si $zuu = 0$, on aura 26... $u = \frac{bzz+cz+d}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{\overline{bzz+cz+d}^2}{4aa}}$.

$auu = 0$........ 27... $u = \frac{bzz+cz+d}{2z} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{\overline{bzz+cz+d}^2}{4zz}}$.

$bzzu = 0$........ 28... $u = \frac{cz+d}{2z+2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{\overline{cz+d}^2}{4 \times \overline{z+a}^2}}$.

$czu = 0$........ 29... $u = \frac{bzz+d}{2z+2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{\overline{bzz+d}^2}{4 \times \overline{z+a}^2}}$.

$du = 0$........ 30... $u = \frac{bzz+cz}{2z+2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{\overline{bzz+cz}^2}{4 \times \overline{z+a}^2}}$.

Si aucun terme affecté de la grandeur u n'est zero,

on aura.......... 31... $u = \frac{bzz+cz+d}{2z+2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{\overline{bzz+cz+d}^2}{4 \times \overline{z+a}^2}}$.

REMARQUE I.

XIII. Ainsi les cinq termes affectés de la grandeur u, pouvant être pris quatre à quatre égaux à zero en cinq maniéres, trois à trois en dix maniéres, deux à deux aussi en dix maniéres, un à un en cinq maniéres. Si à toutes ces maniéres, on joint le cas où aucun de ces termes n'est zero, on aura 31 cas d'Equations, qui sont toutes les Equations particuliéres, renfermées dans l'Equation générale; mais ce nombre d'Equations peut diminuer considérablement, en rapportant à une seule Equation, toutes celles qui ont la même forme; par exemple, celles marquées 12, 20, 21, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 31, qui ont toutes un terme séparé du signe radical, lequel terme a un dénominateur variable, toutes ces Equations peuvent se rapporter à celle marquée 31, qui est la plus composée; car toutes ces Equations ne sont que celle-là, dans laquelle quelques-unes des lettres a, b, c, d, manquent. Cette Equation marquée 31, qui

est $u = \frac{bzz + cz + d}{2z + 2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{z + a} + \frac{\overline{bzz + cz + d}^2}{4 \times \overline{z + a}^2}}$,
& qui renferme les dix autres Equations que l'on vient de nommer, peut se réduire en une Equation plus simple par une transformation d'Axe, en cette sorte.

Fig. 1. Soit la droite BAE, l'Axe des u, dont l'origine est en B, & la droite $LBQG$, l'Axe des z, dont l'origine est en D, en sorte que $BD = a$, le dénominateur $z + a$ qui se trouve dans tous les termes de la valeur de l'Ordonnée u, fait voir que lorsque $z = -a$, cette Ordonnée est infinie; d'où il suit que la droite BAE est asymptote aux branches MR & KLT de la ligne du troisiéme ordre, & par conséquent (*Art. IX.*) que l'Ordonnée QM, parallele à cette Asymptote, ne peut rencontrer la Courbe qu'aux deux points M & m, tandis que l'Axe des z la rencontre dans les trois points L, l, G. Si maintenant on nomme q, la partie de la valeur de u qui est sous le signe radical, on aura $u = \frac{bzz + cz + d}{2z + 2a} \pm q$, c'est-à-dire, $QM = \frac{bzz + cz + d}{2z + 2a} + q$, & $qm = \frac{bzz + cz + d}{2z + 2a} - q$, & $QM - Qm$ ou $Mm = 2q$; ainsi, si l'on suppose Mm divisé en deux également en N, on aura $MN = Nm = q$. Donc $QN = Qm + mN = \frac{bzz + cz + d}{2z + 2a} - q + q = \frac{bzz + cz + d}{2z + 2a}$. Soit nommé cette grandeur t, on aura $t = \frac{bzz + cz + d}{2z + 2a}$ pour l'Equation de la Courbe SNV qui coupe en deux également en N toutes les lignes Mm. Cette Equation exprime une Hyperbole conique SNV, dont une des Asymptotes est BE, Axe des t; car cette grandeur t n'ayant qu'une dimension dans l'Equation, doit être paralléle à une Asymptote de l'Hyperbole, & ne peut couper cette Hyperbole qu'en un point; & l'Abscisse z ayant deux dimensions, doit la couper & son opposée chacune en un point. Maintenant pour construire cette Equation, soit pris AH qui coupe en C l'Axe des z pour la seconde Asymptote de

cette Hyperbole; on sçait par la nature de cette Courbe, que en quelqu'endroit que soit le point P, on aura toûjours $AP \times PN$ égal à un produit constant. Si donc on prend $AP = \frac{2z+2a}{b}$ & $PN = QN - QP = t - \frac{1}{2}bz - \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}ab$, leur produit sera $\frac{2tz+2at}{b} - zz - az - \frac{cz+ac}{b} + az + aa$, & le produit constant qui lui doit être égal pour satisfaire à l'Equation, sera $\frac{d}{b} - \frac{ac}{b} + aa$. On aura donc $\frac{2tz+2at}{b} - zz - az - \frac{cz-ac}{b} + az + aa = \frac{d}{b} - \frac{ac}{b} + aa$, d'où l'on tire $t = \frac{bzz+cz+d}{2z+2a}$ qui étoit l'Equation à l'Hyperbole que l'on avoit à construire. Mais si au lieu de rapporter les points de cette Hyperbole à tous les points de l'Axe LBG, on les rapporte à tous les points de sa seconde Asymptote ACH, en nommant l'Abscisse AP, x, & $\frac{1}{2}e$, le produit constant qui doit être égal au Rectangle $AP \times PN$, on aura $PN = \frac{e}{2x}$, qui est une seconde Equation à la même Hyperbole SNV, beaucoup plus simple que la premiére.

XIV. Il en sera de même de la Courbe du second genre, si au lieu de rapporter tous ses points M & m aux points Q de l'Axe LQG, on les rapporte aux points P de l'Axe APH; l'Equation de cette Courbe en deviendra plus simple, on aura $PM = PN + NM$ & $Pm = PN - NM$, ou en nommant PM, y, on aura $y - \frac{e}{2x} = \pm q$, ou (en remettant pour q sa valeur) $y - \frac{e}{2x} = \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{\overline{bzz+cz+d}^2}{4 \times \overline{z+a}^2}}$, ce qui donne $yy - \frac{ey}{x} + \frac{ee}{4xx} = \frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{\overline{bzz+cz+d}^2}{4 \times \overline{z+a}^2}$. Si maintenant on met pour $\frac{bzz+cz+d}{2z+2a} = QN$, sa valeur $PN + QP = \frac{e}{2x} + \frac{1}{2}bz + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}abz$

on aura $yy - \frac{ey}{x} + \frac{ee}{4xx} = \frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{ee}{4xx} + \frac{\overline{bz+c-ab} \times e}{2x} + \overline{\tfrac{1}{2}bz+\tfrac{1}{2}c-\tfrac{1}{2}ab}^2$, qui se réduit à $yy - \frac{ey}{x} = \frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{\overline{bz+c-ab} \times e}{2x} + \overline{\tfrac{1}{2}bz+\tfrac{1}{2}c-\tfrac{1}{2}ab}^2$, & si pour z & ses puissances on substitüe sa valeur tirée de $x = \frac{2z+2a}{b}$, qui donne $z = \frac{bx-2a}{b}$, il viendra, en ordonnant l'Equation, quatre termes où la quantité x aura les exposants 2, 1, 0 — 1, avec des coëfficients composés; si l'on prend enfin pour ces coëfficients les grandeurs a, b, c, f, cette Equation deviendra $yy - \frac{ey}{x} = axx + bx + c + \frac{f}{x}$, ou $xyy - ey = ax^3 + bxx + cx + f$, qui exprime la relation de tous les points de la Ligne du troisiéme ordre, rapportés à l'Axe *APH*. Ainsi des trente-une Equations trouvées *(Art. XII.)* les onze marquées *(Art. XIII.)* se réduisent à celle que l'on vient de trouver.

REMARQUE II.

XV. Des vingt Equations qui restent à rapporter à des formules plus simples, si l'on examine celles marquées 5, 13, 14, 15, 22, dont la plus composée est la 22me, $u = \frac{bz+c}{2} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{\overline{bz+c}^2}{4}}$, on verra que la partie $\frac{bz+c}{2}$ qui n'est point sous le signe radical, & qui exprime l'Ordonnée de la Courbe qui coupe en deux également toutes les lignes *Mm*, est en ce cas l'Ordonnée de la droite *APH*, en laquelle l'Hyperbole s'est changée, de sorte que *AB* étant $\frac{1}{2}c$. *BQ*, z. *QM*, ou *Qm*, u. *QS*, $\frac{bz}{2}$ & *AP*, x. *PM*, y, on aura toûjours $QP \pm PM = QM$, ou Qm, ou $u - \frac{bz-c}{2}$

Fig. 2.

$= y$, donc $y = \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{z} + \frac{\overline{bz + c}^2}{4}}$.
Le rapport de z à x étant constant, on aura aussi la valeur de z en x, laquelle étant substituée en sa place, & nommant les coëfficients nouveaux des différents termes qui en viendront, a, b, c, f, on aura $y = \pm \sqrt{axx + bx + c + \frac{f}{x}}$ ou $xyy = ax^3 + bxx + cx + f$ pour la formule qui renferme les cinq Equations marquées, laquelle ne differe de la premiére formule, qu'en ce que le terme ey manque.

REMARQUE III.

XVI. Des quinze Equations restantes, si l'on examine celles marquées 11, 18, 19, 26, dont la plus composée est Fig. 3.
la 26me, $u = \frac{bzz + cz + d}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{a} + \frac{\overline{bzz + cz + d}^2}{4aa}}$; on verra que la partie $\frac{bzz + cz + d}{2a}$, qui n'est point sous le signe radical, & qui exprime l'Ordonnée de la Courbe qui coupe en deux également toutes les lignes Mm, est en ce cas l'Ordonnée d'une Parabole, dont les points N sont rapportés à l'Axe BC des z. Si l'on nomme t cette Ordonnée QN, on aura $t = \frac{bzz + cz + d}{2a}$ pour l'Equation de cette Parabole, de laquelle on tire $\overline{\frac{t}{b} - \frac{d}{2ab} + \frac{cc}{8abb}} \times 2a = \overline{z + \frac{c}{2b}}^2$; ce qui fait voir que cette Parabole a pour diametre BE, dont l'origine est en O, déterminé par $BO = \frac{d}{2ab} - \frac{cc}{8abb}$, & qui a pour parametre $2a$; que les Ordonnées à ce diametre sont paralleles & égales aux BQ prises sur l'Axe des z, & que z a son origine en D, déterminé par $BD = \frac{c}{2b}$, ensorte que l'on aura toûjours $OV \times 2a = VN^2$. Mais si au lieu de rapporter les points de la Parabole ON à

l'Axe *BCG*, on les rapporte à l'Axe *ACH* des x, comme on a fait *(Art. XIII.)* on aura par le moyen des trois côtés *BC*, *BA*, *AC*, du Triangle *BAC*, une valeur de *DQ* (z) en *AP* (x) on aura aussi la valeur de *PQ* en x, laquelle étant retranchée de *QN*, il viendra *PN* en x. Mais cette nouvelle Equation de la Parabole n'étant pas plus simple que la premiére, l'Equation de la Ligne du troisiéme ordre, rapportée aussi à l'Axe *ACH*, sera *PM* (y) — *PN* $= \pm$ *MN*, laquelle n'étant pas moins composée que l'Equation $u =$

$$\frac{bzz+cz+d}{2a} \pm \sqrt{ez^3+fzz+gz+h+\frac{\overline{bzz+cz+d}^2}{4aa}}$$

que l'on vouloit simplifier par cette transformation d'Axe, il faut se servir d'un autre moyen pour parvenir à cette réduction.

XVII. Pour cela soit repris l'Equation générale $uu \times \overline{z+a} = u \times \overline{bzz+cz+d} + ez^3+fzz+gz+h$, qui lorsque le terme uuz manque, fournit l'Equation que l'on veut réduire, laquelle a été tirée de $auu = \overline{bzz+cz+d} \times u + ez^3+fzz+gz+h$. Or ce terme uuz qui manque dans cette derniére Equation, est celui qui renferme le plus grand composé de l'Ordonnée u, multipliée par l'Abscisse z. Pour retrouver un semblable terme dans l'Equation où il manque, il ne faut que changer l'Abscisse z en l'Ordonnée u, & réciproquement, ce qui se peut toûjours. On aura donc $azz = buuz+cuz+dz+eu^3+fuu+gu+h$, ou en mettant pour eu^3, $luuz$; car *(Art. X.)* l'Ordonnée doit toûjours perdre une dimension, ou, ce qui revient au même, elle doit toûjours être parallele à une Asymptote; mais dans ce cas l'Abscisse z ayant aussi perdu une dimension, sera aussi parallele à une Asymptote, ou à une Tangente infinie. D'où il suit que toutes les Courbes renfermées dans l'Equation présente, doivent avoir par cette raison, ou deux branches hyperboliques, ou une hyperbolique, & une parabolique. Cette Equation sera donc $azz = buuz+cuz+dz+luuz$

$+fuu+gu+h$, ou $buuz+luuz+fuu=-cuz-dz$
$-gu+azz-h$, ou $uu+\frac{u\times\overline{cz+g}}{lz+bz+f}=\frac{azz-dz-h}{lz+bz+f}$
qui par sa résolution donne $u=\frac{-cz-g}{2lz+2bz+2f}\pm$
$\sqrt{\frac{azz-dz-h}{lz+bz+f}+\frac{\overline{cz+g}^2}{4\times\overline{lz+bz+f}^2}}$. Or comme cet Equation est semblable à celle de l'Article XIII, le terme $\frac{-cz-g}{2lz+2bz+2f}$ sera donc, comme dans cet article, l'Ordonnée *PN* d'une Hyperbole qui coupera en deux également toutes les lignes *Mm*, & l'Equation présente se réduira par un semblable calcul à $xyy-ey=bxx+cx+f$, laquelle differe de celle du premier cas en ce que le terme ax^3 manque. Fig. 1.

REMARQUE IV.

XVIII. Des onze Equations qui restent à simplifier, celles marquées 3, 7, 8, 16, dans lesquelles il n'y a point de signe radical, & dont la plus composée, est $u=\frac{ez^3+fzz+gz+h}{bzz+cz+d}$, si l'on change *u* (*Art. XVII.*) en *z*, & *z* en *u*, on aura $z=\frac{eu^3+fuu+gu+h}{buu+cu+d}$, ou en mettant pour eu^3, $luuz$, car l'Ordonnée *u* est parallele à une Asymptote ou à une Tangente infinie, on aura $z=\frac{luuz+fuu+gu+h}{buu+cu+d}$ qui donne
$u=\frac{\overline{+cz-g}\times\frac{1}{2}}{lz-bz+f}\pm\sqrt{\frac{dz-h}{lz-bz+f}+\frac{\overline{ez-g}^2}{4\times\overline{lz-bz+f}}}$, dont le terme, qui n'est point sous le signe radical, exprime encore l'Ordonnée *PN* d'une Hyperbole, & par conséquent l'Equation se ramenera encore au premier cas, & deviendra par un semblable calcul $xyy-ey=cx+f$.

REMARQUE V.

XIX. Des sept Equations restantes, si l'on examine celles marquées 4, 9, 10, 17, dont la plus composée est

$u = \frac{cz+d}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{\overline{cz+d}^2}{4aa}}$, on verra que la partie $\frac{cz+d}{2a}$, qui n'eſt point ſous le ſigne radical, eſt

Fig. 3. l'Ordonnée QP d'une ligne droite ACH, qui coupe en deux également toutes les lignes Mm, de ſorte que l'on aura toûjours $QM\,(u) - QP\left(\frac{cz+d}{2a}\right) = PM\,(y) = \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{\overline{cz+d}^2}{4aa}}$, ou $yy = \frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{\overline{cz+d}^2}{4aa}$. Le rapport de z à x étant conſtant, on aura la valeur de z en x, laquelle étant ſubſtituée en ſa place, avec les coëfficients nouveaux a, b, c, f, il viendra $yy = ax^3 + bxx + cx + f$. Enfin des trois Equations qui reſtent, ſi dans celles marquées 2 & 6, dont la plus compoſée eſt $u = \frac{ez^3+fzz+gz+h}{cz+d}$, on prend $u = y$, & $z = x - \frac{d}{c}$, & que l'on mette les coëfficients nouveaux a, b, c, f, on aura $y = axx + bx + c + \frac{f}{x}$, ou $xy = ax^3 + bxx + cx + f$, & que dans l'Equation marquée 1, qui eſt $u = \frac{ez^3+fzz+gz+h}{d}$, on prend $u = y$ & $z = x$, on aura $y = ax^3 + bxx + cx + f$.

COROLLAIRE GÉNÉRAL.

XX. Il eſt donc évident que les trente-une Equations, qui expriment toutes les Lignes du troiſiéme ordre, ſe réduiſent à ces ſept:

1 . . . . $xyy - ey = ax^3 + bxx + cx + f$.
2 . . . . $xyy \ldots\ldots = ax^3 + bxx + cx + f$.
3 . . . . $xyy - ey = \ldots\ldots bxx + cx + f$.
4 . . . . $xyy - ey = \ldots\ldots\ldots\ldots cx + f$.
5 . . . . $xy = ax^3 + bxx + cx + f$.
6 . . . . $yy = ax^3 + bxx + cx + f$.
7 . . . . $y = ax^3 + bxx + cx + f$.

Dont

Dont les quatre premiéres n'en font qu'une, puisque la seconde, la troisiéme & la quatriéme sont des cas de la premiére.

Toutes les Lignes du troisiéme ordre sont donc exprimées par ces quatre Equations :

1 . . . . $xyy - ey = ax^3 + bxx + cx + f.$

2 . . . . $xy = ax^3 + bxx + cx + f.$

3 . . . . $yy = ax^3 + bxx + cx + f.$

4 . . . . $y = ax^3 + bxx + cx + f.$

PREMIERE PROPOSITION.

PROBLEME.

XXI. *Trouver la figure & les principales propriétés de toutes les Courbes renfermées dans l'Equation* $xyy - ey = ax^3 + bxx + cx + f$, *dans laquelle les coëfficients* e, a, b, c, f, *sont des quantités constantes, positives ou négatives; & les grandeurs* x, y, *sont les Coordonnées de ces Courbes.*

SOLUTION.

La résolution de cette Equation donne $y = \frac{e}{2x} \pm \frac{\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$. Ainsi si l'on prend la droite Fig. 4.
AP pour l'Axe des *x*, dont l'origine est en *A*, & la droite *AQ* perpendiculaire à *AF* pour l'Axe des *y*; à chaque valeur de *AP* (*x*), on aura deux valeurs de *PM* (*y*), l'une positive au-dessus de *AP* & qui est *PM*, ou $y = \frac{\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$, & l'autre négative, ou au dessous de *AP*, & qui est *Pm* où $y = \frac{\frac{1}{2}e - \sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$. Si l'on suppose $x = o$; on aura $PM = \frac{e}{2\times o} + \sqrt{c + \frac{f}{o} + \frac{ee}{(2\times o)^2}}$, & $Pm = \frac{e}{2\times o} - \sqrt{c + \frac{f}{o} + \frac{ee}{(2\times o)^2}}$. La premiére est infinie,

& exprime l'Aſymptote *AQ*, & la ſeconde eſt finie, & exprime l'Ordonnée négative *AG*, qui dans la ſuppoſition de $c = \frac{ff}{e}$ ſera $\frac{e}{2\times o} - \sqrt{\frac{ff}{e} + \frac{f}{o} + \frac{ee}{\overline{2\times o}^2}} = \frac{e}{2\times o} - \frac{f}{e} - \frac{e}{2\times o} = -\frac{f}{e}$.

Si l'on éxamine les valeurs des Ordonnées *PM* & *Pm*, on verra que la poſitive peut être infinie de deux maniéres; l'une, quand ſon dénominateur $x = o$, & l'autre, lorſque ſon numérateur eſt infini, ce qui arrive lorſque x eſt infini. D'où il ſuit que toutes les valeurs d'x, entre le zero & l'infini, donneront une valeur d'y, qui d'infinie qu'elle eſt en *A*, ſera d'abord décroiſſante juſqu'à un certain point, & enſuite croiſſante juſqu'à l'infini, & que la négative *Pm*, qui de *AG* qu'elle eſt en *A*, eſt d'abord décroiſſante juſqu'à un certain point, & enſuite croiſſante juſqu'à l'infini. Les points de ces deux branches où leurs Ordonnées ſont les plus petites, ſe déterminent par la ſuppoſition du dy, de chacune d'elles égal à zero.

Après avoir épuiſé toutes les valeurs poſitives de *AP* (x) ſi on la ſuppoſe négative, c'eſt-à-dire, que le point *P* ſoit en *p*, de l'autre côté de ſon origine *A*, les deux Ordonnées deviennent, l'une $pM(y) = \frac{\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 - bx^3 + cxx - fx + \frac{1}{4}ee}}{-x}$, & l'autre $pm\,(y) = \frac{\frac{1}{2}e - \sqrt{ax^4 - bx^3 + cxx - fx + \frac{1}{4}ee}}{-x} = -\frac{e}{2x} - \sqrt{axx - bx + c - \frac{f}{x} + \frac{ee}{4xx}}$, leſquelles ſont toutes deux négatives & inégales, & telles que $-x$ croiſſant, la grande *pM* décroît continuellement, & d'infinie qu'elle étoit en *A*, puiſque $-x = o$, la rend infinie négative, elle vient ſe terminer en *O*, où elle touche la Courbe, & la petite *pm* croît continuellement, enſorte que de *AG* qu'elle eſt en *A*, elle devient 1, *O*, où elle touche la Courbe. Ces deux Ordonnées, l'une décroiſſant continuellement, &

l'autre croissant aussi continuellement, doivent donc devenir égales en O, mais cela ne peut arriver que lorsque le terme $\frac{2\sqrt{ax^4 - bx^3 + cxx - fx + \frac{1}{4}ee}}{-x}$, dont ces deux Ordonnées différent, est égal à zero : or ce terme ne peut être zero que lorsque les grandeurs $-bx^3 - fx$, affectées du signe négatif, sont égales aux grandeurs $ax^4 + cxx + \frac{1}{4}ee$ affectées du signe positif. Si donc on fait une égalité par cette supposition, l'une des valeurs d'x qui en résulteront, déterminera le point O où les deux Ordonnées sont égales. Mais comme cette Equation est $ax^4 + cxx + \frac{1}{4}ee - bx^3 - fx = 0$, qui est du quatriéme degré, sa résolution donnera quatre valeurs d'x négatives. Soit ces quatre racines $A1$, $A2$, $A3$, $A4$, dans chacun de ces points, les deux Ordonnées qui y répondent, seront donc égales, puisque la quantité $2\sqrt{ax^4 - bx^3 + cx^2 - fx + \frac{1}{4}ee}$, dont les deux Ordonnées différent par tout ailleurs, est nulle dans ces quatre cas.

D'où il suit, 1.° Que toute valeur d'x renfermée entre la premiére racine $A1$, & la seconde $A2$, doit rendre imaginaire la quantité dont les deux Ordonnées différent, car alors les termes négatifs $-bx^3 - fx$, sont plus grands que les positifs $ax^4 + cxx + \frac{1}{4}ee$, ce qui fait voir que dans l'intervalle 1, 2, pris sur l'Axe, il ne répond aucun point de la Courbe.

2.° Que toutes valeurs d'x renfermée entre la seconde racine $A2$, & la 3me $A3$, doit rendre réelle la quantité dont les deux Ordonnées différent, car alors les termes positifs $ax^4 + cxx + \frac{1}{4}ee$, sont plus grands que les négatifs $-bx^3 - fx$, ce qui montre que dans l'intervalle 2, 3, pris sur l'Axe, on a toûjours deux Ordonnées 5, 7, & 5, 6, qui deviennent égales en 3 1.

3.° Que toutes valeurs d'x renfermée entre la 3me racine $A3$, & la 4me $A4$, rend une seconde fois imaginaire la quantité dont les deux Ordonnées différent, les termes négatifs devenant encore plus grands que les termes positifs, ce qui

fait voir que dans cet intervalle il ne répond aucun point de la Courbe.

4.° Que dans tous ces cas, les deux valeurs réelles d'y, qui répondent à chaque valeur d'x, sont chacunes négatives, le dénominateur $-x$ les rendant telles.

5.° Que toutes les valeurs négatives d'x, plus grande que la 4me racine $A4$, & cela jusqu'à l'infini, fait redevenir réelle la quantité dont les Ordonnées différent, ce qui montre que depuis le point 4 jusqu'à l'infini, on a toûjours deux valeurs d'y, qui sont égales en H, toutes deux d'abord négatives, dont l'une croît toûjours jusqu'à l'infini, & l'autre décroît toûjours jusqu'à devenir nulle en 8, devient ensuite positive 11, 12, & augmente jusqu'à l'infini.

On détermine le point 8, où la Courbe rencontre l'Axe, en supposant $\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 - bx^3 + cxx - fx + \frac{1}{4}ee} = 0$, il vient $ex^3 - bxx + cx - f = 0$, dont une des racines est $A8$.

COROLLAIRE.

XXII. Il est donc évident que cette Courbe est composée de quatre parties, sçavoir $ZBMK$, $SOGmV$, 14, 8, H, 13, qui ont chacune deux branches infinies, & de l'Ovale $L\,6\,l\,7\,L$, & que des six branches infinies, les deux BZ & OMS sont hyperboliques opposées, puisqu'elles ont pour Asymptotes, la même droite AQ, $A\,15$, prolongée à l'infini des deux côtés.

XXIII. Pour découvrir de quelle nature sont les quatre autres branches infinies, c'est-à-dire, paraboliques ou hyperboliques, soit supposé la Tangente MT, on aura $PT = \frac{ydx}{dy}$ pour la formule générale des Soutangentes, dans laquelle il faut mettre pour y & dy, leurs valeurs en x & dx, tirées de l'Equation de la Courbe. Ces valeurs sont

$$y = \frac{\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}, \ \& \ dy =$$

$$\frac{2ax^4dx + bx^3dx - fxdx - \frac{1}{2}eedx - edx\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{2xx\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}.$$

Cette ſubſtitution étant faite, on aura $PT =$

$$\frac{2ax^5 + 2bx^4 + 2cx^3 + 2fxx + \frac{1}{2}eex + ex\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{2ax^4 + bx^3 - fx - \frac{1}{2}ee - e\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}$$

& AT ou $AP - PT$

$$= \frac{-bx^4 - 2cx^3 - 3fxx - eex - 2ex\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{2ax^4 + bx^3 - fx - \frac{1}{2}ee - e\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}$$

qui eſt l'expreſſion générale de AT, pour tous les points de la Courbe : or lorſque le point M eſt à l'infini, $AP(x)$ eſt infini, & AT devient $-\frac{bx^4}{2ax^4} = -\frac{b}{2a}$, car tous les autres termes s'évanoüiſſent. Si donc de l'autre côté du point A par rapport à P, on prend $AD = \frac{b}{2a}$, du point D il partira deux Aſymptotes, l'une à la branche BMK, & l'autre à la branche GmV; car on auroit trouvé pour la branche GmV, la même valeur de AT, lorſque $AP(x)$ eſt infini.

Pour avoir les directions de ces deux Aſymptotes, c'eſt-à-dire, les points d & d, par leſquelles elles doivent être tirées, il faut prendre le rapport de dx à dy, lorſque x eſt infini. Or le rapport général de ces quantités dans tous les points de la Courbe eſt

$$\frac{2xx\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{2ax^4 + bx^3 - fx - \frac{1}{2}ee - e\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}$$

qui lorſque x eſt infini, devient $\frac{2x^4\sqrt{a}}{2ax^4} = \frac{\sqrt{a}}{a}$. Si donc on fait cette proportion $\sqrt{a} . a :: AD\left(\frac{b}{2a}\right) . Ad$ ou Ad, on aura Ad & Ad $= \frac{b}{2\sqrt{a}}$. Ainſi les lignes Dd & Dd déterminées de cette façon, & prolongées à l'infini, ſont aſymptotes aux branches BMK & GmV, & ces branches ſont hyperboliques.

Si ces Aſymptotes ſont prolongées à l'infini de l'autre côté de D, elles ſeront encore aſymptotes aux branches H, 10, 13, & H, 8, 14; car le même raiſonnement aura lieu pour ces branches, & la ſuppoſition de $-x$ infini donnera les mêmes réſultats que celle de $+x$. Ces deux derniéres ſont donc encore hyperboliques.

COROLLAIRE.

XXIV. Les ſix branches infinies ſont donc hyperboliques, & oppoſées deux à deux; & les trois côtés du Triangle Ddd, prolongés à l'infini des deux côtés, forment les ſix Aſymptotes de ces ſix branches.

XXV. Les Triangles DAd, DP 16, en quelqu'endroit que ſoit le point P, ſont toûjours ſemblables, & l'on aura toûjours cette proportion $DA\left(\frac{b}{2a}\right) . A$d $\left(\frac{b}{2\sqrt{a}}\right) :: DP$ $\left(\frac{b}{2a}+x\right) . P$ 16 ou P 17 $=\frac{b+2ax}{2\sqrt{a}}$. Si l'on compare cette grandeur, qui eſt l'Ordonnée à l'Aſymptote, à l'Ordonnée poſitive de la Courbe qui eſt

$\frac{\frac{1}{2}e+\sqrt{ax^4+bx^3+cxx+fx+\frac{1}{4}ee}}{x}$, on verra, 1.° Qu'elle eſt toûjours plus petite que PM, tant que x eſt poſitif. 2.° Qu'elle eſt auſſi plus petite que pM, tant que x eſt négatif, & plus petit que la plus petite racine A 1 des quatre renfermées dans $ax^4-bx^3+cxx-fx+\frac{1}{4}ee$. 3.° Que l'Ordonnée de la Courbe par-delà ce point, devenant imaginaire juſqu'en A2 qu'elle devient 2 L, eſt alors plus petite que l'Ordonnée correſpondante de l'Aſymptote, & continuëra d'être toûjours plus petite dans toute la portion L 7, 1, de l'Ovale, après quoi l'Ordonnée de la Courbe redevient imaginaire juſqu'en A 4, où elle eſt 4 H, plus grande alors que l'Ordonnée de l'Aſymptote, & continuëra d'être toûjours plus grande qu'elle, $-x$ continuant de croître à l'infini.

Si l'on compare la même grandeur $\frac{b+2ax}{2\sqrt{a}} = P$ 17

à l'Ordonnée négative de la Courbe $-\frac{\frac{1}{2}e+\sqrt{ax^4+bx^3+cx^2+fx+\frac{1}{4}ee}}{x}$, on verra; 1.° Pour les x positifs, que d'abord l'Ordonnée de l'Asymptote est plus petite que l'Ordonnée de la Courbe, qui en *A* est *AG*, & que x croissant, l'Ordonnée de la Courbe diminuë, & l'Ordonnée de l'Asymptote croît, ensorte qu'elles deviennent égales en 18, 19, où la Courbe coupe l'Asymptote; qu'ensuite x continuant de croître, l'Ordonnée de la Courbe diminuë d'abord jusqu'à un certain point, après lequel elle augmente jusqu'à l'infini, tandis que l'Ordonnée de l'Asymptote augmente aussi toûjours à l'infini, mais dans un plus grand rapport que l'Ordonnée de la Courbe. 2.° Pour les x négatifs, on verra que l'Ordonnée de la Courbe, tant qu'elle est réelle, est toûjours plus grande que l'Ordonnée correspondante de l'Asymptote, qu'ensuite elle est imaginaire, & que lorsqu'elle redevient réelle en 2 *L*, elle est alors plus petite que l'Ordonnée correspondante de l'Asymptote, & toûjours plus petite dans toute la portion *L* 6, *I*, de l'Ovale, après quoi elle cesse d'être réelle, & redevient une seconde fois imaginaire jusqu'en 4 *H*, où elle est alors plus grande que l'Ordonnée de l'Asymptote; qu'après cela l'Ordonnée de la Courbe diminuë, & celle de l'Asymptote augmente, ensorte qu'elles deviennent égales en 9, 20, où la Courbe coupe l'Asymptote : qu'enfin l'Ordonnée de la Courbe continüant de diminüer, devient o en 8, & de négative qu'elle a toûjours été, devient positive croissante jusqu'à l'infini, mais toûjours plus petite que l'Ordonnée correspondante de l'Asymptote.

Pour déterminer les deux points 19 & 20, où la Courbe coupe une Asymptote, on aura l'Equation $\frac{b+2ax}{2\sqrt{a}} = \frac{-\frac{1}{2}e+\sqrt{ax^4+bx^3+cx^2+fx+\frac{1}{4}ee}}{x}$, pour le point 19; & $\frac{-b-2ax}{2\sqrt{a}} = \frac{-\frac{1}{2}e+\sqrt{ax^4+bx^3+cx^2+fx+\frac{1}{4}ee}}{x}$, pour

le point 20. La premiére de ces Equations donne $x = \frac{4af - 2be\sqrt{a}}{bb - 4ac + 4ae\sqrt{a}} = A\ 18$, & la feconde donne $x = \frac{4af + 2be\sqrt{a}}{bb - 4ac - 4ae\sqrt{a}} = A\ 9$.

Ces deux valeurs d'x font donc telles, qu'elles déterminent fur l'Axe, deux points 18, & 9, par lefquels, fi l'on mene les deux Ordonnées 18, 19, & 9, 20, ces deux Ordonnées de la Courbe font égales aux deux Ordonnées correfpondantes des Afymptotes.

COROLLAIRE I.

XXVI. Il fuit de tout ce qui vient d'être dit, que la Courbe entiére eft compofée de quatre parties. 1.° De la partie *ZBK* qui a deux branches hyperboliques, infcrites au dedans des Afymptotes *dQ*, *dK*. 2.° De la partie *SMOGmV*, qui a auffi deux branches hyperboliques circonfcrites aux Afymptotes *d*, 15, & d, 21. 3.° De la partie, 13, *H*, 8, 14, compofée encore de deux branches hyperboliques, dont l'une eft circonfcrite à l'Afymptote *DX*, & l'autre eft infcrite à l'Afymptote *DY*. 4.° De l'Ovale *I 7 L 6*, infcrite dans la Triangle des trois Afymptotes & au-deffous de l'Axe *AD*.

COROLLAIRE II.

XXVII. Il fuit auffi que la Courbe entiére coupe chacune des trois Afymptotes en un point, fçavoir *d* d en *G*, *dD* en 19, & d*D* en 20.

COROLLAIRE III.

XXVIII. Il fuit de ce que $AD = \frac{b}{2a}$, 1.° Que lorfque $b = 0$, le Triangle des trois Afymptotes s'anéantit, & par conféquent auffi l'Ovale qu'il renferme, & qu'alors les trois Afymptotes fe coupent dans le point *A*, puifque $Ad = A$d $= \frac{b}{2\sqrt{a}} = 0$. 2.° Que fi dans ce cas on prend fur l'Axe *AF*, en partant du point *A*, une partie $= \sqrt{a}$, & fur les deux Ordonnées

Ordonnées qui y répondent, une partie $= a$ sur chacune; que du point A, on mene les deux Hypothénuses des deux Triangles formées par ces lignes, elles seront les deux Asymptotes obliques à l'Axe, ce qui est évident, puisque dans ce cas, lorsque x est infini, on a $dx . dy :: Va . a$.

COROLLAIRE IV.

XXIX. De ce que les quatre racines de l'Equation $ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee$, que l'on a supposées être $A1$, $A2$, $A3$, $A4$, & qui déterminent les Ordonnées $1O$, $2L$, $3I$, $4H$, qui touchent la Courbe dans ces points, & servent de bornes à chaque portion qui la composent, puisque toutes les valeurs de $-x$ plus grande que $A1$, & plus petite que $A2$, rend l'Ordonnée imaginaire aussi bien que toutes les valeurs de $-x$ plus grande que $A3$, & plus petite que $A4$.

Il suit, 1.° Que la grande Ordonnée pM, après avoir formé par ses décroissements & accroissements successifs, la portion infinie SMO fait un saut de $1O$ en $2L$; forme ensuite la portion $L7I$ de l'Ovale, fait un second saut de $3I$ en $4H$, & forme ensuite la portion infinie H, 10, 13.

2.° Que la petite Ordonnée pm, après avoir formé par ses accroissements successifs, la portion GmO, fait un saut de $1O$ en $2L$; forme ensuite la portion $L6I$ de l'Ovale, fait un second saut de $3I$ en $4H$, & forme après cela la portion infinie H, 8, 12, 14.

COROLLAIRE V.

XXX. Il suit encore que lorsque les deux petites racines $A1$ & $A2$ sont égales, les points O & L se joignent, & qu'alors l'Ovale tient à l'Hyperbole circonscrite.

COROLLAIRE VI.

XXXI. Que lorsque les deux grandes racines $A3$ & $A4$ sont égales, les points H & I se joignent, & qu'alors l'Ovale tient à l'Hyperbole ambigêne.

COROLLAIRE VII.

XXXII. Que lorſque les deux racines moyennes $A\,2$ & $A\,3$ ſont égales, l'Ovale ſe réduit en un point qui eſt iſolé, & appartient à la Courbe.

COROLLAIRE VIII.

XXXIII. Il ſuit auſſi de ce que $y = \frac{\frac{1}{2}e \pm \sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$, que lorſque $e = 0$, on a $y = \pm \sqrt{\frac{ax^3 + bx^2 + cx + f}{x}}$; c'eſt-à-dire, que dans ce cas, quelque ſoit la valeur d'x poſitive ou négative, les deux valeurs d'y, l'une poſitive & l'autre négative, ſeront toûjours égales. D'où l'on voit qu'alors toutes les branches qui ſont au deſſus de l'Axe, ſont égales & ſemblables à toutes celles qui ſont au deſſous, & que par conſéquent l'Axe coupe alors les lignes *Mm* en deux également, & eſt un diametre.

COROLLAIRE IX.

XXXIV. Donc dans la ſupoſition de $e = 0$. 1.° Les deux Hyperboles inſcrites & circonſcrites, ſeront parfaitement égales & ſemblablement poſées par rapport à l'Axe *DAF*, c'eſt-à-dire, que ſi l'une eſt inſcrite dans ſes Aſymptotes, la ſeconde le ſera auſſi dans les ſiennes; & de même ſi la premiére eſt circonſcrite autour de ſes Aſymptotes, la ſeconde le ſera auſſi autour des ſiennes.

2.° L'Hyperbole ambigêne ſera telle, que ſi une de ſes branches eſt inſcrite ou circonſcrite à ſon Aſymptote, la ſeconde le ſera auſſi.

3.° L'Ovale ſe trouvera alors ſur l'Axe *HD*, de maniére qu'une moitié ſera au-deſſus de l'Axe, & l'autre moitié au-deſſous, & quand dans cette ſuppoſition l'Ovale ſe réduira à un point, ce qui arrive lorſque $A\,2 = A\,3$, alors ce point iſolé qui appartient à la Courbe, ſera ſur l'Axe.

REMARQUE.

XXXV. Puiſque l'Axe *DAPF*, qui coupe en deux également en *A* le côté *d*d du Triangle des trois Aſymptotes, & qui a pour Ordonnées les lignes *PM* paralleles à l'Aſymptote *d*d, devient un diametre lorſque $e=0$: il eſt évident que ſi l'on prend pour Axe la ligne *dEQ*, qui coupe en deux également en *E* le ſecond côté *Dd* du Triangle des trois Aſymptotes, & que l'on conçoive les Ordonnées *QM* à cet Axe, paralleles à la ſeconde Aſymptote *Dd*, il eſt évident, dis-je, qu'il y a auſſi des cas où cet Axe doit devenir un diametre : il en eſt de même de la ligne d ε*q*, conſidérée comme Axe, qui coupe en deux également en *E* le 3me côté *Dd* du Triangle des trois Aſymptotes, & dont les Ordonnées *qm* ſont paralléles à la 3me Aſymptote : il y aura auſſi des cas où ce 3me Axe ſera un diametre. Fig. 5.

SECONDE PROPOSITION.

PROBLEME.

XXXVI. *Trouver les cas dans leſquels ces Courbes ont d'autres diametres que* DAPF.

SOLUTION.

Soit nommée *EQ*, z, & *QM*, u. Il faut chercher la relation de *EQ* à *QM*, réſultante de celle de *AP* (x) à *PM* (y) qui eſt exprimée par cette Equation $xyy - ey = ax^3 + bxx + cx + f$. (A) On a $AD = \frac{b}{2a}$, $Ad = A\mathrm{d} = \frac{b}{2\sqrt{a}}$, donc $Dd = D\mathrm{d} = \frac{b}{2a}\sqrt{a+1}$. Et ſi du point *E*, on mene *EO*, parallele à *DA*, on aura $EO = \frac{b}{4a}$, $dO = \frac{b}{4\sqrt{a}}$, & $O\mathrm{d} = \frac{3b}{4\sqrt{a}}$, donc $\mathrm{d}E = \frac{b}{4a}\sqrt{9a+1}$. Et à cauſe des Triangles ſemblables d*Ed*, d*QT*, on aura les proportions ſuivantes:

$$dE\left(\frac{b}{4a}\sqrt{9a+1}\right) . Ed\left(\frac{b}{4a}\sqrt{a+1}\right) :: dQ\left(z+\frac{b}{4a}\sqrt{9a+1}\right) . QT = \frac{z\sqrt{a+1}}{\sqrt{9a+1}} + \frac{b\sqrt{a+1}}{4a}$$

$$dE\left(\frac{b}{4a}\sqrt{9a+1}\right) . dd \ \left(\frac{b}{\sqrt{a}}\right) :: dQ\left(z+\frac{b}{4a}\sqrt{9a+1}\right) . dT = \frac{4z\sqrt{a}}{\sqrt{9a+1}} + \frac{b}{\sqrt{a}}.$$

Donc $AT = \frac{4z\sqrt{a}}{\sqrt{9a+1}} + \frac{b}{2\sqrt{a}}$. Maintenant si l'on mene TR parallele à AP, les Triangles semblables dAD, MRT, donneront cette analogie $dA\left(\frac{b}{2\sqrt{a}}\right) . AD\left(\frac{b}{2a}\right) :: MR \left(y - \frac{4z\sqrt{a}}{\sqrt{9a+1}} - \frac{b}{2\sqrt{a}}\right) . RT$ ou $AP(x)$. D'où l'on tire l'Equation $x\sqrt{a} \overset{B}{=} y - \frac{4z\sqrt{a}}{\sqrt{9a+1}} - \frac{b}{2\sqrt{a}}$. L'on a aussi $AD\left(\frac{b}{2a}\right) . Dd\left(\frac{b}{2a}\sqrt{a+1}\right) :: AP(x) . TM = x\sqrt{a+1}$.

Donc $QT + TM = \frac{z\sqrt{a+1}}{\sqrt{9a+1}} + \frac{b\sqrt{a+1}}{4a} + x\sqrt{a+1} \overset{C}{=} u$; qui donne $x \overset{D}{=} \frac{u}{\sqrt{a+1}} - \frac{z}{\sqrt{9a+1}} - \frac{b}{4a}$. L'Equation B donne aussi $x = \frac{y}{\sqrt{a}} - \frac{4z}{\sqrt{9a+1}} - \frac{b}{2a}$.

Si donc l'on compare ces deux valeurs d'x, on en tirera $y \overset{E}{=} \frac{u\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}} + \frac{3z\sqrt{a}}{\sqrt{9a+1}} + \frac{b}{4\sqrt{a}}$. Il ne reste plus qu'à substituer dans l'Equation $xyy - ey = ax^3 + bxx + cx + f$, en la place de x & de y, leurs valeurs marquées en D & E. L'Equation qui résultera de cette substitution, ne sera composée que des quantités u & z avec des constantes, & exprimera la relation de tous les points des différentes branches de la Courbe à tous les points du nouvel Axe dEQ.

Cette Equation sera

$$uuz + \frac{bb - 4ac - 4ae\sqrt{a}}{32aa} \times u\sqrt{\overline{9a+1} \times \overline{a+1}} = \frac{a+1}{9a+1}$$

$$\times z^3 + \frac{b\times\overline{a+1}}{2a\sqrt{9a+1}}\times zz + \frac{\overline{4bb-ac-3ae\sqrt{a}}}{8aa}\times\overline{a+1}\times z$$

$$+\frac{\overline{b^3+4abc-16abe\sqrt{a}+16aaf}}{128a^3}\times\overline{a+1}\times\sqrt{9a+1}.$$

D'où l'on tire $u \overset{F}{=} \frac{\overline{4ac+4ae\sqrt{a}-bb}}{64aaz}\times\sqrt{\overline{a+1}\times\overline{9a+1}}$

$$\pm\frac{1}{z}\sqrt{\frac{\overline{a+1}}{9a+1}\times z^4+\frac{\overline{ab+b}}{2a\sqrt{9a+1}}\times z^3+\frac{\overline{4bb-ac-3ae\sqrt{a}}}{8aa}\times\overline{a+1}\times z^2+\frac{\overline{b^3+4abc+16abe\sqrt{a}+16af}}{128a^3}\times\overline{a+1}\times\sqrt{9a+1}\times z+\frac{\overline{4ac-4ae\sqrt{a}-bb}^2}{4096a^4}\times\overline{a+1}\times\overline{9a+1}.}$$

COROLLAIRE.

XXXVII. Si l'on examine cette Equation, on verra que lorsque le terme $\frac{\overline{4ac+4ae\sqrt{a}-bb}}{64aaz}\times\sqrt{\overline{a+1}\times\overline{9a+1}}$ est égal à zero, les deux valeurs de u, l'une positive, & l'autre négative, seront égales, c'est-à-dire, qu'alors l'Axe dEQ coupera en deux également toutes les lignes MN, & sera par conséquent un diametre : or ce terme étant supposé égal à zero, il vient $4ac+4ae\sqrt{a}=bb$, qui exprime la relation des coëfficients de la premiére Equation générale pour que cette Courbe ait l'Axe dEQ pour diametre.

REMARQUE I.

XXXVIII. Si au lieu de l'Equation $xyy-ey=ax^3+bxx+cx+f$, on s'étoit servi de celle-ci, $y=\frac{\frac{1}{2}e+\sqrt{ax^4+bx^3+cx^2+fx+\frac{1}{4}ee}}{x}$ qui se tire de la premiére, & que l'on eût substitué dans cette seconde, pour y & x & ses puissances, leurs valeurs en u & z, on auroit trouvé la même Equation F qui exprime la relation de l'Abscisse EQ aux Ordonnées QM & QN.

REMARQUE II.

XXXIX. Si du point d, on tire la ligne $d\varepsilon Q$, qui coupe en deux également le 3[me] côté Dd du Triangle des trois Asymptotes, & que l'on mene la ligne nqm parallele à ce 3.[e] côté, on trouvera par un semblable calcul la relation de l'Abscisse εq (z) aux Ordonnées qm & qn (u), & l'Equation qui exprimera cette relation ne differera de l'Equation F, qu'en ce que la grandeur e, qui entre dans cette Equation, sera négative, de positive qu'elle étoit auparavant. Ce qui est évident, car les valeurs x & y en z & u, que l'on a trouvées dans le premier cas, seront les mêmes, & il faudra alors les substituer dans l'Equation $y = \frac{\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee} - \frac{1}{2}e}{x}$, qui exprime les branches au-dessous de l'Axe DAP.

COROLLAIRE.

XL. Il suit donc que quand $4ac - 4ae\sqrt{a} = bb$, la ligne $d\varepsilon q$ sera encore un diametre, & coupera en deux également toutes les lignes mqn, qui joignent les deux branches de Courbe Xm & Yn, & sont paralleles à Dd.

REMARQUE.

XLI. Les deux Articles XXXVII & XL fournissent donc $4ac \pm 4ae\sqrt{a} = bb$ pour l'Equation qui exprime la relation des coëfficients de l'Equation générale nécessaire pour que cette Courbe ait un diametre dEQ, ou $d\varepsilon q$, & ceci est conforme à l'Article XXV, où l'on a trouvé $x = \frac{4af \pm 2be\sqrt{a}}{bb - 4ac \pm 4ae\sqrt{a}}$, qui détermine les valeurs d'x répondant aux points où la Courbe coupe les deux Asymptotes obliques à l'Axe APF, cette valeur d'x devient infinie, lorsque le dénominateur $bb - 4ac \pm 4ac\sqrt{a}$ est égal à zero, qui est le cas où cette Courbe a un diametre dEQ ou $d\varepsilon q$, & c'est aussi ce qui doit arriver; car lorsque dEQ est un dia-

metre, l'Hyperbole $KnYN$, pour être semblable à l'Hyperbole inscrite ZM, doit aussi être inscrite au dedans de l'Angle de ses deux Asymptotes, & par conséquent ne les couper qu'à l'infini, & lorsque deq est un diametre, la branche XV de l'Hyperbole circonscrite, pour être semblable à la branche inscrite NY de l'Hyperbole ambigêne, doit aussi être au dedans de l'Angle de ses Asymptotes, & ne peut couper son Asymptote qu'à l'infini.

COROLLAIRE I.

XLII. Il est donc évident que lorsque l'une de ces trois choses arrive, $e = 0$, $e = \frac{4ac - bb}{4a\sqrt{a}}$, $e = \frac{bb - 4ac}{4a\sqrt{a}}$, la Courbe a un diametre; dans le premier cas, c'est l'Axe DAF; dans le second, l'Axe dEQ; & dans le troisiéme, l'Axe deq. Il est encore évident que si deux de ces trois choses arrivent, la troisiéme arrive aussi nécessairement, c'est-à-dire, qu'alors la Courbe a trois diametres qui sont les Axes DAF, d'EQ & deq.

COROLLAIRE II.

XLIII. La Courbe peut donc n'avoir aucun diametre; en avoir un, ou en avoir trois, elle ne peut point n'en avoir que deux. Dans le premier cas, elle coupe chaque Asymptote en un point; dans le second, elle en coupe deux chacune en un point; & dans le troisiéme, elle n'en coupe aucune.

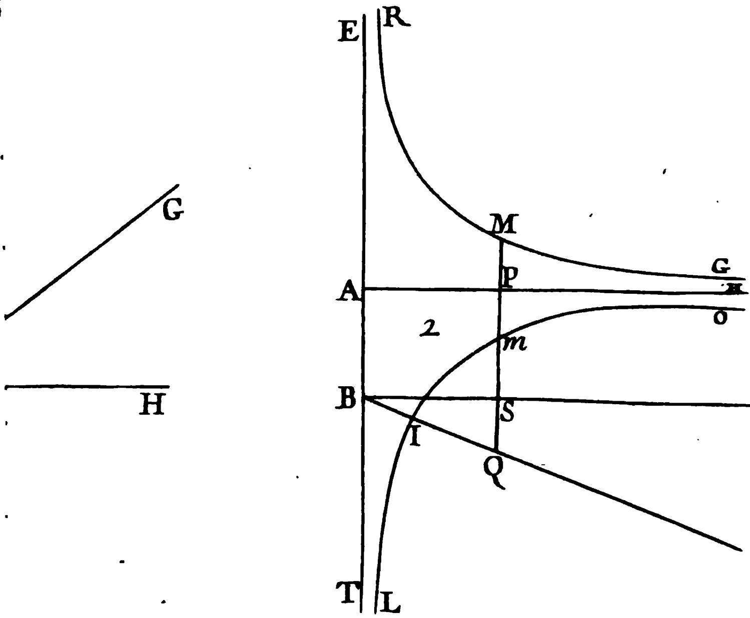
COROLLAIRE III.

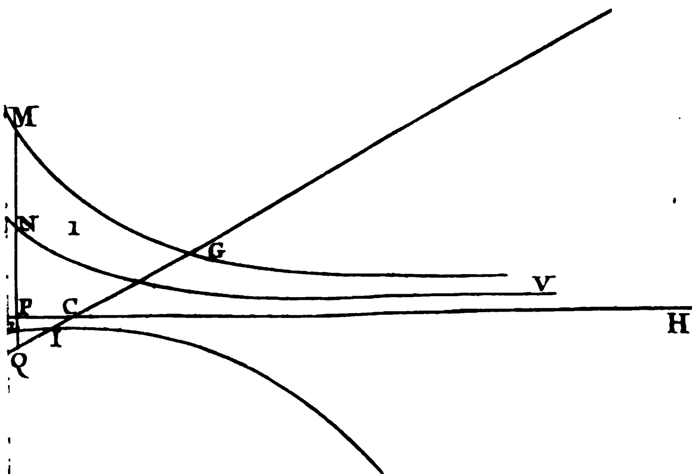
XLIV. Toutes les Courbes renfermées dans l'Equation $y = \frac{\frac{1}{2}e \pm \sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$, n'ont donc aucun diametre. Toutes celles renfermées dans l'Equation $y = \frac{\pm \sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx}}{x}$, ont pour diametre l'Axe DAF. Toutes celles renfermées dans l'Equation $y = \frac{4ac - bb}{8ax\sqrt{a}}$

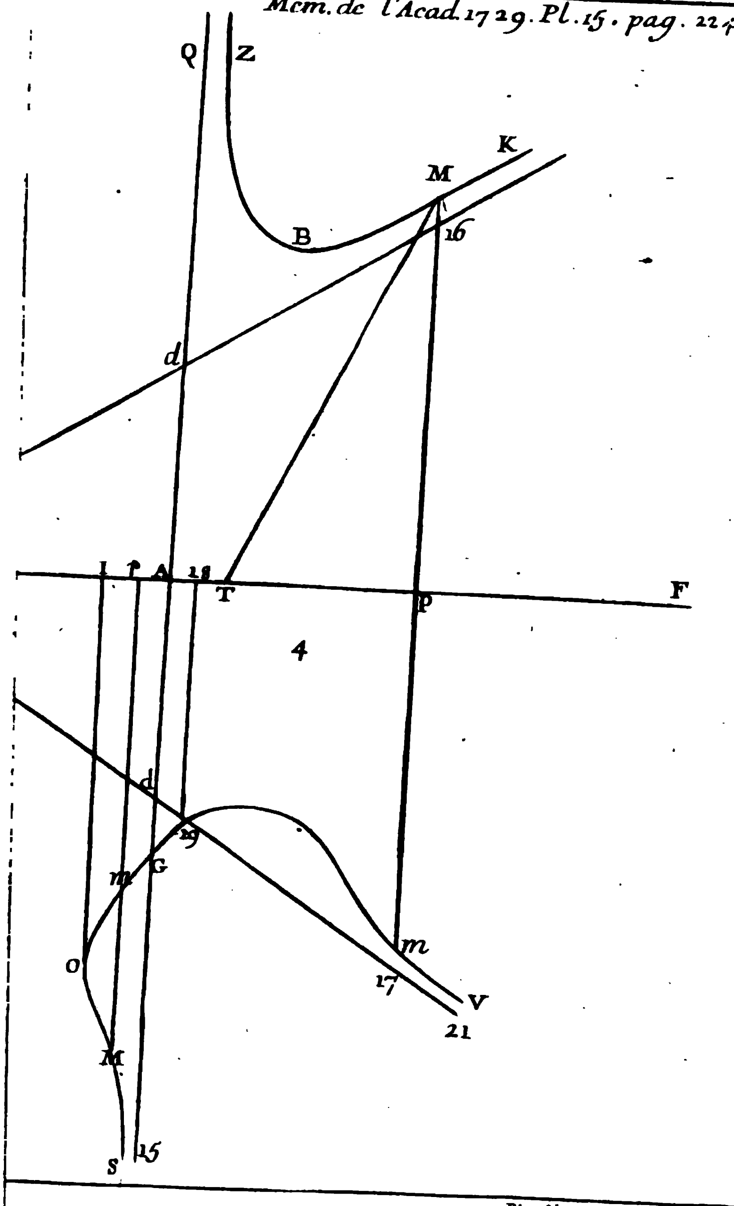
$\pm \frac{\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{\overline{4ac - bb}^2}{64a^3}}}{x}$, ont pour diametre l'Axe dEQ. Toutes celles qui ont pour Equation $y = \frac{bb - 4ac}{8ax\sqrt{a}} \pm \frac{\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{\overline{bb - 4ac}^2}{64a^3}}}{x}$, ont pour diametre l'Axe $d\epsilon q$. Et enfin toutes celles qui ont pour Equation $y = \frac{\pm\sqrt{ax^4 + bx^3 + \frac{bbxx}{4a} + fx}}{x}$, ont trois diametres, qui sont les Axes DAF, dEQ, $d\epsilon q$.

On donnera la suite de ce Traité dans un autre Mémoire.

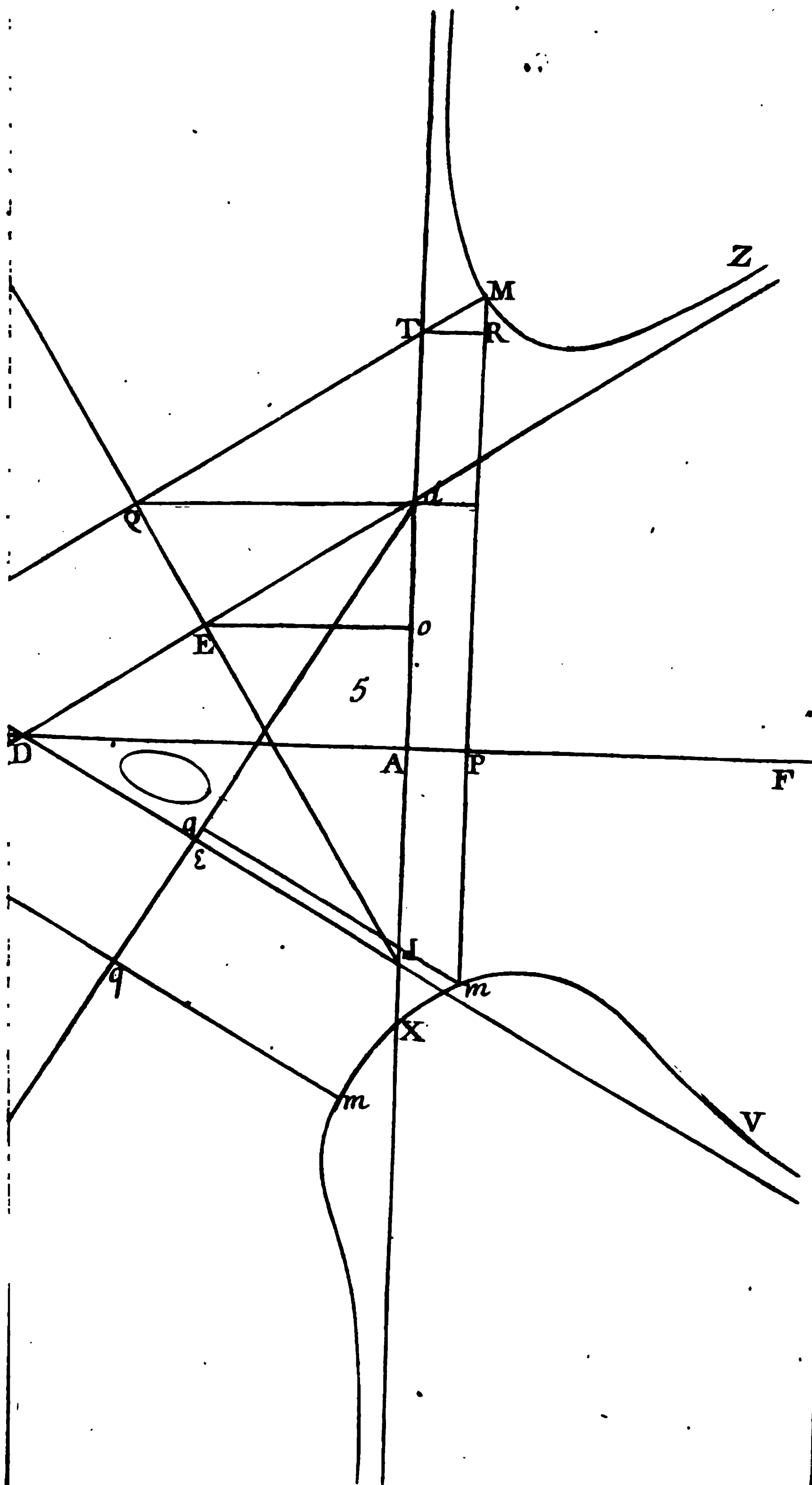
DE


E
R
G
M
G
A
P
o
2
m
H
B
S
I
Q
T
L


M
N
1
G
V
P
C
H
I
Q



Ph. Simonneau Sculp.



Ph. Simonneau Sculp.

DE LA PRECIPITATION DU SEL MARIN DANS LA FABRIQUE DU SALPÊTRE.

Par M. PETIT le Médecin.

QUELQUE attention que les Chymistes ayent eu à rechercher les propriétés du Sel marin, il leur en est néantmoins échappé une, qui étant connüe, me donnera lieu d'expliquer la précipitation du Sel marin dans la fabrique du Salpêtre. 3 Août 1729.

Cette propriété est, que le Sel marin ne peut se dissoudre dans l'eau de Seine très-chaude en plus grande quantité que cette même eau refroidie n'en peut tenir en dissolution.

C'est ce qui fait aussi qu'il se dissout dans l'eau, & qu'il s'y tient en dissolution en aussi grande quantité en Hiver qu'en Eté.

Le Sel marin ne peut se dissoudre dans l'eau très-chaude en plus grande quantité que cette même eau n'en peut tenir en dissolution, lorsqu'elle est tout-à-fait froide. Si l'on met 10 dragmes de ce Sel dans une Fiole avec 24 dragmes d'eau, tout le Sel ne s'y dissoudra pas, quoiqu'on mette la Fiole dans l'eau très-chaude. Si l'on filtre cette dissolution toute chaude, il restera sur le filtre une dragme & demie de Sel & de terre, & quelquefois 2 dragmes. La liqueur étant refroidie, il ne s'y forme point de cristaux. Cette dissolution étant conservée pendant l'Hyver, il ne s'y fait ni cristallisation ni précipitation, à quelque forte gelée qu'on l'expose: c'est ce donc je me suis assûré par l'observation de plusieurs Hyvers, & principalement au mois de Janvier dernier.

Cette dissolution varie quelquefois d'une demi-dragme par les différents états où se trouve l'eau de la Seine, c'est-à-dire, suivant qu'elle contient plus ou moins de terre fine ou bo-

laire, elle diſſout plus ou moins de Sel. J'ai une fois fait diſſoudre deux onces de Sel marin dans 5 onces d'eau de Seine, c'eſt 2 dragmes 48 grains de plus qu'elle n'en diſſout pour l'ordinaire.

Si l'on fait diſſoudre dans les grandes chaleurs d'Eté 10 dragmes de Salpêtre rafiné dans 24 dragmes d'eau, elles s'y tiendront en diſſolution : je n'en avois pas trouvé une ſi grande quantité en 1722 *.

* Voyés les Mem. p. 97.

Cette diſſolution varie auſſi quelquefois d'une dragme ou environ, ſelon que l'eau contient plus ou moins de terre bolaire; & d'ailleurs l'eau diſſout moins de Salpêtre, lorſqu'il eſt bien purifié ou raffiné.

Si l'on conſerve cette diſſolution toute l'année, on remarque que le Salpêtre ſe criſtalliſe au fond de la liqueur à proportion que les chaleurs diminüent, & que le froid augmente pendant l'Hyver, enſorte que dans les grands froids du mois de Janvier dernier, 24 dragmes d'eau n'ont pû tenir en diſſolution que 3 dragmes de Salpêtre, qui eſt un peu plus du quart de ce qu'elles en tiennent en diſſolution dans les grandes chaleurs de l'Eté.

Dans une ſaiſon tempérée, 24 dragmes d'eau tiennent 8 dragmes de Salpêtre en diſſolution : mais ſi l'on ajoûte à cette diſſolution 16 dragmes de Salpêtre, tout ce Salpêtre s'y diſſoudra à une médiocre chaleur. Si l'on laiſſe refroidir la diſſolution, les 16 dragmes de Salpêtre ſe criſtalliſeront au fond de la diſſolution, quelquefois un peu plus, & il n'en reſtera que 7 dragmes ou 7 dragmes & demie diſſous dans l'eau : ce qui arrive, parce que dans le même temps que les particules du Salpêtre ſe précipitent pour ſe criſtalliſer, elles entraînent avec elles d'autres particules qui ſe rencontrent dans leur paſſage.

Le moyen le plus facile & le plus ſûr pour reconnoître qu'il y a plus que les 16 dragmes de Salpêtre criſtalliſé, c'eſt que ſi l'on peſe cette diſſolution avec l'Aréometre, on la trouvera plus légere que celle dans laquelle il y a 8 dragmes de Salpêtre diſſous dans 24 dragmes d'eau, & d'autant plus légere, qu'il y aura de Salpêtre criſtalliſé.

Puisque l'eau chaude ne peut dissoudre une plus grande quantité du Sel marin que l'eau froide, il s'ensuit que si on fait évaporer une dissolution soulée de ce Sel, le Sel doit se former sur la liqueur aussi-tôt qu'elle commencera à s'évaporer, & continüer à se coaguler en raison de la quantité de la liqueur évaporée : ainsi lorsqu'il y aura 6 dragmes d'eau évaporée, il doit y avoir 2 dragmes de Sel coagulé ou environ, & la liqueur étant froide, il ne s'en formera pas davantage. C'est ce qui est confirmé par l'expérience.

Cela ne se passe pas de même avec la dissolution de Salpêtre ; car quoique dans une saison tempérée, 24 dragmes d'eau froide ne puissent tenir en dissolution que 8 dragmes de Salpêtre, néantmoins cette eau étant chauffée, en peut dissoudre encore 16 dragmes, qui, comme je l'ai dit, se cristallisent au fond de la liqueur à mesure que l'eau se refroidit. Il s'ensuit que si on met en évaporation 32 dragmes de cette dissolution où il y a 8 dragmes de Salpêtre, il doit s'évaporer 16 dragmes d'eau avant qu'il paroisse aucune concrétion dans la liqueur. Si après cette évaporation de 16 dragmes d'eau, on laisse refroidir la liqueur, il se cristallisera environ 6 dragmes de Salpêtre, ou 5 dragmes & demie.

Je ne m'en suis pas tenu à ces expériences, que j'ai faites avec une exactitude scrupuleuse, j'ai voulu voir ce qui arrive par l'eau boüillante.

J'ai mis dans une Cafetiére d'argent 40 dragmes de dissolution, qui contenoit environ 10 dragmes de Sel marin, j'y ai ajoûté 2 dragmes seulement du même Sel. J'ai mis la Cafetiére au milieu d'un grand brasier, j'ai fait boüillir la liqueur. Je l'ai versée toute boüillante dans un filtre de Papier gris, il est resté du Sel sur le filtre. J'ai laissé reposer la liqueur pendant vingt-quatre heures. Je l'ai pesé, il y en avoit 31 dragmes 37 grains, y compris du Sel cristallisé qui étoit au fond, & qui étant bien séché, a pesé 82 grains, c'est près de la huitiéme partie de tout le Sel qui a passé par le filtre avec l'eau, car il y avoit 22 dragmes 56 grains d'eau, qui contenoit 7 dragmes 42 grains de Sel, qui font 546

grains. Si on ajoûte les 82 grains de Sel criſtalliſé, & qu'on diviſe le tout par 82, on a pour quotient $7\frac{54}{82}$, qui eſt la ſeptiéme partie & deux tiers d'une partie du Sel qui a paſſé par le filtre, & qui s'eſt criſtalliſé, ce qui eſt ſujet à varier; car dans d'autres expériences, j'ai trouvé juſqu'à la ſixiéme partie de Sel criſtalliſé. Cela dépend du plus ou moins de vîteſſe avec laquelle la liqueur traverſe le Papier gris, & du plus ou moins de chaleur de la liqueur. J'ai ajoûté 2 dragmes de Sel à la diſſolution pour rendre l'expérience plus ſenſible par rapport à celles qui ſuivent, car il ne ſe diſſout point du tout de ce Sel, il reſte ſur le filtre, & ſi l'on n'en ajoûte point, il ne laiſſera pas de ſe criſtalliſer du Sel, parce qu'il s'évapore beaucoup de flegme par l'ébullition, qui dans cette expérience alloit à 8 dragmes, qui contenoient 2 dragmes de Sel en diſſolution.

J'ai mis dans la même Cafetiére 32 dragmes de diſſolution de Salpêtre rafiné, dans laquelle il y avoit 8 dragmes de ce Salpêtre; j'y ai ajoûté 40 dragmes du même Salpêtre. J'ai mis la Cafetiére au milieu d'un grand braſier, & à la moindre ébullition tout le Salpêtre s'eſt diſſout. J'ai verſé cette diſſolution toute boüillante dans un filtre de Papier gris, il eſt reſté ſur le filtre du Salpêtre coagulé. J'ai laiſſé repoſer la liqueur pendant vingt-quatre heures, il y en avoit 45 dragmes 18 grains, tant liqueur que Salpêtre criſtalliſé. Il a paſſé par le filtre 33 dragmes 54 grains de Salpêtre avec 11 dragmes 36 grains d'eau; car après avoir ôté ce qu'il y avoit de diſſolution, il eſt reſté 38 dragmes 27 grains de Salpêtre humecté, qui étant ſéché, s'eſt réduit à 32 dragmes 2 grains. Il y avoit 6 dragmes 63 grains de diſſolution, qui contenoient 1 dragme 52 grains de Salpêtre. Il a donc paſſé par le filtre trois fois autant de Salpêtre que d'eau, peu s'en faut.

Nous venons de voir que 24 dragmes d'eau tiennent 8 dragmes de Sel marin en diſſolution, & quelque choſe de plus. Mais ſi dans une ſaiſon tempérée on met dans cette diſſolution 8 dragmes $\frac{1}{2}$ de Salpêtre, il s'y diſſoudra entiérement. Si l'on ajoûte à cette diſſolution une demi-dragme de

Sel marin, cette demi-dragme s'y diſſoudra entiérement, enſorte que pour l'ordinaire, dans une ſaiſon tempérée, 24 dragmes d'eau tiennent en diſſolution 8 dragmes $\frac{1}{2}$ de Sel marin & 8 dragmes $\frac{1}{2}$ de Salpêtre; dans les grandes chaleurs de l'Eté, cela va juſqu'à 10 dragmes $\frac{1}{2}$ de Salpêtre.

Voyés les Mem. de 1716. p. 165.

Pour peu qu'on faſſe de réfléxion ſur les expériences que je viens de rapporter, il ne ſera pas difficile de ſe perſuader que ſi on fait évaporer cette diſſolution de Sel marin & de Salpêtre, le Sel marin doit être le premier à ſe coaguler ſur la liqueur, & même auſſi-tôt qu'elle commencera à s'évaporer, ce qui va être démontré par les expériences ſuivantes.

J'ai pris cette diſſolution de Sel marin & de Salpêtre, je l'ai miſe en évaporation au Bain de Sable. Après un peu d'évaporation, le Sel marin a paru ſur la liqueur en forme de pyramides quarrées, creuſes & renverſées la pointe en bas. Si on a le ſoin d'enlever ce Sel à meſure qu'il ſe forme, on remarque que c'eſt toûjours du Sel marin pur juſqu'à ce qu'il ſe ſoit évaporé la moitié de la liqueur : mais ſi on retire la liqueur avant qu'il s'en ſoit évaporé plus de la moitié, & qu'on la laiſſe refroidir, il ſe criſtalliſe environ 4 dragmes $\frac{1}{2}$ de Salpêtre, & quelquefois davantage, & il en reſte environ 4 dragmes diſſout dans la liqueur, & un peu plus de 4 dragmes de Sel marin.

Puiſque le Sel marin ſe coagule ſur la liqueur dans laquelle il eſt diſſout, à meſure qu'on la fait évaporer, il s'enſuit que ſi on fait boüillir cette diſſolution, la coagulation du Sel marin doit ſe faire plus promptement & en plus grande quantité, avec cette différence, c'eſt que lorſque l'on fait évaporer cette diſſolution à une chaleur modérée, il ſe forme ſur la liqueur une croûte de Sel marin qui devient d'autant plus épaiſſe à proportion de ce qu'on la fait évaporer; mais ſi l'on fait boüillir la diſſolution, le mouvement dont elle eſt agitée doit empêcher qu'il ne ſe faſſe une croûte, car auſſi-tôt qu'elle commence à ſe former, elle ſe briſe en une infinité de petites parcelles qui ſont continuellement agitées par le boüillonnement du liquide, comme l'expérience le fait voir.

J'ai fait boüillir dans un Coquemar trois pintes d'eau, dans lesquelles j'avois dissout une livre de Salpêtre, & autant de Sel marin ; après l'évaporation de la moitié de la liqueur, le Sel marin s'est formé pur jusqu'à la diminution des $\frac{4}{5}$ de la dissolution, ce que j'ai reconnu par l'examen exacte que j'en ai fait ; car j'ai dans ce moment versé ce qu'il y avoit de liquide, le Sel coagulé est resté au fond du Coquemar dont je l'ai retiré. Le grain étoit petit & anguleux, salé comme le Sel ordinaire. Je l'ai dissout dans l'eau, je l'ai fait évaporer à une douce chaleur, il a donné des cristaux de Sel marin qui ont bien décrépité ; enfin je l'ai trouvé Sel marin pur, hors peut-être 50 grains de Salpêtre que la dissolution, dont ce Sel s'est trouvé humecté, y a laissés.

Nous voilà enfin, d'expériences en expériences, arrivé au point d'expliquer de quelle maniére se fait la précipitation du Sel marin dans la fabrique du Salpêtre ; mais il faut premiérement sçavoir ce que c'est que la liqueur qui fournit le Salpêtre. C'est une Lessive faite avec de l'eau passée plusieurs fois sur des Cendres & des Plâtras brisés presque en poussiére. Les Cendres fournissent un Sel fixe. Les Plâtras sont empreints pour l'ordinaire de deux especes de Sel armoniac, l'un nitreux, & l'autre salin. Ce qui sera prouvé dans un Mémoire que je donnerai sur cette matiére. Ces Sels étant dissous dans l'eau qu'ils trouvent chargée de Sel fixe, ce Sel fixe se saisit de la partie acide volatile nitreuse & de la partie acide volatile saline, & de cette maniére forment deux Sels concrets ou moyens, sçavoir le Nitre & le Sel marin, la partie volatile urineuse alkaline qui étoit jointe aux acides ayant été, pour ainsi dire, chassée par le Sel fixe, s'échappe & s'évapore.

Cette Lessive, qui est jaunâtre & transparente, est donc composée de Salpêtre, de Sel marin, de Terre, d'Huile bitumineuse qui se trouve dans les Plâtras, d'une petite quantité de Sel fixe qui n'a pû être employé, lorsqu'il s'en est trouvé de surabondant, le tout dissout dans une très-grande quantité d'eau, & dans cet état elle est appellée *Cuite* par les

Salpêtriers. Cette Cuite eſt verſée dans une Chaudiére plus ou moins grande, ſuivant la quantité que l'on en fait. Pluſieurs de nos Salpêtries en font paſſer ſucceſſivement douze demi-Queux dans une Chaudiére qui contient trois demi-Queux, & la font boüillir trois fois vingt-quatre heures, plus ou moins, par rapport à l'ébullition plus ou moins forte, & que la Leſſive eſt plus ou moins chargée de Sels.

Pendant l'ébullition, il ſe précipite beaucoup de terre au fond de la Cuite; cette précipitation commence le plus ſouvent deux heures après que la Cuite a commencé à boüillir, & continüe juſqu'à ce que le grain ſe forme, qui, ſelon les Salpêtriers, eſt environ dix ou douze heures avant que la Cuite ſoit en état d'être tirée de la Chaudiére, c'eſt-à-dire, après cinquante-cinq ou ſoixante heures de cuiſſon.

Pour m'en aſſûrer, j'ai fait tirer de la Chaudiére, vingt-quatre heures avant que la Cuite en fut tirée, environ une pinte de la Cuite que l'on a miſe dans une Terrine de grès. J'ai examiné cette liqueur vingt-quatre heures après, j'y ai apperçû des criſtaux de Salpêtre; j'ai ôté la liqueur ſurnageante, & j'ai trouvé au fond de la Terrine du Salpêtre criſtalliſé en fort petits criſtaux, & une très-grande quantité de petits grains, la plûpart poliédres, & ſemblables à ceux qui ſe trouvent au fond de la Chaudiére. La plus grande partie de ces grains occupoient le fond de la Terrine ſur une terre rouſſe qui touchoit immédiatement la Terrine. Le Salpêtre s'étoit formé ſur ces grains, & l'on voyoit quantité de ces grains qui s'étoient formés ſur les pointes des criſtaux du Salpêtre, mais ceux-ci étoient quarrés comme tous ceux qui ſe forment tranquillement ſur la liqueur par évaporation, ils ſe ſont produit dans le temps que la liqueur s'eſt refroidie.

Voilà dans cette Cuite la formation du grain commencée vingt-quatre heures avant que la Cuite ſoit achevée, ce qui n'arrive pas de même dans toutes les Cuites. On a retiré de cette Cuite 300 livres de Salpêtre & 50 livres de grain ou Sel marin: le Salpêtrier me l'a dit ainſi. Ces gens-là cachent avec un ſoin extrême la quantité qu'ils tirent de ce grain

par rapport au profit que ce Sel leur produit. On ne peut donc s'aſſûrer ſur leur parole; mais, ſelon le calcul que j'en ai fait, & qui eſt fondé ſur le temps que le grain a commencé à ſe former, & principalement ſur la quantité de liqueur qu'il y avoit pour lors dans la Chaudiére, il doit en avoir retiré près de 100 livres. Je ſuppoſe qu'il y avoit dans la Chaudiére 420 livres d'eau ou de flegme, qui ſuffiſent, pendant qu'elle eſt boüillante, pour tenir 150 livres de Sel marin en diſſolution; cette quantité d'eau venant à diminüer par l'ébullition, ce Sel a dû ſe coaguler à proportion de l'évaporation. Lorſqu'il y a eu 270 livres d'eau ou de flegme évaporé, il doit s'être formé environ 100 livres de grain ou de Sel marin, il n'eſt reſté dans la Chaudiére que 150 livres d'eau, plus que capable de tenir en diſſolution, pendant l'ébullition, 350 livres de Salpêtre, & 50 livres de Sel marin; & comme dans ce temps-là ils ont retiré leur Cuite de la Chaudiére, & l'ont mis * dans des Baſſins de cuivre, il s'y eſt formé 300 livres de Salpêtre. Il eſt reſté pour l'Eau-mere 150 livres de flegme, qui ont tenu en diſſolution à froid 50 livres de Salpêtre, 50 livres de Sel marin, une certaine quantité de Sel fixe lorſqu'il eſt ſurabondant, & une matiére graſſe & bitumineuſe, comme il ſera prouvé dans un Mémoire que je donnerai ſur l'Eau-mere.

L'on m'a objecté que l'Eau-mere ne contenoit peut-être ni Salpêtre ni Sel marin, & que nous n'avions aucune expérience pour le prouver.

J'ai répondu que j'avois beaucoup d'expériences qui le prouvoient, mais que la principale étoit, qu'ayant fait évaporer de l'Eau-mere juſqu'à ce qu'elle eût acquis de la conſiſtance, je l'avois mis dans un Matras avec de l'Eſprit de Vin, & que par la digeſtion mon Eſprit de Vin s'étant chargé de la partie graſſe & bitumineuſe, je l'avois retiré de la matiére ſaline qui reſtoit au fond du Matras, & que j'ai diſſout avec de l'eau, & après l'avoir filtré & évaporé, j'en ai retiré par criſtalliſation preſque autant de Salpêtre que de Sel marin. Tout ce que je viens de dire, eſt aſſés bien prouvé par les

expériences

expériences que j'ai rapportées ci-dessus du Salpêtre & du Sel marin dissout dans l'eau froide, dans l'eau chaude & dans l'eau boüillante.

Voilà donc notre Sel précipité par cette seule propriété, qu'il ne peut être tenu en dissolution dans l'eau boüillante qu'à un peu plus du tiers du poids de l'eau, c'est-à-dire, que 24 dragmes d'eau boüillante ne peuvent tenir en dissolution que 9 dragmes de Sel marin, & quelquefois 9 dragmes $\frac{1}{2}$, & que 24 dragmes d'eau boüillante peuvent tenir en dissolution plus de 72 dragmes de Salpêtre & plus.

Tous les grains de ce Sel qui se forme dans la Chaudiére, sont des poliédres quelconques à cinq ou six facettes, ayant quelquefois une ligne de diametre, de couleur rousse ou jaunâtre, & quelquefois très-brune, mais plus menus dans des Cuites que dans d'autres, ce qui peut venir de la maniére dont les Salpêtriers font boüillir leur Cuite. Ils disent qu'il faut la faire boüillir le plus tranquillement qu'il est possible; parce que le grain se forme mieux, & pour parler en terme de l'art, il est mieux nourri. J'ai effectivement remarqué que le grain se trouve plus gros dans les Cuites où ils ont bien ménagé cette ébullition ; car lorsque le Sel se coagule sur la liqueur, & que par l'ébullition la croûte se divise en une infinité de piéces, ces piéces ne se brisent pas si fort, lorsqu'elles viennent à se choquer les unes contre les autres & contre les parois de la Chaudiére ; car dans une ébullition tranquille, les parties les plus anguleuses se cassent & s'usent doucement, & prennent de cette maniére une figure poliédre plus reguliére qui les obligent de se tenir au fond de la liqueur, plus ils approchent de la figure sphérique, moins ils ont de surface, ils sont par conséquent moins capables d'être agités par la liqueur qui en diminüe moins leur grosseur; au contraire lorsque les ébullitions n'ont point été ménagées, le grain en est plus petit & plus anguleux. J'ai vû des Cuites où ces grains étoient comme de la poussiére. Le grain qu'on retire de la Chaudiére, est ordinairement plus gros que celui qui reste au fond après que la Cuite est achevée,

Voilà la raison pourquoi le grain que j'ai retiré par l'ébullition de la dissolution de Salpêtre & de Sel marin étoit petit & anguleux, parce qu'il y a trop peu d'étendüe dans les petits Vaisseaux dans lesquels je l'ai fait boüillir, où le grain rencontre plus souvent les parois du vaisseau contre lesquels il se brise.

J'ai fait boüillir chés moi, dans un Chaudron, quarante pintes de Lessive ou Cuite prête à mettre dans la Chaudiére, j'en ai eu du Sel qui n'étoit pas si bien formé ni si gros que celui que le Salpêtrier a eu de la même Cuite.

Il n'y a point de doute que ce ne soit l'ébullition qui lui donne cette figure poliédre de la maniére dont je l'ai dit; car si l'on retire de la Chaudiére plein une Ecuelle de Cuite dans le temps qu'elle produit le grain, on remarque que lorsque la liqueur commence à se refroidir, il se forme à sa superficie des pyramides renversées, toutes semblables à celle que forme ordinairement le Sel marin, & ensuite ces pyramides deviennent des cubes. Ce Sel décrépite sur les charbons ardents, lorsqu'il est en poliédre; les poliédres les mieux formés, décrépitent avec plus de force, mais cela n'approche pas de celle avec laquelle il décrépite, lorsqu'il est formé en cube; c'est un vrai Sel marin, qui m'a paru aussi agréable au goût que le Sel de Gabelle.



PROBLEME PHYSICO-MATHÉMATIQUE,

Dont la solution tend à servir de Réponse à une des Objections de M. Newton contre la possibilité des Tourbillons celestes.

Par M. l'Abbé de MOLIERES.

ABCDF est le plan de l'Orbe d'un Tourbillon elliptique rempli de Globules. Il s'agit de déterminer le moyen qu'il peut y avoir, que les centres des Globules que cet Orbe contient, circulent tous autour de son foyer *F* avec des vîtesses qui soient entr'elles réciproquement comme les racines de leurs distances au centre *F* de leurs mouvements. 25 Mai 1729. Fig. 1.

I.

Je réponds d'abord, que si ces Globules sont durs, comme Descartes le supposoit, le Probleme est impossible, ainsi que Newton l'a démontré. Car dans la supposition que tous ces Globules circulent autour du point *F* avec des vîtesses qui sont entr'elles réciproquement comme les racines de leurs distances au foyer *F*, si du foyer *F* & de l'intervalle du petit diametre *FA* on décrit une circonférence circulaire *AHKL*; tous les Globules qu'elle contiendra étant à une égale distance du point *F*, leurs vîtesses seront égales; il en sera de même de tous les Globules compris dans quelle on voudra des circonférences *ahkl* concentriques à la précédente. D'où il suit que dans le même temps que quelqu'un des Globules compris dans la circonférence *AHKL* occupera le lieu *K* du rayon *FK*, un autre Globule compris dans la même circonférence occupera le point *A*; & dans le même temps que quelqu'un des Globules compris dans la circonférence *ahkl* occupera le lieu *k* du même rayon *FK*, un autre Globule compris dans

la même circonférence occupera le point *a*, & ainsi des autres points compris dans toutes les circonférences concentriques.

Il n'y aura donc entre *A* & *F* qu'autant d'espace qu'il en faut, pour que tous les Globules compris dans le plan du Cercle *AHKLF* circulent dans le rapport supposé des vîtesses. Et partant les Globules compris entre *K* & *C*, & dans tout le reste *M*, *M*, de l'Ellipse, ne pourront circuler en même temps autour du foyer *F*, à moins qu'ils n'augmentent à chaque instant qu'ils passeront par l'espace *FA*, la vîtesse des points précédents qui passent en même temps par le même espace.

II.

Mais si maintenant on suppose, comme a fait le P. Malebranche, que les Globules de Descartes ne sont que de petits Tourbillons, je dis que le Probleme est possible, & que les centres de tous ces Tourbillons pourront circuler autour du foyer *F*, & décrire des Ellipses, sans que leurs vîtesses cessent d'être entr'elles réciproquement comme les racines de leurs distances au foyer *F*.

Nous avons démontré dans le Mémoire de 1728, que tous les points d'un Tourbillon compris dans une même superficie sphérique tendoient avec une égale force à s'éloigner du centre de leur mouvement, tant ceux qui étoient vers l'Equateur, que ceux qui étoient vers les Poles, & qu'ils continuoient chacun à circuler toûjours avec la même vîtesse. D'où il suit que le Tourbillon résiste également de toutes parts à sa destruction, & qu'il peut par conséquent se conserver parmi d'autres Tourbillons de quelque façon qu'ils soient situés à son égard; ce qui rend le systéme des petits Tourbillons très possible.

Fig. 2. Soient donc *A*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, &c. plusieurs Tourbillons qui se touchent immédiatement, & dont les parties qui sont à leurs superficies, ayent une égale force centrifuge, il est clair qu'ils continuëront à circuler, chacun dans le même espace qu'il occupe; mais si les parties qui sont à la superficie

de l'un de ces Tourbillons *A* ont plus de force centrifuge, que les parties qui sont à la superficie de ceux qui l'environnent, il est bien visible que le Tourbillon *A* s'aggrandira aux dépens des autres, ou qu'il entraînera, en circulant, une partie de la matiére des Tourbillons voisins.

Mais comme plus la superficie du Tourbillon *A* s'étendra; moins les points qu'elle contiendra auront de force centrifuge, & que plus les superficies des Tourbillons environnants diminuëront, plus la force centrifuge des points de leurs superficies augmentera, on voit bien qu'il y aura bientôt équilibre entre la force centrifuge du Tourbillon *A* & la force centrifuge de ceux qui l'environnent. On voit bien encore que la force centrifuge des Tourbillons *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, augmentant à mesure que celle du Tourbillon *A* diminüe, ces Tourbillons s'aggrandiront à leur tour aux dépens des Tourbillons 1, 2, 3, 4, &c. qui les environnent, & ainsi de suite.

III.

Revenons maintenant à nôtre Ellipse, & supposant d'abord par impossible, qu'un des petits Tourbillons qu'elle contient parte d'un des points *N* compris entre *A* & *F*, pour circuler autour du foyer *F* dans l'Ellipse *ABCD*, la vîtesse de tous les centres des petits Tourbillons compris dans le plan de l'Ellipse *ABCD*, étant par la supposition réciproquement entr'elles comme les racines de leurs distances, au centre *F* de leurs mouvements, les points du grand Tourbillon qui seront vers *P*, auront moins de vîtesse que ceux qui seront vers *N*; ceux qui seront vers *Q*, moins que ceux qui seront vers *P*; au contraire ceux qui seront vers *R*, en auront plus que ceux qui seront vers *Q*; & ceux qui seront vers *N*, plus que ceux qui seront vers *P*. Fig. 3.

D'où il suit qu'à mesure que le petit Tourbillon *T* parcourera l'espace *NPQ* passant d'un milieu où il y a plus de vîtesse, & où les points qui le composent, rencontrent par conséquent plus de résistance à leurs circulations particuliéres autour de son centre propre, dans un autre milieu où il y en a moins, le petit Tourbillon *T* s'aggrandira nécessairement aux dépens

de ceux qui l'entoureront à meſure qu'il avancera de *N* en *P* juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu en *Q*. Et qu'à meſure que le même Tourbillon *T* parvenu en *Q* parcourera l'eſpace *QR*, paſſant d'un milieu où il y a moins de vîteſſe, & où les points qui le compoſent, rencontrent par conſéquent moins de reſiſtance à leur circulation particuliére autour de leur centre propre, dans un autre milieu où il y en a plus, les petits Tourbillons qui l'entoureront ayant plus de force centrifuge autour de leurs propres centres, que le Tourbillon *T* en a, s'aggrandiront à ſes dépens, & ſon volume diminuëra à meſure qu'il parcourera l'eſpace *QRN;* de ſorte qu'il ſera réduit enfin en arrivant au point *N*, au même volume qu'il avoit lorſqu'il en eſt parti.

Soit *n*, 1, 2, 3, 4, 5, &c. *q*, 1, 2, 3, 4, 5, &c. une des rangées des petits Tourbillons compris dans l'Ellipſe *ABCD* qui circulent autour du foyer *F* à meſure que le petit Tourbillon *n* parcourera l'eſpace *n*, 1, on comprend qu'il s'aggrandira aux dépens du Tourbillon 1, & de ceux qui le touchent tant en deſſus qu'en deſſous, & qu'à côté du même Tourbillon 1; & que le Tourbillon *n* deviendra auſſi grand que le Tourbillon 1. Qu'en même temps le Tourbillon 1 parcourera l'eſpace 1, 2, & qu'en le parcourant il s'aggrandira aux dépens du Tourbillon 2, & de ceux que le Tourbillon 1 touche immediatement, & qu'il deviendra auſſi grand que le Tourbillon 2, & ainſi de ſuite juſqu'en *q;* qu'en même temps le Tourbillon *q* parcourera l'eſpace *q*, 1, & ſera réduit par les Tourbillons environnants qu'il rencontre à la grandeur du Tourbillon 1, qu'en même temps le Tourbillon 1 parcourera l'eſpace 1, 2, & ſera réduit toûjours par les Tourbillons qu'il rencontre, & qui s'aggrandiront à ſes dépens à la grandeur du Tourbillon 2, & ainſi de ſuite juſqu'en *n*, où il ſe trouvera réduit à la même grandeur qu'il avoit lorſqu'il en eſt parti.

Or ce que je viens de dire du Tourbillon *n* & de la rangée *npqrn*, peut s'entendre généralement de tous les petits Tourbillons compris entre *F* & *A*, & des rangées qui leur

répondent ; d'où il ſuit que tous les petits Tourbillons qui étant en *FA* n'occupent que l'eſpace *FA*, étant en *FC* occuperont l'eſpace *FC*. Ainſi dans cette hypothéſe qui eſt très intelligible & méchanique, toute la matiére du grand Tourbillon qui eſt entre *F* & *C*, & qui compoſe tous les petits Tourbillons qu'il contient, ne circulera pas à la vérité toute entiére autour du foyer *F*, une grande partie demeurera par les chemins, & il n'en paſſera à chaque inſtant entre *F* & *A*, que ce qu'il en faut pour remplir les conditions du Probleme. Mais tous les centres des petits Tourbillons, & par conſéquent tous ces Tourbillons, pourront réellement circuler autour du foyer *F* avec des vîteſſes qui ſoient entr'elles réciproquement comme les racines de leurs diſtances.

Et l'obſervation que feu M. Caſſini a faite, & qui eſt rapportée quelque part dans les Mémoires de l'Académie ; Que la Planete de Mars dans ſon Aphélie, employe une minute de temps de plus à circuler autour de ſon centre, que lorſqu'elle eſt dans ſon Périhélie, prouve aſſés ſenſiblement que ce que je viens de dire de l'aggrandiſſement de nos petits Tourbillons, eſt confirmé par l'expérience ; car la raiſon de ce retardement peut fort bien venir de ce que le Tourbillon de cette Planete s'aggrandiſſant, lorſqu'elle eſt dans ſon plus grand éloignement du Soleil, la force centrifuge de ce Tourbillon diminüe néceſſairement, en ſe diſtribüant à plus de matiére que lorſqu'elle eſt plus voiſine de cet Aſtre.

COROL. On peut recüeillir de ce que nous venons de dire, que dans toutes les moindres parties ſenſibles de l'étendüe d'un grand Tourbillon, il ſe fera un ſaſſement & reſaſſement continuel des moindres parties de la matiére qui le compoſe, leſquelles paſſeront & repaſſeront ſans ceſſe par un mouvement ſubit & rebrouſſé d'un des petits Tourbillons dans l'autre, & que ce mouvement pourra déterminer certaines parties de la matiére engagées dans les moindres coins & recoins qui ſont parmi tous ces petits Tourbillons, à ſe dégager des endroits où elles auront pû ſe former, & à ſe précipiter en foule de tous les points du grand Tourbillon au

centre commun *F.* Effet qui peut servir de principe pour rendre raison de plusieurs phénomenes généraux de la Nature, tels que sont l'entretien de la chaleur & de la lumiére du Soleil, de la fécondité de la Terre, &c.

Réponse à une difficulté.

Selon les loix du choc des corps reçûës maintenant de tout le monde, & confirmées par l'expérience, *les mouvements contraires se détruisent*, d'où l'on conclut que s'il faut qu'à chaque instant la matiére qui passe le plus souvent en sens contraire d'un de nos petits Tourbillons dans l'autre, perde de sa vîtesse, il y a tout lieu de craindre que toute la force du grand Tourbillon ne soit bientôt dissipée.

T est le centre d'un Tourbillon qui se meut selon l'ordre Fig. 4. des lettres *ABC. V* est le centre d'un autre Tourbillon qui se meut en sens contraire selon l'ordre des lettres *MNO.* On suppose que ce dernier s'aggrandisse aux dépens du premier, pour cet effet il est nécessaire que la matiére du Tourbillon *T* qui est vers *B,* & qui tend vers *C,* entrant dans le Tourbillon *V,* tende vers *O.* Or il semble que cela ne peut arriver selon le principe de la destruction des mouvements contraires, à moins 1.° que la matiére *N* qui vient de *M,* & qui entraîne vers *O* la matiére *B* qui tend vers *C,* ne perde autant de force que la matiére *B* en a vers *C:* 2.° que la force de la matiére *B* vers *C* ne soit détruite : 3.° que la matiére *N* ne communique, outre cela, du mouvement qui peut lui rester, à la matiére *B* pour la faire mouvoir vers *O,* ce qui tend à diminuer prodigieusement à chaque instant la force du Tourbillon *V,* en dépoüillant le Tourbillon *T* d'une partie de sa force, &c.

Mais cette apprehension cessera bientôt, si l'on fait réfléxion que, quoiqu'un corps qui se meut d'abord en ligne Fig. 5. droite de *A* vers *B,* ne puisse changer de détermination, & se mouvoir de *B* vers *A,* tant sur la même ligne *BA,* qu'en décrivant une autre ligne droite *BO* qui forme un Angle rectiligne aigu avec la précédente, que par la perte entiére de

de son premier mouvement *BA*, & par une acquisition d'un autre mouvement de *B* vers *A* ou vers *O*; il peut cependant se faire que ce même corps change de détermination, & se meuve d'abord de *a* vers *b*, & ensuite de *b* vers *a*, sans perdre aucune partie finie de sa vîtesse, pourvû qu'à l'endroit *b*, ce corps décrive une Courbe quelconque, ainsi que M. Varignon l'a démontré. Fig. 6.

Or lorsqu'un Tourbillon *MNO* sollicite la matiére *B* d'un autre Tourbillon *ABC*, qui se meut en sens contraire, d'entrer chés lui, il ne peut le faire que par sa force centrifuge, dont la direction est du centre *V*, à la circonference, & nullement par la direction de la vîtesse de ses parties, qui est selon la tangente *NO*, & qui est directement opposée à la direction *BC* de la vîtesse des parties de l'autre Tourbillon *T* qu'elle rencontre, tellement que la force des parties de la matiére du Tourbillon *V* qui s'aggrandit, n'agissant que selon des perpendiculaires sur la direction de la vîtesse des parties du Tourbillon *T* qui diminüe, elles ne peuvent les détourner que peu à peu, en lui faisant décrire des lignes courbes *MBNC*, semblables au *folium* de Descartes; de la même façon que la pesanteur fait décrire une Courbe à une Bombe qui s'élance dans l'air, & qui retombe sur la surface de la Terre; ainsi ni la matiére du Tourbillon qui s'aggrandit, ni celle du Tourbillon qui l'entraîne en s'aggrandissant, ne perdent aucune partie finie de leurs vîtesses, ce qui mérite bien d'être observé. Fig. 4.

REMARQUE.

Comme le Tourbillon composé est un principe fécond pour résoudre les Problemes méchaniques que l'on peut former sur l'inspection des phénomenes de la Nature, & dont la résolution peut aider ensuite à l'explication de ces mêmes phénomenes, j'ai pensé qu'il ne seroit pas hors de propos d'en donner ici une idée générale.

Selon la supposition de Descartes, l'Univers sensible est composé de vastes Tourbillons, dont le Soleil, les Etoiles fixes & les Planetes sont les centres. Cet Auteur remplissoit

tous ces Tourbillons de très-petites boules dures, qui s'entre-touchant toutes, transmettoient, à son avis, la lumiére ou l'action des Astres jusqu'aux extrémités de l'Univers, & il plaçoit dans les espaces angulaires que ces Globules devoient laisser nécessairement entr'eux, une matiére qu'il concevoit incomparablement plus subtile & plus déliée, dont il déduisoit les phénomenes du feu.

Mais le P. Malebranche ayant considéré que le ressort ne pouvoit être une qualité absolue de la matiére, mais un phénomene qui procédoit d'une certaine disposition de ses parties, & que la matiére subtile de Descartes, comprise entre des Globules qui devoient tous s'entretoucher sans aucune interruption pour satisfaire aux phénomenes de la lumiére, cette matiére subtile ne pouvoit jamais se rencontrer à point nommé en une assés grande quantité pour produire le feu dans tous les endroits où l'on pourroit exciter en un instant un grand incendie, le P. Malebranche a pensé qu'il étoit absolument nécessaire de transformer les Globules de Descartes en autant de petits Tourbillons, qui formant tous ensemble un milieu élastique qui rempliroit tout l'Univers, seroit bien plus propre à transmettre l'action des Corps lumineux que les Globules durs de Descartes; Et que ces petits Tourbillons étant nécessairement composés d'une matiére incomparablement plus subtile, plus agitée & plus abondante que ne pouvoit jamais être la matiére subtile de Descartes comprise dans les espaces angulaires, puisque non seulement elle occupoit tous ces mêmes espaces angulaires, mais qu'elle remplissoit encore toute la capacité des Globules ou petits Tourbillons qu'elle formoit, pourroit bien mieux satisfaire aux phénomenes du feu.

On sçait tous les avantages que cet Auteur célébre a prétendu retirer de son hypothese; mais je pense que pour donner à ses conclusions toute la solidité qu'elles méritent, il est nécessaire de pousser plus loin son idée, & d'admettre dans la division actuelle de la matiére une progression à peu-près semblable à celle que nos nouveaux Géometres ont re-

connu dans sa divisibilité ; car il est à présumer que l'Auteur de la Nature s'est procuré dans la construction de son ouvrage, s'il est possible de le faire, les mêmes avantages que l'hypothese des Infiniment petits de tous les genres procure aux Géometres de notre temps. Fig. 4.

Je ne ferai donc ici aucune difficulté de supposer, non-seulement comme a fait cet Auteur, d'autres Tourbillons dans les espaces angulaires des précédents, encore plus petits que les premiers, & d'autres Tourbillons encore plus petits dans les nouveaux espaces angulaires que laissent les seconds, & ainsi de suite, ce qui ne formeroit jamais dans l'Univers qu'un seul milieu élastique hétérogene; mais je supposerai que les petits Tourbillons que le P. Malebranche a substitués aux Globules de Descartes, & que j'appellerai *Tourbillons du premier genre*, sont eux-mêmes composés d'autres Tourbillons incomparablement plus petits, que j'appellerai *Tourbillons du second genre*, & qui remplissent non seulement toute la capacité des premiers, mais encore tous les espaces angulaires qu'ils laissent entr'eux; & que ces Tourbillons du second genre forment tous ensemble un second milieu élastique qui occupe tout l'Univers, & dont les forces centrifuges & les vibrations sont autant différentes & indépendantes des forces centrifuges & des vibrations du milieu que forment les Tourbillons du premier genre, que les forces centrifuges & les vibrations de celui-ci le sont de celles des grands Tourbillons de Descartes. Fig. 5. Fig. 6. Fig. 4.

Que ces Tourbillons du second genre sont encore composés de Tourbillons d'un troisiéme genre, qui forment tous ensemble un troisiéme milieu élastique, qui a le même rapport au second, que le second au troisiéme, & ainsi de suite tant qu'il sera nécessaire de pousser la division & subdivision de la matiére pour rendre raison de quelque phénomene; de telle sorte que ce ne sera que lorsqu'un Probleme méchanique que je me serai formé sur l'inspection de quelque phénomene de la Nature, ne pourra être resolu par le moyen des Tourbillons du premier genre & du milieu qu'ils composent, que

j'aurai recours aux Tourbillons du second genre, & au milieu qu'ils forment, & ainsi de suite; suivant en cela la Methode de Descartes, qui consiste à ne pas chercher à resoudre un Probleme géométrique par les Sections coniques, ou par d'autres lignes encore plus composées, lorsqu'il est de nature à pouvoir être résolu par le cercle & la ligne droite.

OBSERVATIONS
SUR LA STRUCTURE ET L'ACTION
DE
QUELQUES MUSCLES DES DOIGTS.

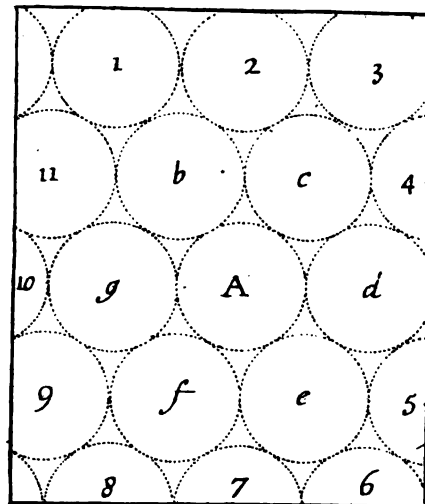
Par M. HUNAULD.

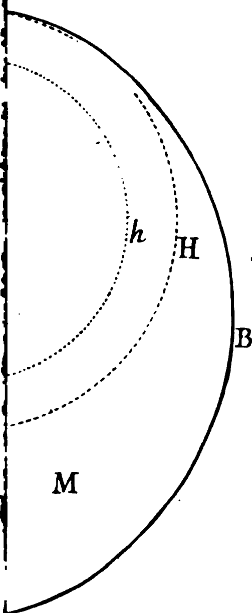
On ne sçait guéres autre chose sur les Muscles sublime, profond & extenseur des doigts, si ce n'est que chacun de ces Muscles fournit quatre tendons, que les tendons du profond s'attachent à la troisiéme phalange de l'index, du grand doigt, de l'annulaire & de l'auriculaire, ceux du sublime à la seconde phalange des mêmes doigts pour leur faire faire la fléxion, & que l'extenseur commun leur fait faire l'extension. On n'a point entré plus avant dans l'examen de ces Muscles : on n'a point foüillé dans leur intérieur, pour reconnoître la disposition des fibres charnües à l'égard des tendons qui en partent.

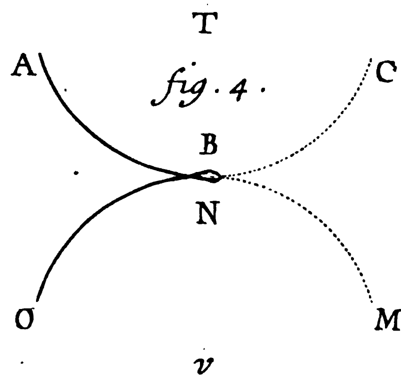
On peut remüer facilement (sur-tout avec un peu d'habitude) une partie d'un doigt, la seconde phalange de l'index, par exemple, sans remüer la seconde phalange des autres doigts. Les fibres charnües du Muscle sublime qui font mouvoir cette seconde phalange de l'index, ont donc une action distincte & séparée des autres fibres du même Muscle.

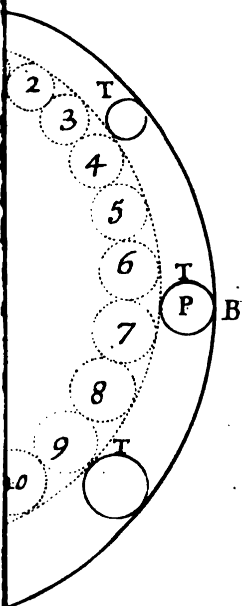
Je puis de même remüer séparement chaque seconde phalange des autres doigts; il faut par conséquent qu'il y ait dans le Muscle sublime des fibres charnües particuliéres à chacun

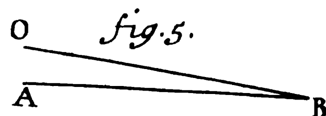
fig. 2.

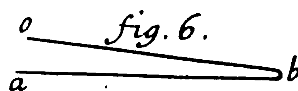












Ph. Simonneau Sculp.

des tendons qui vont à la seconde phalange de chaque doigt; ou, pour mieux dire, il faut que ce qu'on nomme le Muscle sublime ne soit point un seul Muscle, mais quatre Muscles au moins, qui étant distingués les uns des autres par leurs fonctions, doivent l'être par la disposition & l'arrangement de leurs fibres.

On en peut dire autant des Muscles profond & extenseur des doigts.

Si l'exactitude des Anatomistes va, & avec raison, jusqu'à faire une distinction entre des Muscles qui servent à la même partie, & qui lui font faire un même mouvement, on ne doit pas confondre des Muscles dont les usages sont différents.

Quand on ne regarderoit point les Muscles que je viens de nommer comme composés de différents Muscles, leur intérieur mériteroit toûjours d'être examiné; il n'est pas même de Muscle dans tout le corps, dont il ne seroit curieux, & peut-être même utile de sçavoir la construction. Pourquoi borner nôtre science du côté des Muscles, à connoître assés en gros leurs attaches, & dans quel sens ils font mouvoir les parties où ils aboutissent? L'inclinaison des filets tendineux à l'égard des fibres charnües, lesquelles sont les causes premiéres du mouvement des Muscles: la longueur, la multitude de ces mêmes fibres: les différents plans qu'elles composent, d'où naît le plus ou le moins de force dans les Muscles, & l'étendüe plus ou moins grande dans leurs mouvements, sont des objets dignes des recherches des Anatomistes.

Je trouvai avec plaisir, en développant le Muscle sublime, ce que j'y avois imaginé avant que de le dissequer, c'est-à-dire, un Muscle ou un paquet de fibres charnües particulier à chacun des tendons qui en partent; j'y trouvai encore des choses que je n'y avois nullement soupçonnées.

Les Muscles *B* & *C*, qui sont ici éloignés l'un de l'autre, sont dans le sujet unis en haut l'un à l'autre par leurs côtés qui se regardent, & ne paroissent faire qu'un tout qui est presque entiérement tendineux, & qui cache le Muscle *A*. Le côté opposé de *B* est collé au tendon du cubital interne, Fig. 1. & 2.

& s'attache au condyle interne de l'humerus. Le Muscle *C* est collé à la partie supérieure du palmaire, au radial interne, au tendon commun du radial interne, & du pronateur rond, & s'attache enfin à l'apophyse coronoïde du cubitus, & au condyle interne de l'humerus.

Les fibres du Muscle *A* qui regardent dans ces Figures le Muscle *C*, sont attachées à la partie postérieure du condyle interne de l'humerus & au cubitus jusqu'à un pouce au-dessous de l'apophyse coronoïde; l'autre partie du Muscle *A* est attachée aux Muscles *B* & *C* dans l'endroit où ces deux derniers Muscles se réünissent, & paroissent n'en faire qu'un.

Du tendon *D* qui descend du milieu du Muscle *A*, partent trois Muscles ou trois paquets de fibres charnües *E, F, G*, (*Fig. 1.re*) Le Muscle *E*, qui est le plus foible & le plus mince, concourt avec les fibres *B* pour former ensemble un seul tendon *3*. Du même côté du tendon *D*, d'où part le Muscle *E*, part aussi le Muscle *G*, & du côté opposé le Muscle *F*.

Il se joint aux fibres *C* d'autres fibres *L* qui viennent du ligament entrosseux & du rayon. Outre ces fibres j'ai trouvé dans quelques Sujets un paquet de fibres charnües, qui partoit de *D*, & qui s'unissoit au tendon de *CL*, de même que le paquet *E* se joint au Muscle *B* : ou-bien à sa place j'ai vû d'autres fois deux ou trois filets charnus *H* écartés les uns des autres, ainsi que le représente la 2e Figure; assés souvent ni l'un ni l'autre ne se rencontre, comme dans la Figure 1re.

On connoît les doigts ausquels sont destinés les Muscles représentés dans ces Figures, par les chiffres qui sont au bas de leurs tendons. Le tendon *1* s'attache à l'index, le tendon *2* au grand doigt, le tendon *3* à l'annulaire, & le tendon *4* au petit doigt : tous ces tendons prennent, sous le ligament annulaire, la situation qui leur convient par rapport aux doigts où ils vont; & ils ne sont ainsi disposés dans ces Figures, qu'afin que toutes les parties puissent paroître.

S'il est vrai, comme il y a tout lieu de le croire, & comme le veut Stenon, qu'il n'y ait point de fibre charnüe qui n'ait ses

deux extrémités tendineuses, on ne regardera pas le tendon *D* comme servant seulement d'attache aux Muscles *E, F, G*; on doit le regarder aussi bien comme un assemblage des tendons de ces trois Muscles, que comme le tendon du Muscle *A*; ou, pour parler encore plus clairement, les fibres tendineuses *D* sont continuës aux fibres charnuës de ces trois Muscles & au Muscle *A*; ainsi chacun de ces Muscles *E, F, G*, respectivement avec le Muscle *A*, ou avec des portions du Muscle *A*, peut être regardé comme un Muscle digastrique. Fig. 1.

Je n'eus pas plûtôt découvert dans le Muscle sublime tous ces différents Muscles, ou, si l'on veut, toutes ces différentes parties, que je pensai à développer leurs usages. Je ne trouvai aucune difficulté à l'égard des Muscles *F* & *G*; le premier est pour fléchir la seconde phalange de l'index, & l'autre pour celle du petit doigt. Le Muscle *A* me parut le Muscle auxiliaire des deux précédents, lorsqu'il arrive que la seconde phalange de l'index & celle du petit doigt sont chargées en même temps d'un fardeau trop considérable pour les Muscles *F* & *G*.

Je fis le même arrangement à l'égard du Muscle biceps *BE*; je jugeai que la portion *E*, à cause de sa ressemblance avec les Muscles *F* & *G*, étoit destinée pour fléchir la seconde phalange de l'annulaire, lorsqu'elle n'est point chargée, ou lorsqu'elle ne l'est que peu, & que les deux portions *B* & *E* agissoient ensemble, lorsqu'il est besoin de force. *E* me parut encore à portée d'être secouru par le Muscle *A*.

Comme le Muscle, ou les filets charnus, qui dans la Figure 2.e vont du tendon *D* au Muscle *CL*, ne se trouvent pas toûjours, je ne les fais entrer pour rien dans l'explication de l'action du Muscle *A*; quand ce Muscle, ou ces filets se rencontrent, on peut leur appliquer ce que je dis du Muscle *E*.

Quoique les parties *B* & *C* soient unies entr'elles, & avec le Muscle *A*, cependant comme cette union n'est presqu'à leur extrémité, & que dans cet endroit *B* & *C* sont presque entiérement tendineux, j'ai cru que l'action de ces trois Muscles étoit indépendante.

Je regardai donc le Muſcle *A* comme un Muſcle *(Fig. I.)* auxiliaire des trois Muſcle *E, F, G,* parce qu'il eſt clair que *A* ne peut ſe contracter, que ces trois Muſcles ne ſoient tirés en même temps vers l'humerus, & par conſéquent que la ſeconde phalange des doigts index, annulaire & petit doigt ne ſoit en même temps fléchie. De-là je conclus que lorſque les ſecondes phalanges de ces trois doigts ſe fléchiſſent dans le même temps, elles ſont en état de ſoûtenir un poids de beaucoup ſupérieur à la ſomme des trois poids, que les ſecondes phalanges de ces trois doigts agiſſant ſéparement peuvent ſoûtenir.

Je ne fus pas long-temps dans ce ſentiment; je compris bientôt que le Muſcle *A* ne pouvoit rien ajoûter à la force des trois Muſcles *E, F, G,* quelque réſiſtance que ces trois Muſcles ayent à vaincre, en agiſſant ſoit enſemble, ſoit ſéparement; c'eſt ce que je crois pouvoir facilement démontrer. Je vais auparavant faire trois remarques, qui ne ſont néceſſaires que pour une plus grande clarté.

1.° Je regarde les trois Muſcles *E, F, G,* comme tirant ſuivant une même direction ; l'angle qu'ils font entr'eux eſt ſi aigu qu'on peut n'y pas faire attention. Des lignes menées du milieu des doigts ſuivant leur longueur, & qui ſe rencontrent vers le milieu de l'avant-bras, ne font pas un angle bien grand.

2.° Les Muſcles *E, F, G,* peuvent être regardés comme tirant dans la direction, ſuivant laquelle le Muſcle *A* tire, parce que l'angle que font ces trois petits Muſcles avec le Muſcle *A* eſt ſi obtus, qu'on peut regarder le Muſcle *A* comme étant ſuivant une ligne droite avec chacun des trois autres.

3.° Je conſidére la puiſſance abſoluë des Muſcles *E, F, G,* & non pas leurs effets par rapport aux doigts où ils ſe terminent, parce que ces Muſcles les tirent ſuivant une direction fort oblique : cela eſt indifférent, puiſque les tendons du Muſcle ſublime qu'il s'agit de comparer les uns avec les autres, ont tous une direction ſemblable à l'égard des doigts où ils vont.

Cela

Cela posé, la force réünie des trois Muscles *E, F, G,* lorsqu'ils se contractent ensemble, est ou inférieure ou égale ou supérieure à la force qu'a le Muscle *A* en se contractant.

Si celle des trois Muscles est supérieure, *A* bien-loin de les pouvoir aider, ne pourra pas même alors se contracter, puisqu'il sera tiré par une force capable d'empêcher le raccourcissement de ses fibres. Supposons, par exemple, que chacun de ces trois petits Muscles puisse soûtenir 20 livres en se contractant, & que le Muscle *A,* en se contractant aussi, n'en puisse soûtenir que 40 : il est clair que les trois Muscles *E, F, G,* étant en action pour porter 60 livres, le tendon *D* se trouvera tiré par 60 livres (car ces Muscles tireront autant par leur extrémité supérieure, qu'ils seront tirés sur leur inférieure) Or par la supposition le Muscle *A* ne peut soûtenir que 40 livres, ainsi il ne pourra agir.

Si le Muscle *A* est égal en force aux trois petits Muscles *E, F, G,* il ne fera que résister autant qu'il sera tiré; & en ce cas il ne fera pas plus que ce que pourroit faire le tendon *D* tout seul prolongé jusqu'au condyle interne de l'humerus. Dix Muscles également forts, placés à la suite les uns des autres, ne pourroient pas faire tous ensemble plus d'effet qu'un seul de ces Muscles. Ces reflexions, & les applications qu'on en peut faire, détruisent bien des idées assés reçûës.

Si le Muscle *A* se contractoit avec une force capable d'enlever 80 livres; en appliquant ces 80 livres aux extrémités des trois Muscles *E, F, G,* il est certain qu'ils ne pourroient pas alors se contracter, puisqu'ils seroient tirés par une force supérieure à celle qu'ils peuvent soûtenir.

De-là il suit que le Muscle *A* n'est nullement en état d'augmenter l'action des Muscles *E, F, G,* & qu'ainsi les secondes phalanges de l'index, de l'annulaire & du petit doigt, ne sont pas en état de soûtenir un plus grand poids agissant ensemble, qu'en agissant tous trois séparement; c'est aussi ce que l'expérience confirme.

Quel sera donc l'usage du Muscle *A!* Il peut en avoir plusieurs; mais je ne lui en découvre qu'un. Lorsque j'étends

le poignet le plus que je puis, de-sorte que le dos de ma main fait un angle avec mon avant-bras, & qu'en même temps aussi les doigts sont étendus, il y a plus loin alors du condyle interne de l'humerus à la seconde phalange par le dedans de la main, que quand mon poignet ne fait point angle en dehors avec l'avant-bras, ou qu'il en fait en dedans, & qu'en même temps la premiére phalange est droite ou fléchie. Comme les fibres charnües des trois Muscles *E, F, G,* sont courtes, elles ne peuvent pas beaucoup s'étendre: les fibres de *A,* en s'allongeant dans le premier cas, permettent, si l'on peut ainsi parler, à l'origine des trois petits Muscles de s'approcher de leur insertion; de cette façon, les secondes phalanges peuvent être étendües dans le temps que le poignet & la premiére phalange le sont aussi. Comme au contraire il arrive lorsque le poignet & la premiére phalange des doigts sont fléchis, qu'il y a moins loin du condyle interne de l'humerus aux secondes phalanges, que dans la situation précédente, le Muscle *A* retire l'origine des trois petits Muscles *E, F, G;* ainsi ces trois petits Muscles sont en état d'agir à peu-près également dans ces deux situations différentes.

Il n'arrive pas, dira-t-on, un égal changement aux Muscles *B* & *C;* on peut répondre à cela, que les fibres de ces deux Muscles sont plus longues que celles des Muscles *E, F, G,* & qu'ainsi elles sont en état de s'allonger & de se raccourcir plus que les autres ne le peuvent faire.

La structure du Muscle sublime, telle que je viens de la faire voir dans le sujet, & que je l'ai décrite, m'a toûjours paru dans tous les Cadavres que j'ai dissequés, la même, par rapport aux circonstances dont j'ai parlé jusqu'ici. D'ailleurs j'y ai trouvé quelquefois quelques variétés. La plus considérable, & que je n'ai remarqué que dans un seul sujet, étoit un paquet de fibres charnuës qui descendoit du haut de l'avant-bras, & qui concouroit avec le Muscle *F* à la formation du tendon *I* destiné à l'Index, de la même maniére que le Muscle *B* se joint avec le Muscle *E.* J'ai encore vû quelquefois un très-petit faisceau de fibres charnuës se détacher du Muscle *A,* pour aller, après

être devenu tendineux, se perdre dans le fléchisseur de la seconde phalange du poulce ou dans le Muscle profond.

Ces especes de confusion, aussi-bien que la division des tendons auprès des doigts en différentes parties qui vont s'unir avec les tendons destinés aux autres doigts (ce qui est plus ordinaire aux tendons du profond, & plus encore à ceux de l'extenseur commun qu'aux tendons du sublime) sont peut-être une des causes du peu d'adresse de certaines personnes, & du peu de facilité qu'elles ont à joüer des instruments; car alors une phalange d'un doigt ne peut se fléchir ou s'étendre, qu'une autre phalange ou la même phalange d'un autre doigt ne se fléchisse en même temps ou ne s'étende, suivant que la confusion se trouve dans les tendons des fléchisseurs ou de l'extenseur. Au reste, les différentes portions charnuës du Muscle sublime sont plus faciles à développer dans les personnes qui ont eû de l'adresse, & qui ont travaillé à des choses qui demandent en même temps différents mouvements des doigts, que dans les sujets dont les doigts ne se sont presque jamais mûs séparément. Il n'en faut pas chercher bien-loin la raison.

Les tendons des Muscles sublime & profond, en passant sous le ligament annulaire, sont attachés assés lâchement les uns aux autres par des membranes assés fortes qui tapissent tout le dedans de l'anneau. Quelques prolongements de ces membranes accompagnent les tendons de ces deux Muscles jusqu'auprès du commencement des doigts; & là s'unissant, ce que personne, je crois, n'a remarqué, intimément avec les tendons, disparoissent entiérement.

Un peu auparavant le commencement des doigts, ces tendons prennent une nouvelle gaine. Au-dessus, au-dessous & vis-à-vis de l'articulation de la premiere phalange, elle est composée de petits ligaments durs & solides en forme de demi-anneaux, qui laissent entr'eux de petits espaces remplis seulement de parties membraneuses. Par cet artifice les tendons sont retenus dans leurs places, & la fléxion de la premiére phalange n'est point empêchée, comme elle le seroit, si ces

anneaux n'étoient point séparés les uns des autres. A cette gaine en succede une autre, qui est d'une substance presque cartilagineuse & toute d'une piéce ; elle commence où finit la précédente, & elle cesse avant la seconde articulation des doigts. Là une membrane prend sa place, & se continuë jusqu'à l'attache du tendon du perforans. Cette membrane est renforcée d'espaces en espaces par des demi-cerceaux ligamenteux qui sont attachés aussi-bien que les autres piéces de la gaine aux parties latérales des os. Ces demi-cerceaux passent quelquefois obliquement sur les tendons, & quelquefois les coupent à angles droits. Ils touchent immédiatement les tendons, & la membrane les recouvre.

Tous ceux qui ont parlé des Muscles lombricaux des doigts de la main, leur donnent pour attache à chacun le tendon du Muscle profond qui est destiné au doigt où va le lombrical. Je ne me souviens pas d'avoir entendu ou lû rien de contraire ; j'ai cependant toûjours trouvé que le lombrical destiné à l'annulaire a deux attaches, l'une au tendon du profond de l'annulaire, & l'autre à celui du grand doigt. Si on a trouvé quelquefois, ce que je ne sçais pas, le lombrical de l'annulaire attaché au seul tendon du profond de l'annulaire, & qu'on ait regardé cette derniére disposition comme la naturelle, on auroit dû au moins faire mention d'une exception qui est si frequente que je l'ai toûjours rencontrée. Mais l'exception, s'il y en a, ne regarderoit-elle point plûtôt le cas de l'attache simple?

J'ai encore trouvé fort souvent le lombrical du petit doigt attaché aux tendons du profond, qui vont à l'annulaire & au petit doigt. J'ai vû dans un seul sujet que le petit doigt n'avoit point de lombrical, celui qu'il devoit naturellement avoir, alloit à la premiére phalange de l'annulaire du côté du petit doigt ; le grand doigt en avoit deux, un de chaque côté; celui de l'Index étoit à l'ordinaire.

D'autres observations que j'ai faites sur les Muscles des doigts, avec celles que me pourra fournir un nouvel examen de ces parties, seront le sujet d'un second Mémoire.

F

Dessiné par Ph. Simonneau.

Fig. 2.e

Ph. Simonneau Sculp.

REMARQUES

Sur les Aubes ou Pallettes des Moulins, & autres Machines mûës par le courant des Rivieres.

Par M. PITOT.

TOUTES les Machines mûës par le courant des Riviéres, recevant leurs forces motrices de l'impulsion de l'Eau sur leurs Aubes, Vannes ou Pallettes, les Inventeurs de ces Machines auroient dû s'attacher à la recherche du nombre & de la disposition la plus avantageuse des mêmes Aubes, cette recherche étant un article très-essentiel pour porter ces sortes de Machines à leur plus haut point de perfection. Voici quelques Remarques que j'ai faites là-dessus, en examinant les avantages ou désavantages qu'il résulteroit d'une disposition particuliére qu'on se proposoit de donner aux Aubes d'une des Machines qu'on propose pour remonter les Batteaux. 2. Juillet 1729.

REMARQUE I.

Si AB représente la superficie du niveau de pente du courant CD, CE, CF, les largeurs de plusieurs surfaces de même longueur, qui reçoivent l'impulsion de l'Eau sous des angles d'incidences différents; je dis que les forces des impulsions sur ces différentes surfaces, seront en raisons réciproques de leurs largeurs, c'est-à-dire, que la force de l'impulsion sur CD sera à l'impulsion sur CF, comme CF est à CD. Soit $CD = a$, $CE = b$, $CF = c$, & le sinus total $= f$. Ces surfaces étant de même longueur, elles pourront être exprimées par leurs largeurs a, b, & c. Si l'on fait CD perpendiculaire au courant AB, on aura dans le triangle rectangle CDE, $CE(b)$ est à $CD(a)$ comme le sinus total f est au sinus de l'angle d'incidence $CED = \frac{af}{b}$. On aura de même dans Fig. 1.

le triangle rectangle $CFD, GFc, CDa :: f, \frac{af}{c} =$ au ſinus d'incidence de la ſurface CF; ainſi les ſinus d'incidence des ſurfaces a, b & c, ſeront $f, \frac{af}{b}$ & $\frac{af}{c}$. Mais les impulſions ſur des ſurfaces inégales & différemment inclinées à la direction des fluides, ſont entr'elles en raiſon compoſées de la raiſon ſimple des ſurfaces & de la raiſon doublée des ſinus d'incidence: ainſi l'impulſion ſur la ſurface (a) étant exprimée par $aff = \frac{aaff}{a}$, celle de la ſurface (b) ſera $\frac{aaff}{bb} \times b = \frac{aaff}{b}$, & celle de la ſurface (c) ſera $\frac{aaff}{cc} \times c = \frac{aaff}{c}$. Ainſi les forces des impreſſions ſur les trois ſurfaces (a) b, & c, ſeront entr'elles comme $\frac{aaff}{a}, \frac{aaff}{b}, \frac{aaff}{c} :: \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c} :: c, b, a$. Donc, &c.

REMARQUE II.

Preſque toutes les Aubes des rouës de Moulins, mûs par les courants de l'eau, ſont établies ſur des rayons prolongés qui partent du centre de l'arbre. On diviſe la circonférence de cet Arbre en autant de parties égales BC, CD, &c. qu'on veut donner d'Ailes ou Aubes à la rouë de Moulin; & du centre A on tire des rayons ABE, ACF, &c. ſur leſquels on établit les Aubes EH, FI, égales en longueur & largeur. Mais ſi au lieu de tirer des rayons par les points B, C & D, on tire des tangentes BE, CF, & qu'on prenne ſur les tangentes les largeurs des Aubes EH, FI, &c. on formera une autre diſpoſition des Aubes, & c'eſt cette diſpoſition de laquelle quelque Machiniſte eſperoit de grands avantages, & que je me ſuis propoſé d'examiner. Pour faire cet examen, il faut qu'il y ait dans l'une & l'autre diſpoſition un même nombre d'Aubes égales, & également éloignées du centre de l'Arbre, comme dans la troiſiéme Figure, où nous avons ponctué les Aubes de la premiére diſpoſition ou en rayon. Soit NP la ligne du niveau de pente du cours de la riviére, qu'on peut regarder comme une ligne de niveau parfait, laquelle rencontre les Aubes en rayons aux points K, L; & les Aubes en tangentes aux points M, O, ayant mené du

Fig. 2.

Fig. 3.

centre *A* de l'Arbre la perpendiculaire *AQ* prolongée jusqu'au point *R* de la circonférence décrite par l'extrémité des Aubes. Observons d'abord l'impulsion sur une seule Aube *Eh* en rayon, & sur la correspondante *EH* en tangente: Il est clair 1.° que l'extrémité *E* de ces deux Aubes décrira dans l'eau l'arc *SRT* divisé en deux également au point *R*. 2.° Que par la remarque précédente l'impulsion sur *EM* sera à l'impulsion sur *EK*, comme *EK* est à *EM*; ainsi l'Aube en rayon aura l'avantage sur l'Aube en tangente, jusqu'à ce que *EK* soit égale à *EM*. 3.° Le point *E* étant parvenu en *F*, en sorte que *EK* = *EM* ou *FL* = *EO*, l'angle *FAR* sera égal à la moitié de l'angle *AFC*; car la perpendiculaire *FV* sur *LO* divise cet angle en deux également, puisque le triangle *LFO* est isoscelle, mais *FV* est parallele à *AR*, donc l'arc *SF* est plus grand que l'arc *FT* d'une quantité égale à l'angle *LFO*. Or l'Aube en rayon a l'avantage sur l'Aube en tangente pendant tout le temps que le point *E* décrit ou parcourt l'arc *SF*, & ensuite le desavantage pendant que le même point *E* décrit l'arc *FT*; ainsi par cette seule considération l'Aube en rayon est plus avantageuse que l'Aube en tangente. A cette premiére considération il s'en présente une seconde, qui est, que la plus grande force de l'eau sur une Aube se faisant dans le temps qu'elle est perpendiculaire au courant de l'eau, l'Aube en rayon est perpendiculaire au courant lorsque le point *E* est en *R* de la plus grande profondeur, présentant alors le plus de surface qu'il est possible au courant de l'eau, pendant que l'Aube en tangente ne devient perpendiculaire au même courant que lorsque le point *E* a passé le point *R* de la quantité de l'angle *AFC*, où il est clair que *FO* est moindre que *RQ*. Il y a encore une troisiéme considération au desavantage de l'Aube en tangente, c'est que le courant de l'eau vis-à-vis la partie *OX* de l'Aube *FI* est presque entiérement interrompu par la partie *EM* de l'Aube qui suit & qui couvre la partie *OX*, l'action de l'eau sur cette partie peut n'être comptée pour rien, ce que nous expliquerons plus au long dans la Remarque suivante. Or l'Aube

FI se trouve entiérement couverte par l'Aube *EH*, dès que le point *F* est parvenu en *Y*, en sorte que l'arc *RY* soit égal à la moitié de l'arc *EF*, ainsi l'Aube en tangente n'aura à cet égard l'avantage sur l'Aube en rayon, que pendant que son extrémité décrit l'arc *FY* au lieu de l'arc *FT*, auquel nous nous étions arrêtés d'abord pour rendre notre raisonnement plus simple.

REMARQUE III.

Fig. 2. & 3. Lorsqu'une Aube ou Vanne *EH* reçoit obliquement l'impulsion de l'eau, il se fait deux efforts qui tendent à soulever l'eau au-dessus de son niveau; le premier par la violence du courant de l'eau qui soûtient & même souleve en quelque sorte les premiéres parties de l'eau appliquée sur la surface inclinée; & le second par la réaction du choc de l'eau sur la même surface : ainsi l'eau monte au-dessus de son niveau *NK* jusqu'à une certaine hauteur *ST*, beaucoup plus haute que le niveau de l'eau *VX* derriére la surface *EK*; mais l'effort que l'eau fait continuellement pour se mettre en équilibre, la fait monter en *VX* en forme de gros boüillon, & la fait mouvoir en tout sens entre les parties *EV*, *XY*, des Aubes *EH*, *FI*; ainsi l'action que l'eau peut avoir sur la partie *XY* pour la faire tourner, est détruite ou compensée par celle qui se fait en même temps sur *EV* en sens contraire; il n'y a donc que l'impulsion de l'eau sur *EK* & *FY* qui donne la force à la roüe de Moulin, & qui la fait tourner.

REMARQUE IV.

Fig. 2. Pour déterminer le nombre des Aubes qu'on doit donner à la roüe de Moulin pour faire le plus d'effet, le rayon *AR* ou *AE* étant donné avec la largeur des Aubes *EH*, &c. ou réciproquement le nombre des Aubes étant donné pour trouver leur largeur, ou encore le nombre des Aubes étant donné avec leur largeur, trouver la longueur du rayon de la roüe, il est aisé de voir, après les remarques précédentes, que l'espace ou l'arc *EF* & *LR*, entre deux Aubes, doit être tel que pendant qu'une

qu'une Aube *RQ* sera verticale ou perpendiculaire au courant, l'Aube *LP* qui la suit doit seulement commencer à entrer dans l'eau; car supposé qu'entre les deux Aubes *RQ*, *LP*, il y en ait une troisiéme *EH*, il est clair par la premiére remarque, que l'impulsion sur *EK* est à l'impulsion sur *MQ* comme *MQ* est à *EK*. On peut faire le même raisonnement, en supposant que l'Aube *RQ* est hors de la perpendiculaire; & on trouvera toûjours qu'en supposant un plus grand nombre d'Aubes que celui que nous venons de marquer, on substitüera une surface plus oblique à une autre qui le seroit moins; d'où l'on voit enfin que l'angle *LAR* fait par deux Aubes, où l'arc *LR* doit être tel que la largeur des Aubes *RQ* ou *LP* soit toûjours son sinus verse; par-là il est très-facile de construire des Tables du nombre & de la largeur des Aubes, le diametre ou rayon de la roüe de Moulin étant donné. Nous avons calculé la petite Table suivante, en supposant le rayon *AR* de 1000 parties.

TABLE.

Nombre des Aubes.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
Largeur des Aubes.	1000.	691.	500.	377.	293.	234.	191.	159.	134.	114.	99.	86.	76.	67.	60.	54.	49.

Usage de la Table.

Si le rayon d'une roüe de Moulin est de 8 pieds, & la largeur des Aubes de 3 pieds, suivant les dimensions de la Machine du Sieur Caron; pour trouver le nombre des Aubes, on dira si 8 donnent 3, combien 1000. On trouve 375 qui répondent à 7 Aubes qu'il auroit dû mettre à sa roüe, au lieu de 9 qu'il a mis; je trouve, en faisant le calcul des impulsions, qu'il perd en mettant 9 Aubes, $\frac{1}{10}$ de la force qu'il auroit eu en ne mettant que 7 Aubes.

Mais si le rayon est de 90 pouces, & la largeur des Aubes de 50 pouces, suivant les dimensions de la roüe de derriére de la Machine du Sieur Boulogne, on dira si 90 donnent 50

1000 donneront 555. Ce nombre répond dans la Table entre 5 & 6 Aubes, ainsi le Sieur Boulogne qui a mis 6 Aubes à ces roües de Moulin, leur a un peu trop donné de largeur : on peut trouver la juste largeur qu'il auroit dû leur donner par cette regle, si 1000 donnent 500, 90 pouces donneront 45 pouces, ainsi le Sieur Boulogne devoit donner 45 pouces ou 3 pieds 9 pouces à ces Aubes, au lieu de 4 pieds 2 pouces.

Je ne m'arrête point à examiner la roüe de devant de la même Machine du Sieur Boulogne.

ESSAI D'ANALYSE EN GENERAL DES EAUX MINERALES CHAUDES DE BOURBON-L'ARCHAMBAUD.

Par M. BOULDUC.

12 Nov. 1729. COMME ces Eaux sont non seulement du nombre des plus anciennes du Royaume, mais aussi de celles qui se sont acquis beaucoup de réputation par la guérison de plusieurs maladies fâcheuses & opiniâtres, elles ont mérité en différents temps la recherche & l'attention des Médecins & des Physiciens.

Dès les premiéres années du Siécle passé, sans remonter plus haut, Jean Ban, de Moulins, en fait mention dans son Livre *Des Vertus des Eaux naturelles de France renommées*, & croit qu'elles contiennent du Souffre minéral, du Bitume & du Nitre, par lequel il entend celui des Anciens.

Long-temps après lui, M. Duclos de cette Académie alors encore naissante, fort attentif à recüeillir & à faire lui-même des observations sur la plus grande partie des Eaux Minérales, reconnut dans celles de Bourbon le même Nitre, mais point

F B

Fig. 3.e

A D C B h H Q i V I S K M L O T P G E X Y R F

d'autre ſulphuréité que la Nitreuſe, c'eſt, comme s'il diſoit, le ſouffre de ce Sel, apparemment parce qu'étant diſſous il paroît gras & onctueux au toucher.

Depuis cet Auteur, d'autres Académiciens ayant eu par intervalles occaſion d'examiner ces Eaux, ont obſervé & conclu, comme leurs prédéceſſeurs, qu'elles ne renferment preſqu'autre choſe, que ce Nitre ou *Natron* des Anciens, que l'on regarde comme un *Sel alkali minéral*, comparable par ces effets aux Sels fixes, acres & lixiviels, qu'on tire des Plantes après les avoir réduites en cendres, & parmi leſquels celui du Tartre, provenant originairement de la Vigne, paſſe pour le plus pur, & eſt plus ſouvent employé que d'autres dans nos recherches.

Il ſembloit après cela certainement, qu'on ne pouvoit point diſputer à nos Eaux la qualité alkaline, qu'elles doivent tenir de ce Sel lixiviel que le ſein de la terre leur fournit : & en effet ce ſentiment étoit généralement reçû, quand à la fin du dernier Siécle, quelqu'un ſous le nom de Paſcal publia un Livre fait exprès ſur ces Eaux, & qui fut bien reçû ; dans lequel l'Auteur s'oppoſe entiérement à ce que le premier Académicien en avoit établi : il rend le ſecours du feu, que nous employons, ſuſpect d'infidélité & d'altération ; il ne veut que l'air ou le Soleil, & réforme ce Nitre ancien, ce Sel ſimple en un Sel mixte ou moyen, compoſé d'un acide volatil & d'un Sel alkali fixe, qu'il appelle un *Nitre fort volatil & fort épuré :* il prétend de plus, ſans pourtant l'avoir fait lui-même, que d'un certain Sédiment, que ces Eaux à leur ſource dépoſent naturellement en maniére de croûtes, on pourroit tirer par la diſtillation des vapeurs rouges qui ſeroient un véritable *Eſprit de Nitre ;* & enfin il ſoûtient, que le Nitre de nos Eaux ſe décompoſe dans l'évaporation, & laiſſe en arriére ſon alkali, qui étoit peu auparavant lié par l'Acide.

Le raiſonnement de cet Auteur a paru tellement plauſible à nombre de perſonnes, qu'elles ont adopté ſon opinion ſans difficulté. Cependant, ſi on fait attention un moment à ce qu'il avance touchant la qualité de l'acide & de l'alkali, qui doivent entrer dans la compoſition de ſon Sel, on conçoit

aisément, qu'un véritable Esprit de Nitre uni avec un sel alkali fixe doit aussi former nécessairement *un véritable Nitre des Modernes*, c'est-à-dire, *un bon Salpêtre*, lequel ne se décompose pas si aisément qu'on le dit, sur-tout par une simple & unique évaporation; autrement nos Salpêtriers n'en amasseroient peut-être jamais.

Si outre cela on entroit dans le détail des *Vertus médecinales*, on trouveroit une différence considérable d'un Sel alkali fixe à un Sel nitreux, dont pourtant le Livre allégué dérive la plûpart des effets, que nos Eaux produisent sur le corps humain, au lieu que les premiers Auteurs les dérivoient de l'Alkali salin.

Cette diversité de sentiments, qui ne sçauroit manquer d'embarrasser ceux qui ordonnent ce remede, & encore plus quelques Malades qui se plaisent à lire ce qui les touche de si près, m'a excité à chercher les moyens de m'éclaircir de ce qui en pourroit être en examinant ces Eaux de nouveau. Dans ce dessein j'ai eû deux avantages à la fois; c'est premiérement, que j'en ai reçû près de cent bouteilles très-fidellement & très-promptement à l'occasion du retour de S. A. S. MONSIEUR LE DUC, qui les prit avec succès à Bourbon, il y a deux ans passés; en second lieu, c'est qu'un ami, bon Artiste, voulut bien en évaporer à la source un grand nombre de livres, & m'en remettre la Résidence, pour la comparer avec ce que j'en tirerois à Paris.

De mon côté, les Eaux reçûës, j'y ai aussi-tôt donné toute l'application qu'il m'a été possible, & tout le travail nécessaire, qu'elles m'ont paru mériter de plus en plus; & c'est de quoi je communique aujourd'hui le résultat. Si j'y ai trouvé quelque chose qui confirme les idées des uns, & éloigne celles que d'autres s'en sont formés; & outre cela des matiéres, qui ne s'étoient pas encore données à connoître, je sçais par avance me payer d'une raison bien certaine, c'est que les mystéres de la Nature ne se développent pas à la fois, & que les derniers venus sont toûjours les mieux partagés, parce qu'ils profitent de ceux qui les ont précédés, quelquefois même

d'un petit veſtige qu'ils ont laiſſé, & joüiſſent outre cela des découvertes qu'ils peuvent faire par eux-mêmes.

Je n'avancerai toutefois rien ſur le contenu de nos Eaux, que je ne puiſſe expoſer aux yeux; ou, ſi dans quelque occaſion je ſuis obligé de me ſervir du raiſonnement, je l'appuyerai ſur des regles établies par l'art, & ſoûtenuës juſqu'ici par des expériences journaliéres.

L'*Eau de Bourbon* priſe à la ſource eſt claire & limpide comme une eau de roche, preſque ſans odeur, & d'un goût partagé entre le vrai ſalé & le lixiviel, qu'elle conſerve étant froide. Comme elle ſort de la terre très-ſenſiblement boüillante, elle fume continuellement dans ſes puits & réſervoir, & à meſure qu'il s'en exhale, il paroît à la ſurface une fleur ou pouſſiére blanche très-fine ſous l'apparence d'une toile ou pellicule graſſe, qui eſt ſans liaiſon, & devient plus viſible quand il y a long-temps que l'eau n'a été agitée, mais qu'on ne ſçauroit ramaſſer de quelque façon qu'on s'y prenne. Cette Eau dépoſe un *Sédiment* en maniére de *croûtes pierreuſes*, aſſés dures, formées de pluſieurs couches blanches, bien diſtinctes & mêlées en quelques endroits, particuliérement en deſſous, d'une couche de terre d'un brun foncé. Ces croûtes, qui n'ont ni goût ni odeur, ſe collent au bord & à la ſurface intérieure des puits, du conduit & du réſervoir, dont on eſt obligé de les détacher de temps à autre.

Quand on garde de cette Eau dans des bouteilles bien tranſparentes, il paroît auſſi au bout de quelque temps à la ſurface de petits corps blancs fort déliés qui augmentent inſenſiblement, & ſe ſerrant les uns contre les autres ſe condenſent en une pellicule toute ſemblable à celle qui ſe forme ſur l'eau de chaux, & qui enſuite groſſiſſant au point que l'eau ne peut plus la ſoûtenir ſe briſe en beaucoup de morceaux, qui en tombant s'attachent au fond & aux parois du vaiſſeau, & affectent une configuration réguliére comme quelque choſe de ſalin. Quand il ne ſe forme plus de pellicule, l'Eau eſt plus picquante qu'elle n'étoit auparavant.

Le degré de chaleur de cette Eau, ſa communication d'une

même source à trois puits, les différentes maniéres de l'employer & d'autres circonstances, ce sont des sujets, sur lesquels plusieurs Auteurs ont satisfait, & qui n'ont rien d'important pour mon analyse.

Pour éxaminer des Eaux minérales nous pouvons employer différents moyens; nous pouvons les mêler avec différentes matiéres, séches ou liquides, simples ou composées, qui ayent quelque action sur celles qui sont dans les Eaux, ou qui en puissent recevoir réciproquement; c'est des *Epreuves* qui déclarent assés bien d'avance ce que les Eaux contiennent, mais elles ne sçauroient déclarer généralement tout. Nous avons outre cela l'*Evaporation* & la *Distillation*, par lesquelles les matiéres réduites à sec forment la *Résidence;* mais cette Résidence étant le plus souvent mêlée de différentes choses confonduës entr'elles, nous avons encore besoin de plusieurs autres *moyens comme subsidiaires* pour la bien démêler, & pour faire connoître chaque Mixte séparément & dans son état naturel.

D'entre les *Epreuves* que j'ai faites sur l'Eau de Bourbon avant de la mettre en œuvre, les plus significatives se réduisent à un petit nombre.

Elle précipite promptement l'Argent dissous en un caillé blanc, qui fond aisément au feu, & devient volatil, si on n'employe que peu de cette solution : si au contraire on en passe les bornes, l'Eau en fait un deuxiéme précipité qui refuse la fonte.

Elle verdit la teinture de Violettes quoique lentement; elle fermente avec tous les acides assés sensiblement, & précipite l'Alum & les Vitriols ordinaires, quand ils sont dissous dans de l'eau commune.

Avec l'Huile de Tartre par défaillance elle se trouble, & dépose bientôt après une terre blanche.

Plus nôtre *Eau* est *concentrée*, de quelque façon qu'elle la soit, par le feu, par l'air, ou par le grand froid, plus ces effets sont prompts & sensibles : il y en a même qu'elle ne pouvoit pas produire auparavant, comme de précipiter l'eau & l'huile de chaux, de précipiter aussi généralement tout ce qui est

diſſous par les acides, la plûpart avec effervefcence; & de réduire particuliérement le Sublimé corroſif en une poudre de couleur d'écorce d'orange. Il ſemble, que ces différentes matiéres réciproques ne pouvoient pas s'atteindre facilement dans la grande étenduë du liquide.

L'*Evaporation* & la *Diſtillation* ne font preſque rien appercevoir de différent entre elles. A peine l'Eau reſſent-elle la chaleur, qu'elle jette à la ſurface une pouſſiére blanche très-fine, laquelle en augmentant ſe noye en partie & tombe, & en partie elle forme par l'union d'un nombre de petits filets fins & tranſparents, des feüillets comme il s'en voit dans l'eau de chaux, qui après avoir reſté quelque temps à la ſurface, ſe briſent enfin, & voltigent long-temps en tout ſens avant que d'aller au fond. L'eau qui eſt élevée dans la Diſtillation, n'a point de goût, ni d'odeur, ni ne fait impreſſion ſur aucune matiére : la cucurbite ſent ſeulement un peu l'empyreume; & toute la *Réſidence* affaiſſée eſt *une terre blanche mêlée d'une matiére qui reſſemble à une gelée ou mucilage tranſparent, & couverte d'une maſſe de ſels bien blancs.*

Cette Réſidence eſt ſenſible au feu & à l'air : quand on en met ſur une pelle de fer ou ſur une lame d'argent bien chauffée, elle jette une petite flamme; & quand on en expoſe à l'air, elle s'humecte. Si ſon poids varie d'une évaporation à l'autre de quelques grains au-deſſus ou au-deſſous de ſoixante pour chaque deux livres d'eau, c'eſt d'avoir été plus ou moins deſſéchée.

En démêlant cette *Réſidence* je l'ai toûjours comparée avec celle qu'on m'avoit apportée de Bourbon; l'une & l'autre m'a préciſément fourni les mêmes matiéres par différentes opérations, dont je ſupprime ici le détail d'autant plus volontiers, qu'après bien du travail aſſés prolixe, & qu'on ne peut guéres éviter dans un commencement de pareille recherche, je me ſuis apperçû, que l'*Evaporation bien modérée* pouvoit preſque toute ſeule ſuffire pour développer tout : je l'ai donc ſuivie juſqu'où elle m'a pû conduire, & elle m'a conduit aſſés loin pour que je la propoſe comme le moyen le plus ſimple & le plus aiſé à exécuter.

Sans répéter ce que j'ai dit de ce qu'on voit au commencement de cette opération, je continüe à faire exhaler nôtre Eau le plus doucement qu'il eſt poſſible, & toutes les fois qu'il ſe préſente une certaine quantité de *ſédiment*, en partie comme une terre informe & opaque, en partie comme des filets clairs & tranſparents, je le ſépare en ſurvuidant l'eau claire dans un autre vaiſſeau : plus elle ſe concentre de cette maniére, plus elle jaunit; & il ſe forme alors ſucceſſivement au fond & aux parois du vaiſſeau des *Cryſtaux en cubes parfaits*, pendant que la ſurface ſe bouche & ſe couvre d'une *croûte ſaline* aſſés épaiſſe, qui en deſſus eſt inégale & raboteuſe, & en deſſous mêlée de deux ſortes de Cryſtaux, dont les uns ſont encore des cubes gliſſés les uns ſur les autres, & par là comme tronqués ou à demi faits, & les deuxiémes reſſemblent aſſés à des parallelogrammes. J'ôte ces croûtes auſſi ſouvent qu'il en paroît, pour les examiner après, & pour donner à l'Eau la liberté de s'exhaler; je garde auſſi tout le ſédiment, dont je viens de parler, pour le reprendre en ſon lieu.

Les *Cryſtaux cubiques* ſont un veritable *Sel commun*, qui ſe diſtingue par cette configuration, par ſon goût particuliérement ſalé, & par différentes propriétés trop connuës pour être alléguées.

Ce Sel ſe déclare d'avance par le goût qu'il imprime à nôtre Eau; & encore davantage dans les épreuves par la volatilité qu'il donne à l'Argent en le précipitant, effet qui lui eſt propre & particulier par rapport à ſon acide; & enfin il ſe trouve réduit par l'évaporation en ſa conſiſtance concrete.

Du reſte, ce Sel fait la plus grande quantité d'entre les matiéres de la Réſidence comparé avec chacune ſéparément.

Les *croûtes ſalines* font d'abord connoître par la différence & l'inégalité de leurs cryſtaux, qu'elles renferment plus d'une eſpece de Sel. En effet, quand on les diſſout de nouveau dans de l'eau commune, elles donnent par l'évaporation encore du Sel commun, qui graine alors à la ſurface, comme à l'ordinaire, en cubes parfaits avant que de ſe noyer; au lieu que la plûpart de ſes grains étoient auparavant gliſſés les uns ſur les

les autres, & paroissoient imparfaits, parce que leur dissolvant naturel commençoit à leur manquer & étoit devenu trop épais pour leur permettre de tomber. Le reste de cette Eau exposée à l'air fait ensuite naître des Crystaux d'un quarré long, taillés à facettes aux extrémités, amers d'abord, & peu après frais sur la langue, qui sont des propriétés, qui avec d'autres font un caractere, auquel on ne sçauroit méconnoître le *Sel de Glauber:* Et c'est là ce que Pascal a regardé comme un *Sel nitreux,* que Lister avoit déja nommé ci-devant *Nitrum calcarium;* qui effectivement paroît tout seul, quand nôtre Eau est évaporée à l'air ou au Soleil, tout le reste se trouvant mêlé & couvert de la terre; mais il n'a rien de commun avec le Nitre ou Salpêtre ; & s'il impose par quelque ressemblance, elle est très-superficielle & imparfaite, & ne roule que sur quelque longueur des Crystaux : l'acide nitreux, qui fait précisément l'essence des Sels de ce nom, n'entre nullement dans sa composition; c'est celui du vitriol : & sans m'arrêter à la chaux, qui avec le premier acide ne prend jamais une forme de crystal, on peut dire, qu'outre que M. Lemery a prouvé clairement dans un de ses Mémoires, que la source de nôtre Nitre ou Salpêtre n'est point dans les entrailles de la terre, mais qu'il naît, pour ainsi dire, à sa surface ou à une très-petite profondeur, il est encore bien certain, qu'il ne s'en est point jusqu'ici trouvé de bien reconnu pour tel dans aucune Eau minérale; car celles, qu'on appelle communément *Nitreuses,* contiennent un sel alkali à toute épreuve, que l'on a comparé au *Nitre des Anciens,* qui leur a fait donner ce nom.

Pour ce qui est du *Sel de Glauber,* on ne sçauroit le distinguer dans nôtre Eau par le goût, étant trop dominé par d'autres, dont nous ressentons plus d'impression; on ne sçauroit non plus le prévoir par une simple épreuve, n'y en ayant point qui le puisse déclarer parfaitement. Il faut le soupçonner, & *en partie* seulement se convaincre de sa présence avant que de le chercher.

On peut avec quelque fondement le soupçonner par tout où il y a du Sel marin; ils ne sont guéres l'un sans l'autre:

c'eſt ainſi qu'il y en a dans quelques Acidules ou Eaux ferrugineuſes froides, comme il y en a dans nôtre Eau naturellement chaude; j'en ai trouvé auſſi dans des Eaux de Salines, que l'on regardoit comme purement ſalées; & l'eau de la Mer n'en eſt pas exempte, d'autant moins que toute Source, & preſque toute Eau s'y rend finalement, & qu'elle moüille en différents endroits des Côtes chargées de Mines ou Matiéres vitrioliques.

Pour s'aſſûrer de la préſence de ce Sel par quelque épreuve; j'ai dit, que cela ne ſe pouvoit faire d'abord qu'*en partie ſeulement*, & c'eſt *par rapport à l'acide vitriolique*, lequel ſous quelque forme qu'il ſe trouve, après qu'on y a mêlé de l'huile de chaux, quitte ſa baſe quelconque, & ſe tranſporte ſur la chaux, avec laquelle il fait une eſpece de cryſtalliſation, que ni l'eau commune ni les acides ne ſçauroient diſſoudre. Cette huile m'a ſervi juſqu'ici comme de pierre de touche pour cet acide; lequel étant une fois dévoilé, on peut enſuite reconnoître par des moyens ſubſidiaires, s'il eſt lié avec du fer, comme il l'eſt dans le vitriol, ou avec une terre cretacée, comme il l'eſt dans l'alum, &c. que ſi ces preuves manquent, on eſt aſſés certain, qu'il y a du Sel de Glauber. Et c'eſt de cette maniére, que je l'ai preſſenti dans les croûtes ſalines avant que de l'en ſéparer, & le faire paroître par la cryſtalliſation.

Du reſte, ce ſel contribuë beaucoup à faire varier le poids de la réſidence, parce que, ſi l'on veut, on le deſſeche aiſément au point qu'il peſe plus de la moitié moins que dans ſon état naturel.

Je reprends l'*Eau minérale* où je l'ai laiſſée après en avoir retiré tout le ſel marin & les croûtes ſalines, & je continuë à l'évaporer. Plus elle s'avance vers la fin, plus elle devient rouſſe & graſſe, d'un goût picquant, comme une lexive, & répand une odeur bitumineuſe, ſans dépoſer davantage de cryſtaux.

Par ces circonſtances il eſt aiſé de juger, que cette derniére portion d'eau contient encore plus d'une matiére. En effet, il y a là un *Sel*, qui ſe diſtingue par ſon goût, & une *ſubſtance*

en général appellée *sulphureuse*, qu'on apperçoit par l'odeur, qu'il faut démêler l'une d'avec l'autre.

Ce qui y produit le goût picquant & lixiviel, est un *Sel alkali fixe*, dont les propriétés égalent en beaucoup de circonstances les effets d'un bon Sel de Tartre, dont j'ai toûjours fait comparaison avec le Sel de nôtre Eau, dans le dessein de voir, si celui-ci, comme *minéral*, seroit en tout parfaitement le même que le *végétal*; & outre que j'ai trouvé, que le premier ne s'humecte que très-lentement à l'air, & n'est à beaucoup près si âcre que celui du Tartre, j'y ai encore reconnu une différence, qui me paroît assés considérable pour être rapportée. On sçait, que le Sel de Tartre mêlé avec le vitriol où son acide séparé fait un Sel mixte, qu'on appelle *Tartre vitriolé*: & le Sel de l'Eau avec ce même vitriol où son acide produit, non pas un Tartre vitriolé, pas même un vestige, mais un véritable Sel de Glauber. Ce fait, qui m'a paru jusque-là être l'unique, m'a engagé pour plus de certitude à réitérer cette opération plusieurs fois, & le succès a été constamment & sans la moindre variation le même. Après être assûré de la verité, je souhaitois d'avoir encore un exemple de pareil Sel, non pas dans le regne végétal, où je l'eusse trouvé, mais pour une plus grande conformité, dans le regne minéral; & m'étant souvenu de la *Terre* appellée *nitreuse*, qui se trouve autour de Smyrne & d'Ephese, dont le Sel est employé dans ce Pays-là à la Fabrique du Savon, & qui par cet usage seul fait présumer de sa qualité alkaline, dont je me suis assûré par plusieurs épreuves; j'ai fait de cette Terre une forte lexive, à la pureté de laquelle j'ai pourvû avant de la mêler avec du vitriol ou son acide; & j'en ai toûjours eû pareillement un Sel de Glauber, & point d'autre. Cette différence prouve évidemment, que ces deux alkalis tirent leur origine du Sel commun.

A cette occasion je remarque, pour l'Histoire Naturelle, que, quoique plusieurs Auteurs nient encore l'existence d'un Sel alkali minéral ou naturel, les deux exemples, que je viens d'en rapporter, pourroient seuls suffire pour la prouver;

De plus, faiſant réfléxion ſur l'uniformité que la Nature garde aſſés généralement dans ſes ouvrages, je conjecture, que les Sels de toutes ces *Eaux* minérales, que M. Duclos & d'autres ont appellé *Nitreuſes*, ſont encore de cette eſpece diſtinguée ; ce que le temps & plus de recherches nous apprendront.

Cet alkali ſalin ſe déclare d'avance dans nôtre Eau par le goût lixiviel, qu'il lui donne, & qui avec celui du Sel commun domine ſur le reſte ; il ſe fait encore connoître davantage dans les épreuves par ſes différents effets, d'efferveſcence avec les acides, de précipitation de tout ce qu'ils ont diſſous, de changement de couleurs, dans la teinture de violettes en verd, & dans la ſolution du Sublimé en Orangé ; & enfin on peut le réünir & le rendre ſec & palpable de la maniére que je vais le dire en examinant ce qu'il y a de *ſulphureux* dans nôtre Eau.

Le Nitre ou ce Sel alkali a paru gras à quelques-uns ; mais il n'a rien de lui-même d'huileux ou de gras ; la matiére inflammable, qui l'accompagne dans nôtre Eau, lui eſt étrangere ; car étant ſeul & pur il fond aiſément au feu & ſe vitrifie ſans donner la moindre marque d'une flamme ; & quand on l'a comparé aux ſels fixes ou ſulphurés des Plantes, ce n'eſt que par rapport à pluſieurs effets, qu'il a de communs avec eux.

D'autres, ſuivant l'ancienne Tradition, y veulent reconnoître du ſouffre minéral, ce qui peut préſentement paroître d'autant plus vrai-ſemblable, qu'on ſçait que la réſidence peut s'enflammer ; mais outre que différentes ſolutions métalliques le manifeſteroient promptement, on peut tirer de l'Eau minérale même des preuves contre ce ſentiment ; c'eſt que l'alkali ſalin ſe lieroit étroitement avec le ſouffre, & imprimeroit comme un *hepar* une mauvaiſe odeur & un mauvais goût à nôtre Eau, dont on ne peut l'accuſer qu'avec injuſtice ; & ce qui eſt encore plus convainquant, c'eſt que les Acides ſaiſiſſant cet alkali en détacheroient le ſouffre, & le rendroient viſible & palpable en le précipitant, au lieu que l'efferveſcence, que ces Acides excitent dans les épreuves, n'eſt ſuivie d'aucune précipitation.

Il y a donc plûtôt lieu de penser, que le Sel commun, bien avéré dans nôtre Eau, & qui par tout ailleurs est plus ou moins bitumineux, y a amené du *Bitume*, que le sel alkali tient dissous, & l'empêche par là de paroître à la surface. Quoiqu'il en soit de son origine, le Bitume y est, & on le peut séparer d'avec l'alkali, en versant de l'esprit de vin sur la derniére portion d'Eau bien concentrée: par ce moyen, comme le plus aisé d'entre les autres, le Bitume privé de l'humidité abondante monte en partie à la surface en gouttelettes, & d'autres bien tenaces se collent aux parois du vaisseau, pendant que le sel alkali reste au fond, d'où on le retire facilement pour le dessecher, si l'on veut, & pour l'avoir pur & blanc. L'esprit de vin seul, en quantité proportionnée, le réduit à sec avec le temps.

Le Bitume ne sçauroit donc paroître dans nôtre Eau par la raison alléguée; & le peu d'odeur qu'elle a, est une trop foible & incertaine marque de sa présence; d'ailleurs, les épreuves nous manquent pour en connoître quelque chose d'avance: ainsi on ne peut que le soupçonner avec quelque vrai-semblance par l'empyreume, que l'eau imprime aux vaisseaux dans la distillation, & par la forte odeur, comme résineuse, qu'elle exhale sur la fin de l'évaporation, jusqu'à ce qu'on le sépare de tout mêlange par le moyen, que je viens de dire.

Du reste, c'est le Bitume qui, répandu dans toute la résidence, fait qu'elle s'enflamme & brûle, quand on en met sur une pelle rougie, étant inflammable lui-même.

Je passe à examiner ce qui paroît d'abord comme simplement *terreux* dans la Résidence, ou, ce qui revient au même, le *Sédiment*, que j'ai gardé de mes différentes évaporations; à quoi je joins les *croûtes pierreuses*, que l'eau dépose à sa source, comme un *sédiment naturel*.

Quand on regarde attentivement l'eau qui évapore actuellement, on apperçoit de petits filets clairs & transparents, qui voltigent parmi d'autres corps blancs & opaques, & qui s'affaissant tous les deux se confondent ensemble dans une évaporation continuée jusqu'à siccité; & dans les croûtes pier-

reuses on distingue de petits brillants parmi une matiére terne & sans éclat.

Cette différence fait bien connoître, que nos sédiments ne sont pas uniformes, ou faits d'une matiére simple & homogene; il faut encore ici démêler l'une d'avec l'autre.

Quant à la *premiére,* qui est claire & transparente, c'est un *Sel,* qu'on peut appeller *Selenite,* parce qu'il prend la même configuration en se cristallisant; & je ne crois pas devoir répéter ici ce que j'ai dit de sa qualité saline à l'occasion des nouvelles Eaux Minerales de Passy. C'est un Sel mixte, où l'acide vitriolique est chargé de beaucoup de terre, & dont on peut transporter l'acide sur le Sel de Tartre, ou le convertir en Souffre minéral par quelque matiére inflammable.

Ce Sel sort ici du sein de la Terre tout préparé, puisque l'Eau qui le charrie, ne souffre aucune altération ou changement par la chaleur, si ce n'est par rapport à ce Sel même, qui par ce moyen s'en sépare facilement, du moins pour la plus grande partie; & après sa séparation nôtre Eau est plus picquante qu'elle n'étoit auparavant, parce qu'il n'embarrasse plus les autres Sels, qu'elle contient.

La Selenite paroît dans cette Eau dès le commencement de l'évaporation comme une fleur ou poussiére fine; mais pour la prévoir parfaitement nous n'avons point d'épreuve suffisante, car si l'huile de Tartre trouble & blanchit l'Eau, on ne peut pas d'abord conclure pour sa présence, puisqu'elle en fait autant sur les Eaux Alumineuses; & à la rigueur on peut se passer d'épreuves pour le prévoir & pour le chercher ensuite, car comme un Sel de difficile dissolution, ou qui a besoin de beaucoup d'Eau pour se tenir dissous, il commence à se former aussi-tôt qu'un peu de cette Eau lui est soustraite; & si on arrête alors l'évaporation pour quelque temps, il passe en réünissant ses petits filets à différents degrés de consistence & de volume, & se déposant enfin il grossit encore & s'attache fortement aux vaisseaux par le grand poli de ses surfaces. Les plus gros crystaux que j'en ai eûs sont d'une ligne & demie de long sur environ une ligne de large, qui s'étoient

formés dans des bouteilles, que j'avois exprès laissé un peu transpirer en les gardant.

Du reste ce sel ne se trouve pas seulement dans quelques Acidules & nôtre Eau minérale chaude ; les Eaux salées, dont on tire le Sel commun, en fournissent également, & même beaucoup, comme celles de Salins, de Durban, de Fourtou, de Roquefort, que j'ai eû occasion d'examiner. J'en ai aussi entrevû dans une Plante, & encore dans une Liqueur animale, dans cette derniére sur-tout, sans le secoûrs de la calcination.

Pour ce qui regarde la *deuxiéme* matiére de nos sédiments, ces corps blancs & opaques ou ternes, c'est une *Terre,* qui fermente vivement avec tous les acides ; & les uns en dissolvent plus, les autres un peu moins : Par là, elle est à la vérité du nombre de celles, qu'on a coûtume d'appeller *Absorbantes*, parce qu'elles retiennent & domptent ce qui est aigre ; mais d'autres essais m'ont fait connoître, qu'elle a une propriété de plus, qui peut l'en distinguer un peu, ou rehausser sa qualité absorbante, c'est que la Nature l'a calcinée dans son laboratoire soûterrain : Et sans m'arrêter au ciment assés solide, que la terre de la résidence bien lavée, où les croûtes, comme elles sortent de l'Eau, forment avec du sable ou du gravier, je ne rapporterai que ce que l'on en peut voir par une opération d'ailleurs fort usitée ; c'est, quand je les ai mêlées avec du Sel ammoniac, elles ont détaché dans la distillation l'esprit urineux en saisissant & retenant l'acide du Sel marin : Cet esprit est vif & pénétrant & de ses effets ordinaires, précipitant le Sublimé en blanc, verdissant le Syrop violat, tournant au bleu celeste toute solution de Cuivre ; & le *Résidu*, comme un *Sel ammoniac fixe*, fond fort aisément au feu, ce que les terres refusoient auparavant ; ce même Résidu résous par l'humidité de l'air, ou détrempé par de l'Eau, fait cette liqueur ou solution, qu'on appelle vulgairement *Huile de chaux*, laquelle passant par le filtre laisse en arriére une *masse brune*, qui après avoir été rougie au feu, & pas plûtôt, permet à l'Aimant d'en attirer des parcelles de *fer*,

Je remarque en passant pour l'Histoire Naturelle, que, quoique dans le temps de M. Duclos, au rapport de M. Duhamel dans son Histoire Latine de cette Académie, on ne fût pas encore persuadé, qu'il y eût de ces sortes de Terres *naturelles* & faites sans l'industrie des hommes; les endroits, qui jettent du feu, lequel est l'instrument ordinaire des calcinations, nous en fournissent des exemples, & nôtre Eau pareillement.

Pour ce qui est des *Croûtes pierreuses* en particulier, on avoit fait espérer, qu'on en tireroit un *esprit de Nitre :* mais outre que l'opération avec le Sel ammoniac, que je viens de rapporter, & qui se passe tranquillement & sans détonation, pourroit seule suffire pour éluder cette espérance; j'en ai distillé, pour ne rien obmettre, aussi-bien *seules*, où elles ont fourni un peu de Bitume, qu'*avec du Vitriol*, où elles ont donné un phlegme gras, d'une odeur bitumineuse, & rien au delà.

Ces mêmes Croûtes, quoiqu'elles ne sentent d'abord rien, peuvent encore réveiller l'idée du *Souffre minéral*, parce que, étant calcinées, elles en répandent l'odeur, qui augmente de beaucoup, comme celle d'un *hepar*, quand on verse de l'huile de Vitriol par-dessus: De même la Résidence, prise dans son entier, & qui n'en donne d'abord aucune marque, exhale la même odeur aussi-tôt qu'elle est fonduë ou vitrifiée; ce qui peut encore faire soûtenir davantage la présence du souffre. Cependant quelque tentative que j'aye faite pour en découvrir dans nôtre Eau, le souhaitant même, je n'y ai pas pû réüssir : Et enfin s'il y en avoit effectivement, l'opération du Sel ammoniac, à laquelle je reviens, & que j'ai faite aussi-bien avec les Croûtes, qu'avec la Résidence, n'auroit pas manqué de le manifester, parce qu'après que l'acide du Sel marin auroit saisi l'Alkali, soit salin ou terreux, chés lesquels le Souffre se seroit réfugié; le volatil urineux, mis en liberté, l'auroit emporté avec lui, & auroit produit cet esprit volatil de la description de Beguin dans son *Tirocinium Chymicum*, qu'il compose de Sel ammoniac & d'un *hepar* fait avec la Chaux; où en effet l'urineux éleve en même-temps le Souffre, &

& fournit une liqueur très-volatile, mais aussi très-fétide; au lieu que mon esprit sent plûtôt le Bitume. Je ne sçaurois donc dériver le minéral en question que de l'acide vitriolique, contenu dans le Sel de Glauber & dans la Selenite, lequel se mêlant, à l'aide du feu, avec ce qu'il y a d'inflammable dans le Bitume produit du Souffre; mais il n'en existoit point auparavant dans l'Eau formellement.

L'*Alkali terreux* ne pouvant pas se soûtenir long-temps dans l'Eau se fait bien-tôt voir dans l'évaporation, comme une *Terre en général;* mais dans les Epreuves il semble, que l'huile de Tartre par défaillance déclare sa *qualité particuliére;* parce qu'elle la précipite, comme elle en précipite de l'Eau de Chaux; cependant avant d'en décider il est bon de l'avoir séparée de toutes autres Matiéres pour l'examiner de plus près, & pour connoître ce qu'elle est réellement. Comme un bon absorbant elle a part à différentes précipitations, mais ce qu'elle y fait en son particulier n'est pas bien aisé à démêler, parce qu'il s'y trouve en même-temps un Alkali salin, qui précipite aussi-bien que cette Terre l'Argent, par exemple, en une Chaux fixe.

Du reste, comme cette Terre avec la Selenite se présente continuellement à la surface de l'Eau à sa Source, dont il se fait sans cesse une évaporation & diminution naturelle & assés forte, ces deux matiéres s'amoncelent la nuit ou dans d'autres temps que l'Eau n'est point agitée, & parvenant au point de surmonter sa résistance, ou aidées par de nouvelles agitations volontaires de la part de ceux qui en puisent, elles se noyent & se déposent successivement, ce qui forme peu à peu les différentes couches des croûtes appellées *pierreuses*, qui se mêlent & se cimentent avec les feuillets bruns, qui dérivent en partie de la boüe, que l'eau améne de son fond.

Je viens au *Fer*, dont j'ai déja touché un mot. Comme la Nature l'employe avec beaucoup d'épargne dans nôtre Eau, il ne sçauroit paroître à la vûë par sa couleur ordinaire entre les matiéres de la Résidence, dont il fait la plus petite partie: Il n'y a que l'Eau gardée quelque temps, qui

dépose un peu de roüille fort fine; encore faut-il, pour la voir, venir à temps, c'est-à-dire, avant que le fond se couvre de terre: les couches rouges-brunes des croûtes pierreuses le peuvent faire soupçonner par leur couleur, mais l'épreuve, que l'on fait ordinairement pour le Fer avec la Noix de Galle, ne sçauroit le déclarer ici d'avance, parce qu'il n'y est pas dissous ou en forme de Vitriol, dans laquelle il ne pourroit pas même rester long-temps en présence de deux substances alkalines: il n'y est pas non plus comme Fer parfait ou débarrassé de toute matiére hétérogene, parce qu'il n'obéït pas d'abord à l'Aimant, il faut qu'il ait auparavant passé par le feu. Il y a donc apparence, qu'il sort d'une Marcassite ferrugineuse, dont les environs de Bourbon sont remplis, & que ses pores sont encore enveloppés ou bouchés de terre, qui, après en être délivrés par le feu, sont plus ouverts & permettent à la matiére magnétique d'y passer librement & d'attirer ce qui est vrai Fer. C'est ainsi que j'en ai séparé & du Résidu des croûtes pierreuses & de la partie terreuse de la Résidence, comme M. Burlet en avoit auparavant apperçû dans le *Mucilage*, toutesfois encore après la calcination.

Le *Mucilage*, ainsi appellé par ressemblance seulement, est au reste *une partie du tout*, ou un entrelacement de Sels, de Bitume & de terres avec un reste d'eau, qui lui conserve de la transparence pour quelque temps, puisqu'exposé à l'air il s'obscurcit & devient friable ou tombe à la longue en poussiére; & détrempé dans de l'eau il lui rend les Sels & dépose la terre avec sa petite portion de fer.

Ainsi le mélange de ce Mucilage, plus ou moins desséché dans l'Evaporation, peut contribuer beaucoup à faire varier le poids de la Résidence.

Après tout, comme il est permis de conjecturer sur des choses aussi enveloppées que sont les matiéres des Eaux minérales, il me semble, que les Marcassites ferrugineuses en proportions différentes avec le Sel commun peuvent par leurs différentes combinaisons produire tout ou presque tout ce

qu'on trouve dans la plûpart de ces Eaux. Mais comme cela regarde un systéme, je n'en dirai pas davantage.

Il me reste à répondre à une Objection, qu'on ne fait que trop souvent à la Chymie sur ses productions, & particuliérement sur les Sels. *Le feu*, dit-on, *altére & change, compose & décompose*. Je ne discuterai pas ici, à quel point cette Proposition bien limitée peut avoir du fondement dans certaines occasions, que les connoisseurs sçavent pourtant bien démêler; je me bornerai à mon Sujet, où le feu est encore accusé de transformation & de changement. Pour éclaircir cette difficulté, j'ai pris le contrepied de toute chaleur choisissant le temps de la plus forte gelée de l'hyver dernier, par laquelle quatre livres, entre autres, de nôtre Eau exposée à l'air furent bien-tôt réduites en un glaçon, lequel retiré & ouvert avoit encore conservé au dedans environ demi-once d'eau non-gelée, qui en s'écoulant entraînoit des crystaux tous formés, menus à la vérité, mais pourtant connoissables par leur configuration & leur goût; & le petit reste d'Eau, d'un goût fort lixiviel, n'avoit été épargné que parce que les Sels alkalis fixes résous ne gélent qu'à la derniére rigueur du froid.

Cette crystallisation prompte n'est arrivée que parce que d'une part le Dissolvant ordinaire des Sels leur a été en peu de temps soustrait par la gelée, & de l'autre principalement; parce que le Sel alkali resserré & gagnant, pour ainsi dire, le dessus, a obligé les Sels moyens de se précipiter, conformément à l'expérience de M. Lemery, qu'il a faite avec le Sel de tartre & différents Sels moyens, sur lesquels le premier n'a point d'action : on peut voir l'explication ingénieuse, qu'il en donne, dans son Mémoire.

Quelques personnes, témoins de ce fait, m'ont repliqué depuis, que pour faire pareille Analyse il faudroit quelquefois attendre plusieurs années, tout hiver n'étant pas également froid : à quoi je réponds, que, si on s'ennuye d'attendre, on peut évaporer nôtre Eau au cœur de l'Eté ou en d'autres saisons à l'air ou au Soleil, comme Pascal l'a voulu, & la concentrer à tel point qu'on voudra, & la mêler après, à différentes

reprises, avec de l'esprit de vin, qu'on augmentera chaque fois qu'on survuidera le mêlange : de cette maniére on verra en premier lieu la terre, où la Senelite & le fer ne sont pas exclus, ensuite les crystaux des Sels moyens, & finalement le Sel alkali, qui reste au fond & distinctement séparé d'avec l'esprit de vin, comme si on y avoit versé une forte huile de tartre par défaillance.

Mettra-t-on encore après cela quelques-unes de ces matiéres sur le compte du feu, qu'on n'a pas employé ? ou sera-ce la gelée & l'esprit de vin, qu'on accusera ici de production ou de changement? Quoiqu'on fasse, je pense, qu'on ne trouvera personne assés facile pour le croire.

Rassemblant enfin tout ce que j'ai dit jusqu'ici, je conclus, que les Eaux de Bourbon contiennent naturellement du *Sel marin,* du *Sel de Glauber,* un *Sel alkali,* du *Bitume,* de la *Selenite,* une *terre fort absorbante* & du *fer,* dont le mêlange répandu dans une eau actuellement chaude, & chaque matiére considérée selon sa qualité, connuë, pour la plûpart, par l'expérience & l'usage, que la Médecine en fait tous les jours, doivent faire inférer d'avance, qu'elles sont en état de *déterger,* d'*inciser* & de *résoudre ;* qui sont des effets généraux, communément suivis d'une ample transpiration & excrétion d'urine ; que de plus elles peuvent *absorber,* & en partie *dessecher* & *fortifier ;* mais, ce qu'on regrette ordinairement fort, c'est qu'elles ne sçauroient *guéres purger ;* & c'est aussi ce que la plûpart des malades regardent comme un défaut, mesurant communément la bonté d'une Eau minérale sur de fréquentes évacuations de cette espece.

Cependant, si c'est là un défaut, d'habiles Médecins ont sçû trouver le moyen de le bien réparer, soit en faisant précéder les Eaux de Vichy du voisinage pour frayer le chemin à celles de Bourbon, soit en faisant prendre ces derniéres, quand ils le jugent à propos, avec quelque Sel moyen apéritif, dont il y a plusieurs especes, d'entre lesquelles M. Burlet a depuis une vingtaine d'années mis en usage l'*Arcanum duplicatum* bien conditionné, & en a vû d'heureux succès.

SUR QUELQUES AFFECTIONS DES COURBES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

IL y a long-temps qu'on a remarqué que certaines Courbes, concaves d'abord vers un axe, deviennent ensuite convexes vers ce même axe ; & l'on appelle le point où se fait ce changement, *point d'inflexion.* L'on a remarqué aussi que certaines Courbes après s'être avancées dans un sens, rebroussent brusquement, & forment une espece de pointe qu'on appelle *point de rebroussement ;* l'on a des méthodes pour trouver ces points remarquables.

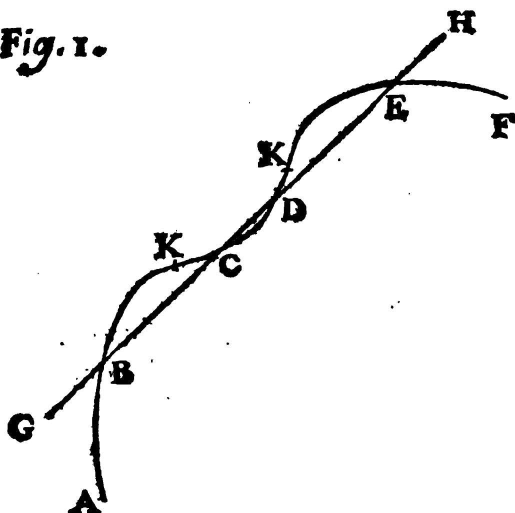
L'on sçait encore que si dans les points de rebroussement, la convexité d'un cours est tournée vers la concavité de l'autre, cette circonstance qui paroîtroit assés indifférente, établit cependant pour trouver ces points, la nécessité d'un calcul fort différent de celui qui sert à trouver les points de rebroussement ordinaires.

Voici quelques autres affections des Courbes que l'on n'a point encore remarquées.

Lorsqu'une Courbe change sa concavité en convexité, il n'est pas nécessaire que la convexité nouvellement acquise s'étende loin : la Courbe peut bien-tôt après reprendre sa premiére concavité ; elle le peut même aussi-tôt après, & pour ainsi dire dans l'instant suivant. La proximité de ces changements ne permettra pas à la vûë de les remarquer, mais ils n'en existeront pas moins dans la nature des choses, avec des propriétés qui ne conviennent à aucuns autres points de la Courbe. J'appellerai le point où se font ces changements *point de serpentement.*

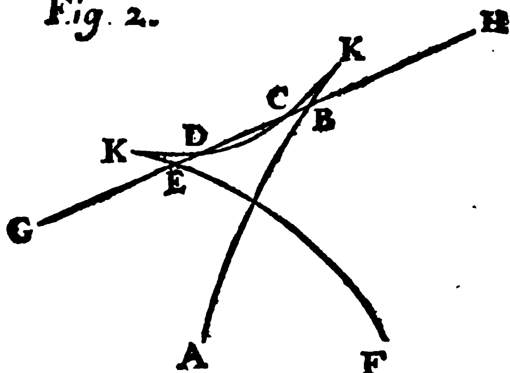
De même lorsqu'une Courbe rebrousse, il n'est pas nécessaire que le nouveau tours s'étende loin ; la Courbe peut

bien-tôt après rebrousser encore; elle le peut même dans l'instant suivant. Alors quoique la continuité du cours de la Courbe paroisse rétablie aux yeux par ce second rebroussement, il est cependant vrai que le cours a été interrompu deux fois; s'il ne l'eût été qu'une, on s'en seroit apperçu. J'appellerai le point où se sont faites ces deux interruptions, *point de double pointe*.



Pour mieux concevoir la nature de ces sortes de points, soit une Courbe *ABKCDKEF* qui ait deux inflexions *K, K*, & qu'une droite peut par conséquent couper en quatre points; soit la droite *GH*, qui la coupant en *B* & *E*, la touche dans l'intervalle de ces deux points, ou la coupe en deux points *C, D*, infiniment proches; si l'on conçoit que les parties *BKC*, *DKE*, de la Courbe diminuënt sans cesse, la droite *GH* & la partie *CD* demeurant dans leur situation, les points d'intersection *B, E*, s'approcheront sans cesse des points *C, D*, & enfin les parties évanoüissantes de la Courbe, supérieures à la droite, se réduiront, pour ainsi dire, à deux Eléments de la Courbe, placés comme celui d'entre-deux sur la droite. Les deux points d'inflexion *K, K*, se seront infiniment approchés; la droite qui coupoit d'abord la Courbe en quatre points,

la touche maintenant dans trois de ses Eléments; & ces Eléments sont placés bout-à-bout.



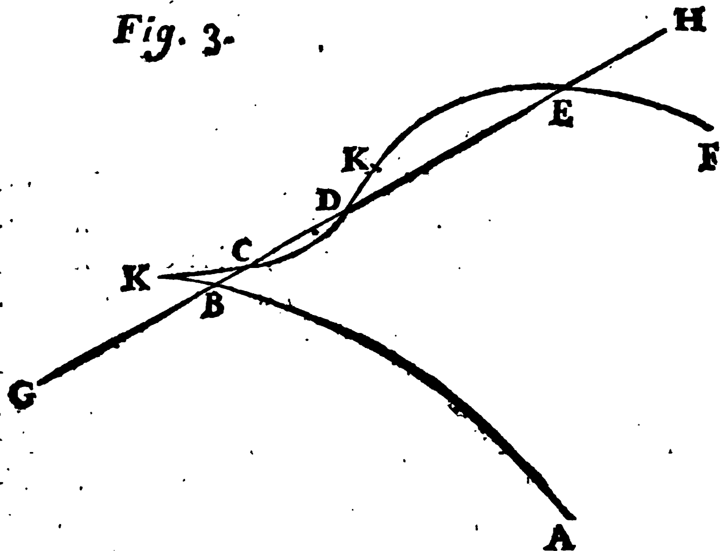
Soit une autre Courbe $ABKCDKEF$ qui ait deux rebroussements $K, K,$ & qu'une droite peut par conséquent couper en quatre points : soit la droite GH, qui la coupant en B, & E, la touche dans l'intervalle de ces deux points en C, D. Si l'on conçoit que les parties BKC, DKE, de la Courbe diminüent sans cesse, la droite GH & la partie CD demeurant dans leur situation, les points d'intersection B, E, s'approcheront sans cesse des points C, D, & enfin les parties évanoüissantes de la Courbe, supérieures à la droite, se réduiront, pour ainsi dire, à deux Eléments de la Courbe, placés comme celui d'entre-deux sur la droite; mais repliés de maniére que l'intersection B tombe vers D, & l'intersection E tombe vers C; les deux points de rebroussement $K, K,$ se seront infiniment approchés; la droite qui coupoit la Courbe en quatre points, la touche maintenant dans trois de ses Eléments; mais ces Eléments sont placés l'un sur l'autre.

Ici se présente nécessairement le point de rebroussement que M. de l'Hôpital appelle *point de rebroussement de la seconde sorte*, dont il se contente de dire, que le rayon de la développée y est un plus grand ou un plus petit; & de-là donne une formule pour trouver ces sortes de points. La nature de ce point fait partie de cette Théorie, dont il n'est qu'un cas,

Nous avons vû que dans le point de serpentement, deux points d'inflexion s'étoient unis; & que le point de double pointe étoit l'union de deux points de rebroussement: dans ces deux cas le second point détruit le changement que le premier avoit apporté au cours de la Courbe.

Mais un point d'inflexion peut s'unir à un point de rebroussement; & ces deux points n'étant point absolument opposés, l'un ne rétablit point ce qu'à changé l'autre; & le cours de la Courbe paroît rebroussant.

Fig. 3.



Pour connoître la nature de cette derniére espece de point, on considérera, comme nous avons fait ci-dessus, qu'une Courbe *ABKCDKEF* qui a un rebroussement & une inflexion, peut être coupée par une droite en quatre points; que les quatre intersections s'approchant sans cesse, & les points de rebroussement & d'inflexion venant à s'unir, la droite viendra comme dans les cas précédents à toucher la Courbe en trois de ces Eléments; mais placés de maniére que le 2.^{d} soit replié sur le 1.er à cause du rebroussement, & que le 3.me soit à l'extrémité du 2.^{d} en ligne droite à cause de l'inflexion.

Il

Il est clair que voilà toutes les maniéres dont deux points, soit d'inflexion, soit de rebroussement, peuvent se combiner deux à deux; & qu'ainsi il n'y a dans ce genre que ces trois sortes de points, *point de serpentement, point de double pointe*, & *point de rebroussement de la seconde sorte*.

Pour déterminer maintenant ces sortes de points par une propriété qui leur est commune; on remarquera que la seconde différence de l'Ordonnée d'une Courbe étant positive, elle devient négative lorsque la Courbe change de courbure: si donc la Courbe change encore une fois de courbure, la seconde différence de l'Ordonnée redeviendra positive; & les deux changements qu'elle éprouve lorsque les points K, K, sont éloignés, elle les éprouve encore dans quelque diminution que ce soit de l'arc KK, & dans l'évanoüissement même de cet arc. Or une quantité positive d'abord, devenuë négative, ne sçauroit redevenir positive qu'elle n'ait passé par un *Maximum* ou un *Minimum*, il faudra donc pour trouver les points de serpentement, de double pointe, ou de rebroussement de la seconde sorte, il faudra faire $dddy = o$ ou $= \infty$.

La connoissance de ces points peut quelquefois donner une idée de la figure des Courbes; par ex. dans une Courbe du quatriéme ordre, la Tangente à ces points ne peut plus retoucher ni couper la Courbe.

Dans une Courbe du cinquiéme ordre, la Tangente à ces points ne peut plus retoucher la Courbe, & ne la peut plus couper qu'une fois: il est facile de voir ce qui doit arriver dans les Courbes plus élevées.

Ces points donnent le dénoüement d'une difficulté qui se présente sur un principe de la Théorie des Courbes. L'on sçait en général, qu'une Courbe peut être coupée par une droite en autant de points que son équation a de degrés: cependant il n'est pas toûjours possible de trouver toutes ces intersections, & l'on pourroit douter de la vérité du principe.

Le mystére consiste en ce que les Courbes peuvent avoir quelque point de serpentement ou de double pointe. La Tangente à ces points touche la Courbe dans trois de ses Eléments;

& cet attouchement équivaut à quatre interſections.

Comme en général le nombre des Eléments placés en ligne droite, qu'une Courbe peut avoir, n'eſt point limité, & que ce nombre augmente à chaque degré qu'acquiert la Courbe, on peut expliquer de la ſorte les autres cas où l'on ne trouve pas le nombre d'interſections déſigné par l'ordre de la Courbe.

SECOND MÉMOIRE SUR LE BORAX.

Par M. LÉMERY.

LES inductions qui peuvent être tirées des expériences rapportées dans le premier Mémoire ſur le Borax, imprimé dans le Tome de 1728. ſont 1.° Que le Borax s'unit aux Acides minéraux & végétaux, qu'il les abſorbe, qu'il forme avec eux un nouveau Sel différent, ſuivant la nature particuliére des Acides avec leſquels il s'eſt uni; que ces Acides s'y engagent & s'y incorporent, comme ils le font dans nos Sels alkalis, ſoit fixes, ſoit volatils; qu'enfin il eſt lui-même un véritable Sel alkali naturel, qui n'a point eû beſoin de l'art & de la décompoſition pour devenir tel, comme nos Sels alkalis ordinaires.

2.° Que l'action du Borax ſur les Acides différe de l'action de nos Sels alkalis ſur ces mêmes Acides, en ce qu'elle ſe fait paiſiblement, ſans exciter de trouble, d'agitation & de boüillonnement dans la liqueur; que l'union de ce Sel avec les Acides ſe fait, pour ainſi dire, en cachette, & à l'inſçû de celui qui les a mêlés enſemble, & qui ne reconnoît cette union qu'après qu'elle a été faite, & qu'il vient à examiner ce qui réſulte du mêlange; au lieu que l'union de la plûpart des Acides avec les Sels alkalis ordinaires eſt annoncée par un mouvement ſenſible de fermentation, plus ou moins fort,

suivant la nature des Acides & des Sels alkalis qu'on a employés, & qui ne se trouvent unis que quand ce mouvement est cessé.

3.° Que quoique le Borax ne soit pas naturellement volatil, qu'étant seul il résiste, comme nous l'avons remarqué dans le premier Mémoire, à un feu très-fort, plus que suffisant pour enlever le Sel le moins volatil, & qui ne fait que vitrifier le Borax au fond de la cornuë; cependant, non-seulement il devient volatil quand il est mêlé & qu'il fait corps avec les Acides vitrioliques, avec ceux du Salpêtre, du Sel commun; mais encore son union avec ces Acides facilite leur élévation, & particuliérement celle des Acides de l'huile de Vitriol, de l'Alum, du Souffre commun qui, sans le Borax, tout fluides qu'ils sont alors, & séparés de leur matrice, ont une très-grande peine à s'élever par la distillation, & ont même besoin pour cela d'une force de feu plus grande & plus long-temps continuée, que quand ils sont mêlés avec le Borax; de maniére que quand les Acides vitrioliques dans la classe desquels nous comprenons ceux de l'Alum & du Souffre commun, ont été unis avec le Borax, si ces Acides communiquent au Borax un degré de volatilité qu'il n'a pas quand il est seul, ce Sel sert à volatiliser de plus en plus ces Acides, & cela à la différence des Sels fixes alkalis qui étant unis, soit aux Acides du Nitre & du Sel commun, soit aux Acides vitrioliques, bien-loin d'en devenir moins fixes, & par conséquent plus propres à céder à l'action du feu, & à être enlevés par cet agent, ne servent au contraire qu'à arrêter & fixer en quelque sorte les Acides qui s'y sont joints, & qui ne peuvent être enlevés par le feu que quand ils ont été séparés de leur nouvelle matrice par le secours d'un intermede; encore faut-il alors pour remettre les Acides vitrioliques en liberté, & au point où ils étoient avant leur union avec le Sel fixe, une suite plus grande d'opérations que pour les autres Acides.

4.° Qu'il y a dans le Borax une matiére grasse qui ne se manifeste pas seulement dans ce Sel nouvellement tiré de

la terre, & non encore purifié; mais encore dans la portion du Borax ordinaire qui a resté dans la Cucurbite après l'opération du Sel volatil fait avec le Borax & les esprits du Sel commun, du Nitre, & qui ne différe point de la Colle-forte par sa tenacité qu'elle conserve, ou reprend même quelquefois après avoir été desséchée & réduite, comme il a été dit, sous une forme saline. On verra ensuite une autre preuve de cette substance grasse & bitumineuse qui se trouve naturellement dans le Borax.

5.° Que quoique les Acides du Vinaigre distillé s'élevent plus aisément, & soient plus volatils que ceux du Nitre, du Sel commun, & sur-tout que ceux de l'huile de Vitriol & des esprits d'Alun & de Souffre commun; cependant ils demeurent au fond de la Cucurbite incorporés avec le Borax qu'ils n'ont pû volatiliser, & arrêtés & fixés en quelque sorte par ce Sel qui produit avec les autres Acides dont on vient de parler, des effets si différents.

Voici de quelle maniére je conjecture ce fait, & les différents états de volatilité & de fixité du Borax, suivant les circonstances qui ont été rapportées.

Je conçois que le Bitume fixe qui se trouve naturellement dans ce Sel, colle & unit si bien ensemble toutes les parties vraiment salines du Borax, que quand on l'expose à l'action du feu, chaque partie saline liée à sa voisine par la colle bitumineuse, & n'en pouvant être détachée par l'action seule du feu, n'acquiert point alors par le défaut de détachement, la quantité de surfaces necessaires pour pouvoir être frappée à la fois par le feu dans un assés grand nombre d'endroits, & pour pouvoir par-là en être enlevée.

Mais quand un Acide nitreux ou quelques-autre de ceux qui ont été rapportés, a été versé sur le Borax, il fait ce que le feu seul ne pouvoit y produire : il divise & sépare chaque petite partie de Borax sous la forme de petites écailles ou pellicules très-minces avec lesquelles il s'unit, & chacune de ces pellicules qui dans l'état naturel sont fortement unies & collées ensemble, & que la figure particuliére où le dé-

faut de grossiéreté des parties de feu n'est pas capable d'écarter assés fortement les unes des autres pour les désunir entiérement, se trouvant tout écartées & toutes désunies par l'Acide qui s'y joint, le nombre des surfaces qu'ont acquises chacune des pellicules par leur division ou leur séparation, les met alors en état d'être frappées à la fois par le feu dans un plus grand nombre d'endroits & d'en être par-là enlevées ; ce que cet agent ne peut jamais faire tant que ces petites pellicules se trouvent réünies, & peuvent par-là se soustraire à une partie de son action : & cela de la même maniére que l'Eau quand elle est seule ne peut dissoudre, enlever & tenir en suspension dans son sein une infinité de corps, mais quand elle tient en dissolution quelques Sels concrets ou quelques Acides capables de diviser ces corps en parties assés subtiles pour donner par-là une prise suffisante à l'action du liquide aqueux ; alors ce liquide ne manque pas de l'enlever, ce qu'il n'auroit jamais pû faire sans le secours de l'intermede salin ou acide, qui a mis auparavant chaque partie de ces corps dans l'état de division necessaire pour qu'elles pussent devenir susceptibles des mouvements intérieurs du liquide.

Outre la division particuliére qu'excitent les Acides vitrioliques & ceux du Nitre & du Sel commun dans les parties du Borax, & qui donnent lieu à la volatilisation de ce Sel ; ce qui y contribüe encore beaucoup, à mon avis, c'est qu'il me paroît par mes expériences, que les Acides qui s'élevent avec le Borax, & qui forment avec lui le Sel volatil qu'on retire par la sublimation, se sont particuliérement attachés à la partie vraiment saline de ce Sel qu'ils ont séparée en quelque sorte de la portion du Borax la plus bitumineuse qui reste au fond de la Cucurbite, & qui, si elle eût toûjours resté unie à la partie saline du Borax, en auroit toûjours lié assés exactement les parties malgré les Acides, pour empêcher ces parties de s'élever, comme nous le ferons voir, après avoir rapporté les expériences qui paroissent prouver que dans l'opération du Sel volatil formé de l'union du Borax & des Acides propres à la sublimation de ce Sel, la partie la plus

graſſe du Borax a été ſéparée de la partie ſaline, & eſt reſtée au fond de la Cucurbite.

Nous avons déja remarqué que quand on diſſolvoit dans de l'Eau cette partie reſtée au fond de la Cucurbite, & qu'on faiſoit enſuite évaporer la liqueur, il reſtoit une ſubſtance ſi collante que la Colle-forte ne l'étoit pas davantage; or le Borax ordinaire fondu dans l'Eau donne bien vers la fin de l'évaporation de la liqueur quelques marques de viſcoſité, & cela par rapport aux parties graſſes qu'il contient toûjours; mais comme ces parties graſſes ſont fort étenduës dans le Borax par la partie ſaline qui y eſt toute entiére, & qui en corrige en quelque ſorte l'effet, elles ſont bien éloignées de donner à ce Sel, après l'évaporation de l'Eau, le degré de viſcoſité qu'on apperçoit dans la matiére reſtée dans la Cucurbite, & qui eſt bien plus dépoüillée de la partie ſaline du Borax, qu'elle ne l'eſt dans le Borax ordinaire, auquel on n'a encore rien ôté.

Une expérience qui par la rupture de la Cucurbite a manqué du moins à moitié, ſervira encore de nouvelle preuve à ce qui vient d'être avancé.

J'avois mis demi-once d'eſprit de Sel ſur une once de Borax dans une Cucurbite, & demi-once d'eſprit de Nitre ſur une once de Borax dans une autre Cucurbite, j'avois pouſſé les deux mêlanges, comme il a été dit, pour en tirer le Sel volatil; mais la Cucurbite où étoit l'eſprit de Sel s'étant félée à la ſeconde ſublimation, une partie de l'eſprit de Sel s'étoit écoulé par la félure, ce qui avoit empêché le Borax de rendre par cette opération une grande partie du Sel volatil qu'il auroit rendu ſans cela; au lieu que le Borax mêlé avec l'eſprit de Nitre, dont la Cucurbite s'étoit toûjours ſoûtenuë en ſon entier pendant l'opération, avoit rendu une quantité de Sel volatil beaucoup plus conſidérable que le Borax mêlé avec l'eſprit de Sel; par conſéquent, ſuivant ma conjecture, la matiére reſtée dans la Cucurbite où étoit l'eſprit de Sel, & qui a rendu beaucoup moins de Sel volatil que l'autre matiére, doit avoir conſervé beaucoup

plus de la portion saline du Borax, sa partie grasse doit être plus étenduë par la partie saline qui y est en plus grande quantité, & qui l'empêche davantage de se réünir, & quoique cette matiére fonduë dans l'Eau paroisse fort gluante après l'évaporation de l'Eau, elle le doit être encore moins que l'autre qui a rendu beaucoup plus de Sel volatil où la partie saline du Borax abonde moins, & où la partie grasse est moins étenduë & plus réünie ; c'est aussi ce que j'ai parfaitement observé, & à la fin de l'évaporation des deux portions d'Eau qui tenoient séparément chacune des deux matiéres en dissolution, & après que les deux matiéres ont été réduites sous la forme de Sel de la maniére que nous l'avons dit ; car celle qui résultoit du mêlange du Borax & de l'esprit de Nitre, dépoüillée des parties aqueuses dont elle avoit été dissoute, non-seulement a formé une colle plus gluante, plus tenace, & dont le pilon a eu plus de peine à réduire en poudre les parties, mais encore elle n'a conservé que très-peu de temps cette forme séche & saline, & bien-tôt après l'avoir acquise, elle est redevenüe d'elle-même gluante, & toutes ses parties se sont alors si bien réünies, & ont si bien repris leur forme de colle, qu'elles ne ressemblent plus en cet état à un Sel, mais à une Gomme ; au lieu que la matiére résultante du Borax & de l'esprit de Sel traitée de la même maniére que l'autre, & enveloppée dans un pareil papier & placée dans le même lieu & dans une même corbeille, a conservé & conserve toûjours la forme saline qu'elle a acquise, & qui la rend à la vûë bien différente de l'autre matiére.

Pour revenir présentement aux Acides du Vinaigre qui, quoique plus aisés à enlever par le feu que les Acides du Vitriol, de l'Alun, du Souffre commun, du Nitre, du Sel commun, ne s'élevent pas cependant avec le Borax pendant que les autres le font aisément ; si une des principales causes qui contribuent à élever ces autres Acides avec le Borax, comme nous avons tâché de le faire voir, c'est qu'ils en ont séparé la partie grasse, & ne se sont particuliérement

unis qu'à sa partie saline; les Acides du Vinaigre qui ne s'élevent point avec le Borax, ne doivent point avoir excité de même la séparation des parties grasses du Borax, & doivent au contraire s'y être unis & avoir fait corps avec elles, comme avec les parties vraiment salines du Borax; en un mot, ce sont les parties gluantes & visqueuses qui restent dans ce mêlange particulier qui l'empêche du moins en partie de se volatiliser comme les autres mêlanges qui fournissent un Sel volatil. Voici les raisons & les preuves qui servent de fondement à mon raisonnement.

Le Vinaigre distillé différe de toutes les liqueurs acides tirées du Salpêtre, du Sel commun, & des autres minéraux dont il a été parlé, en ce que outre les Acides qu'il contient, il y a encore dans cette liqueur un reste considérable d'Esprit de Vin caché à la verité, lié en quelque sorte, & fixé par les Acides depuis la conversion du Vin en Vinaigre; car sans cette liaison les parties spiritueuses monteroient les premiéres dans la distillation du Vinaigre & bien avant les Acides; & on pourroit les retirer par cette voye comme on les retire du Vin, ce qui ne se peut cependant pas; mais quoiqu'on ne les retire pas du Vinaigre par le procedé dont on vient de parler, on auroit tort de nier pour cela qu'elles y fussent, puisqu'on les en retire réellement par un procedé différent, c'est-à-dire, en arrêtant par un intermede fixe & métallique l'Acide intimément lié à l'esprit vineux que la distillation dégage, & enleve ensuite facilement & manifeste à n'en pouvoir douter. On peut encore sans le secours d'aucune opération s'assûrer que cet esprit habite dans le Vinaigre, en en avalant une cueillerée; car alors, outre l'impression particuliére des Acides de cette liqueur, on y sent distinctement encore la chaleur qu'imprime l'esprit sulphureux du Vin, & dont l'impression est parfaitement la même que celle qu'on apperçoit dans le Vin, & différe entiérement de celle des Acides; & en effet, comme le Vin se convertit d'un moment à l'autre en Vinaigre, y a-t-il lieu de croire que tous les esprits sulphureux se dissipent alors tout d'un coup,

coup, & que si quelques-uns s'envolent, il n'en reste plus dans une liqueur qui en regorgeoit l'instant d'auparavant; mais toutes ces réfléxions sont inutiles, puisque sans leur secours l'expérience nous prouve clairement dans le Vinaigre les esprits sulphureux dont il s'agit.

Quand donc on verse le Vinaigre distillé sur le Borax, cette liqueur n'attaque pas seulement les parties salines du Borax par ses Acides, elle attaque encore à la fois la partie bitumineuse de ce Sel, par les esprits sulphureux intimément unis à ces Acides, & par-là bien loin qu'il se fasse alors une séparation de la partie grasse du Borax d'avec sa partie saline, le dissolvant & le corps dissout s'allient en entier l'un à l'autre, le corps nouveau qui en résulte contient non-seulement toutes les parties bitumineuses du Borax, mais encore toutes les parties sulphureuses du Vinaigre distillé; ce qui produit une matiére dans laquelle les parties grasses & visqueuses sont plus développées, plus apparentes, & se font bien plus sentir qu'elles ne le sont dans le Borax même; car quand on touche ce Sel formé du Borax & des Acides du Vinaigre, il est si gluant & si visqueux qu'il tient aux doigts, & si les parties gluantes qui se trouvent naturellement dans le Borax, sont un obstacle à son élévation par le moyen du feu, ces mêmes parties qui se trouvent aussi dans le Sel composé dont il s'agit, doivent l'empêcher de même, de céder à l'action du feu; & en effet plus ce Sel contient de parties grasses, moins il semble avoir de disposition à s'élever; car on a vû dans le premier Mémoire, que quand au lieu de Vinaigre distillé, je me suis servi pour le faire, de Vinaigre ordinaire, comme cette liqueur contient beaucoup plus de parties grasses que l'autre, le corps qui en a résulté a été une matiére noire qui étoit au fond du vaisseau, & qui bien loin de donner aucune marque de sublimation, à peine après avoir été fondüe dans l'Eau, & réduite en corps par l'évaporation, a-t-elle eû forme de Sel, elle avoit même bien plûtôt celle d'une espece de Gomme d'une couleur gris-brune; mais quand je me suis servi du Vinaigre distillé, comme il a

perdu par la diſtillation ſes parties huileuſes les plus groſſiéres qui ſont reſtées au fond de la Cucurbite, & qu'il n'a preſque enlevé avec lui que des eſprits ſulphureux, unis aux Acides de cette liqueur, la matiére trouvée au fond de la Cucurbite n'étoit pas noire & chargée comme l'autre des parties huileuſes, groſſiéres & brûlées du Vinaigre, elle étoit au contraire griſe & blanche fort legére & formée en petites aiguilles très-fines qui s'élevoient en droite ligne du fond de la Cucurbite, & qui repréſentoient un commencement de ſublimation qui auroit été plus loin, ſi toutes ces petites aiguilles n'euſſent pas tenu par leur glu naturelle, les unes aux autres, & ſur-tout à une baſe plus ferme & plus ſerrée qui les arrêtoit, ſur laquelle chacune de ces aiguilles étoient poſées perpendiculairement, & d'où elles ſembloient ſortir pour s'élever en l'air: & ce qui paroît prouver encore que c'eſt la glu dont il s'agit, qui empêche ces aiguilles fines de s'élever davantage, c'eſt que les Sels volatils qui réſultent du Borax & d'autres Acides que ceux du Vinaigre, & qui s'élevent réellement au haut du chapiteau, n'ont rien de gluant; & que ce qu'il y a de tel dans le Borax qui ſert à les former, reſte au fond de la Cucurbite, & s'en ſépare parfaitement dans l'opération de ces Sels volatils; de maniére que, ſuivant ma conjecture, les Acides qui font avec le Borax un Sel volatil pourroient être comparés à ces liqueurs ſimples, à de l'Eſprit de Vin, par exemple, qui n'enleve à un mixte que ſa partie réſineuſe, & qui laiſſe ſa partie ſaline ſans la diſſoudre, les Acides du Vinaigre au contraire à ces liqueurs compoſées qui attaquent & diſſolvent à la fois la partie réſineuſe & ſaline du mixte.

Nous remarquerons enfin que le Borax ne s'unit pas ſeulement comme le Sel de Tartre aux Acides libres & développés; qu'il le fait encore comme lui aux Acides du Criſtal de Tartre, & qu'il donne lieu de même par cette union à ce Sel preſque indiſſoluble dans l'eau, de s'y diſſoudre, d'y demeurer ſuſpendu. Ce qu'il y a de particulier dans l'union du Borax avec le Criſtal de Tartre, c'eſt 1.° Que comme

le Borax contient beaucoup de parties grasses qui ne se rencontrent pas de même dans le Sel de Tartre, quand on évapore la liqueur qui contient le Borax & le Cristal de Tartre, & qu'une partie de l'eau a été enlevée, ce qui reste à une consistance de Miel ou de Terebenthine; quand on continuë l'évaporation, & que presque toute l'humidité a été partie, la matiére restante devient comme une espece de Gomme, qui n'acquiert la forme de Sel qu'en la dessechant davantage, & la pilant ensuite assés fortement, parce que sa consistance gommeuse qui avoit collé toutes ses parties, l'avoit réduite en morceaux. Le Sel de Tartre au contraire & le Cristal de Tartre mêlés & dissouts ensemble forment un Sel, qui dans l'évaporation n'a rien de particulier ou du moins d'approchant, & qui se présente d'abord sous une forme saline, malgré les parties grasses qui demeurent toûjours dans le Cristal de Tartre, même après son union avec le Sel de Tartre.

Une autre différence du Sel de Tartre & du Borax mêlés chacun séparément avec le Cristal de Tartre, c'est que le Sel de Tartre n'ayant besoin que d'une quantité d'eau égale à la sienne pour le dissoudre, le Borax au contraire demandant naturellement dix ou onze fois plus d'eau pour sa dissolution; & encore cette grande quantité d'eau ne pouvant empêcher qu'il ne se précipite, & ne se cristallise au fond de la liqueur quelque portion de Borax, il est clair que quand on mêle du Sel de Tartre avec le Cristal de Tartre, ce Sel excite bien la dissolution du Cristal de Tartre, mais il n'en devient pas lui-même plus dissoluble par le mêlange, & au contraire; mais pour le Borax, non-seulement il procure la dissolution du Cristal de Tartre, mais il semble encore que le Cristal de Tartre lui rende ce qu'il lui a prêté; car quand le Borax y est une fois uni dans une certaine quantité d'eau boüillante, il s'y soûtient, & demeure sans précipitation dans cette quantité d'eau qui ne suffiroit pas pour le dissoudre en entier s'il étoit seul, puisqu'il lui en faudroit le double, & qu'encore avec toute cette quantité d'eau il se précipiteroit toûjours dans la suite quelque portion de Borax dissout; ce qu'on ne remarque

point en pareil cas au Borax après ſon union au Criſtal de Tartre.

Quoique l'explication d'un fait auſſi ſingulier ne paroiſſe pas facile, je vais néantmoins propoſer ſur cela mes conjectures.

Ce qui fait que le Borax demande une grande quantité d'eau boüillante pour le diſſoudre en entier, & que j'ai été obligé d'en employer ſix onces pour une demi-once de Sel, & même qu'après un jour ou deux une portion du Borax s'eſt précipitée, & a continué de le faire; c'eſt que les parties intégrantes de ce Sel ſont des eſpeces de lames très-polies qui s'appliquent les unes aux autres ſi exactement que les parties de l'eau ont toutes les peines du monde à les ſéparer, & cela parce que ne pouvant s'inſinuer qu'avec un très-grand effort entre ces petites lames, qui d'ailleurs laiſſent entr'elles peu de vuides, & tiennent par-là d'autant plus fortement les unes aux autres, les parties de l'eau les attaquent à la fois par moins d'endroits, ce qui retarde leur déſunion, & la rend bien plus difficile. De plus, quand ces petites lames ont été déſunies & répanduës dans le liquide, elles n'ont pas perdu pour cela le poli de leurs ſurfaces, & la convenance particuliére qu'elles ont les unes avec les autres, & moyennant laquelle elles peuvent facilement, en ſe rencontrant & s'appliquant de nouveau les unes aux autres, ſe réünir promptement & de fort près, à peu près comme le font deux marbres bien polis; cela étant, pour peu qu'elles ſe rencontrent dans le liquide, la réünion dont on vient de parler ne manque pas de ſe faire; & comme le Borax auſſi-bien que tous les Sels diſſouts ne demeurent ſuſpendus dans l'eau que parce qu'ils y ſont dans un certain degré de diviſion, dès que les parties du Borax s'y réüniſſent le moins du monde, elles ne peuvent plus y ſubſiſter en cet état, & elles tombent au fond ſans pouvoir s'y rediſſoudre enſuite, parce que l'eau, au-deſſous de laquelle elles ſe ſont précipitées, n'eſt plus chaude, comme elle l'étoit quand elle les a diſſouts en premier lieu, & qu'il faut qu'elle le ſoit pour cela.

A l'égard du Criſtal de Tartre qui ſe diſſout encore plus difficilement dans l'eau boüillante que le Borax, & qui étant

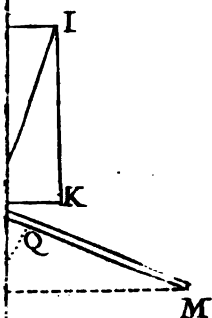
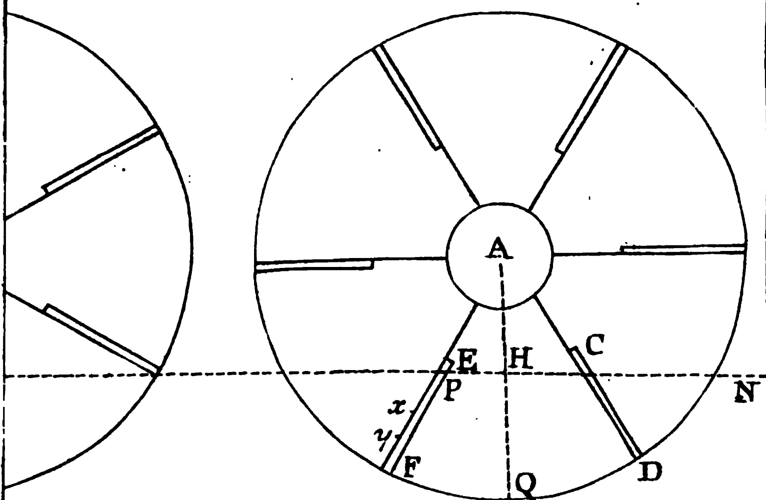


Fig. 4.e



diſſout ſe précipite tout entier ou à très-peu de choſes près, dès que l'eau eſt réfroidie, & à meſure qu'elle ſe réfroidit, il faut y appliquer le même raiſonnement que nous venons de faire ſur le Borax, & conclure même des circonſtances de ſa diſſolution, que ſes parties intégrantes tiennent naturellement plus les unes aux autres, & ont encore une beaucoup plus grande diſpoſition à ſe réunir que n'en ont celles du Borax: on peut encore faire entrer la conſidération ſuivante dans l'explication de la précipitation ſubite & totale de ce Sel après qu'il a été diſſout dans l'eau boüillante; c'eſt que la grande quantité de parties terreuſes & huileuſes qui s'y trouvent, ne pourroient ſe ſoûtenir en diſſolution dans l'eau que par la partie ſaline du Criſtal de Tartre, à laquelle elles ſont intimement unies; mais cette partie ſaline étant en trop petite quantité, par rapport à ces parties terreuſes & huileuſes, elle peut bien, quand l'eau eſt boüillante, concourir avec la chaleur de ce liquide, & les y ſoûtenir dans le degré de diviſion d'un Sel diſſout; mais dès que la chaleur ſe retire, toutes ces parties ſe réuniſſant & ſe raccrochant bien-tôt les unes aux autres tombent bien vîte, & entraînent avec elles la partie ſaline qui, vraiſemblablement ſans cet alliage de parties terreuſes & huileuſes ne ſe précipiteroit point, ou du moins ne ſe précipiteroit pas entiérement, & auſſi promptement qu'elle le fait.

Mais quand on a mêlé deux onces de Borax, & quatre onces de Criſtal de Tartre en poudre fine dans douze onces d'eau, quand ces Sels ont reçû le degré de diviſion neceſſaire par la chaleur de l'eau boüillante qu'on a eû ſoin d'y entretenir; quand enfin chaque petite partie de Borax a été pénétrée par une autre petite partie de Criſtal de Tartre, & s'y eſt unie, les parties intégrantes du nouveau Sel qui réſulte de l'alliage des deux, n'ont plus entr'elles le même degré de convenance, & la même diſpoſition à ſe réunir, qu'en avoient en particulier les parties de chacun des deux Sels, dont le nouveau Sel eſt compoſé; la preuve de cette vérité peut être tirée de la petite quantité d'eau que demande alors ce nou-

veau Sel; & en effet s'il est vrai, comme nous l'avons fait voir dans un Mémoire en 1716, que plus les parties intégrantes d'un Sel s'unissent exactement les unes aux autres, & font des cristaux compactes & difficiles à pénétrer, plus ces Sels demandent de parties d'eau pour les dissoudre, pour séparer leurs parties dans le liquide quand elles sont prêtes à se réunir, & pour leur y servir de barriéres: si deux onces de Borax ne demandent jusqu'à vingt-quatre onces d'eau, pour les soûtenir imparfaitement dans le liquide, si quatre onces de Cristal de Tartre n'exigent jusqu'à quarante-huit onces d'eau boüillante & au-delà pour les tenir suspenduës, & cela seulement pendant qu'elle est chaude, si, dis-je, l'un & l'autre de ces Sels ne demandent pour leur dissolution toute la quantité d'eau qui vient d'estre marquée, que par rapport à l'union intime de leurs parties intégrantes, à proportion de cette union & de leur disposition à se réünir dès qu'elles se présenteront les unes aux autres dans le liquide où elles auront été dissoutes, on est en droit d'assûrer tout le contraire des parties intégrantes du nouveau Sel composé de Cristal de Tartre & de Borax, qui depuis sa nouvelle forme ne demande pas la sixiéme partie de l'eau qu'il auroit fallu pour tenir séparément en dissolution la quantité de Cristal de Tartre & de Borax dont il est composé, & qui se soûtient tout entier dans cette petite quantité d'eau, sans qu'il s'en précipite la moindre partie, lorsque la liqueur s'est refroidie, au lieu que le Borax & le Cristal de Tartre ne se soûtiennent entiérement dans la grande quantité d'eau qu'il leur faut à chacun en particulier, que quand la liqueur est chaude, & que quand elle cesse de l'être, tout ou presque tout le Cristal de Tartre se précipite à l'instant, & une partie du Borax ne manque pas de le faire aussi dans la suite; en un mot, il est clair & évident par toutes les circonstances de la dissolution du nouveau Sel comparées à celles du Cristal de Tartre & du Borax dissouts chacun séparément, que les parties intégrantes de ce nouveau Sel composé sont devenuës telles par l'union même des deux Sels composants, qu'elles ne peuvent plus s'appliquer

aussi immédiatement les unes aux autres, que le faisoient séparément à leurs semblables celles de chacun des deux Sels; & comme, suivant le principe que j'établis, la quantité d'eau plus ou moins grande que demande un Sel pour sa dissolution, est la mesure avec laquelle on peut juger & de l'union plus ou moins intime, qu'ont naturellement entr'elles les parties intégrantes d'un Sel, & du degré de facilité qu'elles ont à se réünir pour peu qu'elles en trouvent l'occasion par leur rencontre, nous croyons avoir lieu d'assûrer que les parties intégrantes du nouveau Sel qui se tiennent parfaitement dissoutes dans beaucoup moins d'eau que la sixiéme partie de ce qu'il en faut pour la dissolution du Borax, s'ajustent & s'unissent ensemble cinq ou six fois moins étroitement, & peut-être même au-delà, que celles du Borax; & à l'égard du Cristal de Tartre qui demande plus d'eau pour sa dissolution que le Borax, & qui ne s'y soûtient encore que quand l'eau est boüillante, au lieu que le nouveau Sel se soûtient en entier dans sa portion d'eau, quoique refroidie, nous dirons sans aucune supputation, que ses parties intégrantes ont incomparablement moins de disposition à se réünir, que n'en ont celles du Cristal de Tartre.

Enfin, comme les parties d'un Sel composé de deux autres Sels ne conservent pas ordinairement entr'elles les mêmes rapports, & le même degré d'union & de disposition à se réünir, qui regnoient entre les parties de chacun des deux Sels pris séparément, il peut arriver de cette sorte d'union deux effets tout-à-fait contraires; c'est-à-dire, que dans un cas tel que celui qui vient d'être cité, les parties intégrantes du nouveau Sel composé s'ajusteront moins exactement les unes aux autres, laisseront entr'elles plus de vuide, & exigeront par là beaucoup moins d'eau que les parties semblables de chacun des deux Sels composants; & que dans un autre cas opposé les parties du nouveau Sel auront plus de disposition à s'unir, & s'uniront aussi plus étroitement ensemble que ne le faisoient entr'elles les parties des Sels composants; & demanderont par là beaucoup plus d'eau pour leur

diſſolution. Nous avons donné un exemple de ce dernier cas en 1717. pag. 162. & ſuiv. des Mémoires, où on remarque d'abord, que dans une once de l'Eſprit de Nitre employé il y avoit cinq gros de Phlegme, & trois gros d'Acides; que dans deux onces d'Huile de Tartre employée, il y avoit une once de Sel de Tartre & une once d'eau, que la quantité d'eau qui regnoit dans ces liqueurs ſuffiſoit pour tenir ſéparément en diſſolution les Acides & le Sel de Tartre, & que cependant quand ces deux liqueurs avoient été mêlées enſemble, le Salpêtre artificiel qui en réſultoit, & dont nous avions fait voir que les parties intégrantes s'uniſſoient mieux enſemble que ne le pouvoient faire une partie de Sel de Tartre à une autre partie de Sel de Tartre, & un Acide nitreux à un autre Acide nitreux, ſe précipitoit preſque tout entier, parce que la quantité d'eau qui ſuffiſoit à chacun des deux Sels ſéparés, ſuffiſoit ſi peu pour ces Sels réünis & réduits en Salpêtre, que pour diſſoudre celui qui s'étoit précipité, il falloit ajoûter encore quatre onces de nouvelle eau.

Il ne nous reſte plus à préſent que quelques réfléxions à faire ſur les propriétés médécinales du Borax, & ſur ſa maniére d'agir dans la fuſion des métaux.

Pour ce qui regarde les propriétés de ce Sel, comme il eſt très-peu en uſage dans la pratique de médecine, on connoît peu ſes vertus, cependant j'ai remarqué, auſſi-bien que feu mon pere, que c'étoit un fort bon déſobſtructif très-convenable dans les embarras des glandes du Meſentere, du Foye, de la Rate & de la Matrice; & quand on conſidére les expériences chymiques faites ſur ce Sel, & ſon action ſur les différentes matiéres qui y ont été mêlées, on voit d'abord ſenſiblement qu'il peut être regardé comme un Abſorbant très-efficace, & d'autant plus ſalutaire qu'en abſorbant parfaitement les Acides, comme le font les autres Sels alkalis, il ne cauſe pourtant pas comme eux de grands troubles & des mouvements ſenſibles de fermentation; mais où il paroît par l'examen chymique de ce Sel, qu'il eſt principalement capable d'agir avec efficacité ſur nos liqueurs, & en quoi l'induction tirée

de

de nos expériences s'accorde particuliérement avec l'obſervation médécinale, c'eſt dans l'épaiſſiſſement de ces liqueurs & dans les embarras que cauſent en différentes parties les ſucs épaiſſis.

Pour concevoir comment ce Sel peut donner de la fluidité à des ſucs qui n'en avoient point, conſidérons que l'épaiſſiſſement des liqueurs peut venir de deux cauſes, dont la premiére eſt une ſimple diſſipation un peu trop abondante de parties aqueuſes, excitée par exemple par des chaleurs trop fortes ou trop long-temps continüées, qui mettent preſque à ſec les parties des humeurs, ſans changer d'ailleurs l'union & l'arrangement particulier de ces parties, & y porter aucune altération conſidérable par la fermentation; en ce cas on chaſſe l'épaiſſiſſement de ces liqueurs en rendant aux ſucs épaiſſis la quantité de parties aqueuſes qui leur manquent, & qui trouvant les parties de ces ſucs tout auſſi diſſolubles qu'elles l'étoient auparavant, n'ont pas de peine à en rétablir la fluidité.

Mais il n'en eſt pas de même quand quelque fermentation vicieuſe a développé & déſuni juſqu'à un certain point les principes de nos liqueurs : dans l'état naturel l'arrangement de ces principes doit être tel que les parties graſſes & terreuſes ſoient intimément unies aux parties ſalines, & à une quantité ſuffiſante de ces parties, pour que le total puiſſe former un corps ſavoneux ou gommeux, que la ſéroſité puiſſe facilement diſſoudre : car quand la partie ſaline ou acide de quelque liqueur s'eſt détachée juſqu'à un certain point des parties graſſes & terreuſes qui l'enveloppoient, & qu'elle rendoit diſſolubles, outre que cette partie ſaline plus libre eſt plus développée, eſt alors plus en état d'exciter des agacements & des irritations plus vives ſur le genre nerveux & membraneux; en laiſſant encore la partie graſſe & la partie terreuſe auſquelles elle étoit unie, ſans Sels, ou du moins ſans une aſſés grande quantité de Sels pour les rendre diſſolubles, elle donne lieu à ces parties devenuës incapables d'être emportées par la ſéroſité, de ſe ſéparer du reſte de la liqueur en ſe précipitant, & de boucher & d'obſtruer les canaux où elles

ſe trouvent, & d'y former des eſpeces de concrétions tartareuſes & réſineuſes, chargées cependant comme le Tartre ordinaire d'un reſte d'Acides à demi-développés, & qui n'ont pû s'en dégager entiérement, mais qui n'y ſont pas en aſſés grande quantité par rapport au reſte de la matiére, ou qui n'y ſont pas unis comme il le faut, pour la rendre diſſoluble.

On voit par ce qui a été dit, que dans un cas pareil à celui-ci, c'eſt-à-dire, quand par la fermentation, les principes d'un ſuc épaiſſi ont perdu leur arrangement naturel, on travailleroit inutilement à en rétablir la fluidité par beaucoup de parties aqueuſes, qui ne feroient que gliſſer ſur la matiére épaiſſie, ſans la pénétrer & en rien enlever; mais quand on joint à ces parties aqueuſes une doſe continuée de Borax, qui s'unit aux Acides à demi-développés du ſuc épaiſſi qui s'y incorpore, qui augmente la quantité des parties ſalines, dont ce ſuc avoit beſoin pour prendre une forme gommeuſe ou ſavoneuſe, & pour devenir diſſoluble par l'eau, c'eſt alors que les parties aqueuſes, ſecouruës par l'action du Borax, trouvent le ſecret de pénêtrer & de diſſoudre la matiére qui faiſoit l'obſtruction, de la remettre dans le courant de la circulation, & de débarraſſer par-là les canaux qui avoient été engorgés. Ce Sel agit donc à peu près alors ſur les ſucs qui ſe ſont épaiſſis, & qui ont produit des obſtructions dans nos corps, comme il le fait ſur le criſtal de Tartre qu'il rend aiſément diſſoluble, comme y fait de même le Sel de Tartre, & comme enfin le font les Sels fixes alkalis ſur les matiéres graſſes qu'ils pénétrent, avec leſquelles ils ſe mêlent, qu'ils réduiſent ſous une forme de ſavon, & qu'ils rendent par-là ſuſceptibles de l'impreſſion des parties aqueuſes.

Voilà les idées générales que mes eſſais m'ont fait naître ſur la maniére dont le Borax opére ſur nos liqueurs; peut-être dans la ſuite de nouvelles obſervations chimiques & médecinales ſur ce Sel, fourniront-elles des idées plus particuliéres, plus détaillées, & plus inſtructives que les miennes; mais en attendant, je n'ai pas crû devoir me diſpenſer de donner ſur cette matiére ce que je croyois en ſçavoir.

A l'égard de la maniére dont le Borax agit ſur les métaux mêlés avec ce Sel, & mis enſemble en fuſion, ſa partie graſſe & bitumineuſe mérite ici une conſidération d'autant plus particuliére qu'elle eſt fixe; car nous avons fait voir que dans le temps que la partie ſaline du Borax s'élevoit avec un acide ſous la forme d'un Sel volatil, ſa partie la plus graſſe reſtoit collée au fond de la cucurbite, dont on ne pouvoit la détacher & l'enlever, à l'aide même du feu, qu'avec une très-grande peine.

Cette partie graſſe du Borax agit donc alors ſur les métaux, comme le font en pareil cas d'autres matiéres graſſes, c'eſt-à-dire, en procurant ou facilitant leur fuſion; & comme nous venons de remarquer que cette partie graſſe du Borax étoit fixe, & qu'elle réſiſtoit à l'action du feu, elle demeure par-là plus obſtinement avec les parties du métal, elle s'y colle, & contribüe d'autant mieux, non ſeulement à leur fuſion, mais encore à leur malléabilité; car on ſçait par les expériences qui ont été faites ſur le Fer, combien les matiéres graſſes qu'on y mêle intimement, contribüent à ſa malléabilité en collant enſemble les grains ferrugineux que le marteau ſépareroit aiſément, ſans ce glu qui tient toûjours ces grains attachés les uns aux autres; la partie graſſe du Borax produit vrai-ſemblablement quelque choſe de ſemblable ſur l'Or en chaux ou en poudre, dont elle excite promptement la fuſion ſur le feu, & qu'elle remet bientôt en corps, & ſous une forme métallique, & cela, ſuivant ma conjecture, en collant enſemble & réüniſſant ſes petites parties.

Le Borax ne contribüe pas ſeulement par ſa partie fixe & bitumineuſe à la malleabilité des métaux, dont il a excité la fuſion, ſa partie ſaline travaille encore dans l'occaſion, comme de concert à cette malléabilité.

Un des corps qui s'oppoſe le plus dans les métaux au recouvrement de cette malléabilité, ce ſont les Acides qui, logés entre leurs parties, empêchent leur contact immédiat, & dont l'effet tout-à-fait contraire à leur réünion, eſt de ſéparer ces parties, & de les réduire en poudre & ſous une forme de chaux; or la partie ſaline du Borax qui dans la circonſtance préſente

est à la fois alkaline & volatile, remplit par ces deux propriétés toutes les conditions nécessaires pour dépoüiller le métal des Acides dont il est chargé, & qui s'opposent à la réünion & à la malléabilité de ses parties. Cette partie saline du Borax par sa propriété alkaline absorbe & enleve au métal les Acides dont il s'agit ; & comme nous avons fait voir par plusieurs expériences rapportées dans ce Mémoire, que lorsque de pareils Acides s'engagent dans cette partie saline, ils la séparent de sa partie fixe & bitumineuse, & s'élevent facilement avec cette partie saline par la distillation; nous pouvons assûrer de même que quand la partie saline du Borax s'est chargée des Acides contenus entre les parties d'un métal, elle est devenüe par cela même volatile, & cela en se dégageant & se séparant d'autant mieux de la partie bitumineuse avec laquelle elle étoit unie, que cette partie bitumineuse s'est déja attachée aux parties du métal qui l'arrêtent & la retiennent en quelque maniére pour elles-mêmes, & que l'engagement nouveau de cette partie bitumineuse du côté du métal, facilite toûjours son dégagement du côté de la partie saline du Borax qui en reprend par cela même plus aisément sa volatilité naturelle, par le moyen de laquelle elle se sépare du métal avec les Acides qu'elle lui a enlevés, & se perd en l'air avec eux, ou se place au dessus du métal sous la forme de Scories.

A l'égard de la vitrification que le Borax excite dans plusieurs matiéres, c'est une suite naturelle de la fusion qu'il y produit, & pendant laquelle le corps fondu se dépoüille d'un grand nombre de parties qui auroient été un obstacle à sa transparence & à son indissolubilité.



MEMOIRE

Sur l'usage qu'on peut faire en Géométrie des Polygones rectilignes, arithmétiquement *réguliers, par rapport à la Mesure des Lignes courbes.*

Avec plusieurs nouveaux Projets pour perfectionner la Trigonométrie *& la* Cyclométrie.

Par M. DE LAGNY.

L'ON peut d'abord distinguer en deux Genres les Polygones rectilignes réguliers; sçavoir, les Polygones *géométriquement* réguliers, & les Polygones *arithmétiquement* réguliers. 9 Juillet 1729.

La régularité des Polygones géométriques, de même que la régularité des *Polyedres* ou *Polygones solides*; consiste dans le rapport d'égalité ; & au contraire, l'irrégularité consiste dans le rapport d'inégalité, soit entre les côtés, soit entre les angles.

L'on doit aussi avoir égard à l'aire des surfaces & à la solidité des corps, par rapport à la commensurabilité ou l'incommensurabilité de ces trois especes de grandeurs comparées à un terme constant du même genre que les grandeurs.

Lorsqu'il y a rapport d'égalité entre tous les côtés, & entre tous les angles, le Polygone & le Poliédre sont *parfaitement* & *géométriquement* réguliers. Cette propriété ne convient qu'aux seuls Polygones qui peuvent être inscrits & circonscrits au Cercle & aux Polyedres qui peuvent être inscrits & circonscrits à la Sphere. Le calcul des Polygones réguliers, engage à supputer des Polynomes irrationnels qui sont de plus en plus composés, & qui rendent le calcul impraticable au de-là d'un certain nombre de termes. Il est vrai qu'à la fin d'un travail énorme, il ne reste plus qu'une simple multipli-

cation à faire pour trouver indéfiniment ce que l'on cherche; c'eſt-à-dire, le rapport du diametre à la circonférence du Cercle : mais pour parvenir à cette ſimple multiplication, & à une grande approximation *déterminée*, il faut de très-longs calculs, ſans qu'on ſoit en quelque maniére dédommagé de ce pénible travail par aucune élégance de méthode. C'eſt donc là le premier genre de Polygone *géométriquement* régulier.

Le ſecond genre de Polygone régulier, & qu'on pourroit appeller *latéralement* régulier, eſt celui des Polygones où il y a ſeulement égalité entre tous les côtés (le dernier ſur la baſe non compris) ſans y avoir égalité entre les angles; on peut en faire uſage dans toute autre Courbe que le Cercle, comme dans les Paraboles, Hyperboles, Ellypſes, &c.

Le troiſiéme genre de Polygone régulier eſt celui où il y a égalité ſeulement entre tous les angles (le dernier ſur la baſe non compris.) On pourroit appeller ces Polygones *angulairement* réguliers; ils peuvent être d'uſage dans toute autre Courbe que le Cercle : mais cet uſage eſt moins commode en général que celui des Polygones *latéralement* réguliers.

Le quatriéme genre eſt celui des Polygones *alternativement* réguliers, dont le 1er, le 3me, le 5me, le 7me, &c. côtés ſont égaux, & le 2^{d}, le 4me, le 6me, le 8me, &c. ſont auſſi égaux, mais inégaux aux 1er, 3me, 5me, 7me, &c. ils ſont ſeulement tous commenſurables entr'eux, excepté un ſeul *indéfiniment* petit vers une extrémité de la baſe; on peut en faire uſage dans toutes les Courbes.

On peut rapporter à ce même 4me genre tous les Polygones arithmétiques dont tous les côtés ſont commenſurables dans quelque ordre réglé que ce ſoit.

Le cinquiéme genre des Polygones eſt celui des Polygones *indéfiniment* réguliers, dont tous les côtés ſont égaux, & pris d'une grandeur à diſcrétion, laquelle grandeur, plus elle eſt petite, & plus la méthode eſt utile, il ne reſte proche la baſe qu'un ſeul & dernier côté *indéfiniment* petit qui ſert de corde au complément de la Courbe.

Le ſixiéme genre eſt celui des Polygones *arithmétiquement* réguliers en total, & *géométriquement* réguliers à moitié. Tels ſont ceux qui ſont formés ſur deux ſegments inégaux d'un même Cercle, qui ſe ſervent de complément l'un à l'autre; par exemple, ſi le diametre d'un Cercle eſt ſuppoſée de 4394 parties égales, & que la corde, commune au petit & au grand ſegment, ſoit de 506, on trouvera que la corde de l'Arc ſoutriple, dans le petit ſegment, ſeroit de 169, & la corde de l'Arc ſoutriple, dans le grand ſegment, ſeroit de 3718; & en formant de même (comme on le peut toûjours) une Série de Polygones *arithmétiquement* réguliers en total, & *géométriquement* réguliers à moitié, on approcheroit *indéfiniment* près, par des nombres tous rationnels du rapport cherché, du diametre à la circonférence du Cercle.

Je viens préſentement à l'application de ces Polygones, pour la meſure des Lignes courbes.

DÉFINITION I.

J'appelle Polygones *arithmétiquement* réguliers & utiles à la meſure des Lignes courbes, ceux dont non ſeulement tous les côtés ſont commenſurables, mais qui de plus étant inſcrits ou circonſcrits à une ligne courbe quelconque, ou à une portion déterminée de cette courbe, ſont auſſi commenſurables, ou à une ſeule ligne donnée comme le rayon, ou à autant de lignes droites qu'il eſt néceſſaire pour déterminer la courbe, telles que ſont les Lignes droites qui ſervent d'Axe ou de Diametre, de Parametre, de Cordes, de Tangentes, &c.

DÉFINITION II.

Les Polygones rectilignes qui ſont *arithmétiquement* réguliers, ne le ſont *très-parfaitement* que lorſque leur aire eſt auſſi commenſurable aux quarrés de la commune meſure de leurs côtés.

COROLLAIRE.

Il eſt évident, ſuivant cette définition, que tous les Triangles rectangles en nombres ſont parfaitement réguliers

(excepté par rapport à leurs angles) puisque leur aire est toûjours commensurable au quarré de la commune mesure de leurs côtés (c'est l'unité) cette aire étant exprimée par la moitié du produit de deux nombres entiers.

Les Triangles obliquangles en nombres, sont *arithmétiquement* & *parfaitement* réguliers (quoique leurs côtés & leurs angles soient inégaux) lorsque ces côtés sont commensurables, & leur aire commensurable au quarré de la commune mesure de leurs côtés; j'aurois pû dire, commensurable aux quarrés des côtés, mais cette premiére expression est plus simple.

Ces sortes de Triangles obliquangles en nombres sont d'abord formés par l'assemblage de deux Triangles rectangles en nombres, qui ont un côté commun autour de l'angle droit.

Tel est, par exemple, le Triangle obliquangle dont les trois côtés sont 13, 14, 15, & dont l'aire est 84.

Ce Triangle obliquangle est formé par l'assemblage du Triangle primitif 13, 12, 5, & du Triangle composé 15, 12, 9, qui est dérivé du Triangle primitif 5, 4, 3, duquel 15, 12, 9, sont multiples par 3. Ces deux Triangles rectangles ont pour côté commun la perpendiculaire 12. Le premier de ces deux Triangles est 12, 13 & 5, & le second est 12, 15 & 9.

On peut même former tout Triangle obliquangle & scalene en nombres par l'assemblage de 6, de 12, de 24, de 48, &c. Triangles rectangles en nombres à l'infini; & tout Triangle isoscele en nombres (lorsque leur aire est commensurable aux quarrés des côtés) peut aussi être formé par un assemblage de Triangles rectangles en nombres, &c.

Tout autre Triangle obliquangle en nombres, lequel n'est pas formé par un pareil assemblage de deux Triangles rectangles, n'est qu'imparfaitement régulier *arithmétiquement*; tel est, par exemple, le Triangle 13, 14, 17, dont l'aire est égale à $\sqrt{7920}$, nombre irrationnel entre $88+$ & $89-$, c'est un Triangle *imparfaitement* régulier.

Il y a trois Polygones réguliers fondamentaux, qui ſont le Triangle, le Quarré & le Pentagone. Je les appelle Polygones *fondamentaux*, parce que tous les arcs de Cercle, ſans exception, dont les rapports des cordes au rayon ſont exprimables exactement en formules analytiques, ſont dérivés de ces trois-là par la ſeule biſſection répétée; & tous ces arcs, qu'on peut appeller Arcs *analytiques*, ſont repréſentés par cette formule générale.

Soient a & b deux nombres entiers quelconques, tout Arc dont le rapport à la circonférence entiére peut s'exprimer par $\frac{a}{15 \times 2^b}$ eſt un arc *analytique*.

REMARQUE.

Si ſur deux côtés donnés, comme 13 & 14; & l'aire donnée, comme 84, on cherche par l'analyſe le troiſiéme côté du Triangle, on trouvera deux valeurs, ſçavoir 15 & $\sqrt{505}$, ce qui forme deux Triangles, au lieu d'un qu'on cherchoit; l'un *parfaitement* & *arithmétiquement* régulier, & qui eſt acutangle, ſçavoir 13, 14, 15, & l'autre en partie irrationnel & obtus-angle, ſçavoir 13, 14 & $\sqrt{505}$, l'angle obtus de ce ſecond Triangle eſt le ſupplément de l'angle aigu du Triangle 13, 14, 15.

Il eſt impoſſible de former aucun Triangle rectangle en nombres, dont les trois côtés inégaux ſoient commenſurables, & qu'en même temps ſes trois angles ſoient auſſi commenſurables. Il eſt à plus forte raiſon impoſſible de former un Triangle rectangle qui eût ces trois conditions; ſçavoir, 1.° les trois côtés commenſurables; 2.° l'aire commenſurable à leur commune meſure, 3.° & auſſi les trois angles commenſurables entr'eux. Un ſeul Triangle (c'eſt le Triangle équilatéral) ſatisfait à la premiére & à la troiſiéme conditions. Il y en a des infinités d'infinités qui ſatisfont à la premiére & à la ſeconde conditions.

DÉFINITION III.

Les Triangles ſphériques, ſoit rectangles, ſoit obliquangles, de même que tous les Polygones ſphériques, ſeroient parfaitement réguliers *arithmétiquement,* ſi non ſeulement les arcs des grands Cercles qui les forment ſur la ſurface d'une Sphere étoient commenſurables entr'eux; mais ſi de plus leur aire étoit commenſurable à la ſurface de cette Sphere, & dans les Triangles ſphériques ordinaires, c'eſt lorſque leur aire eſt commenſurable à la ſurface de l'Hémiſphere, qui eſt le terme conſtant de comparaiſon de ces aires, comme en étant le *Maximum* excluſif, de même que le terme conſtant de comparaiſon pour les Angles linéaires quelconques, & leur *Maximum* excluſif eſt le demi-Cercle qui a pour centre le ſommet de l'angle, & pour côtés deux lignes droites ou courbes, au lieu deſquelles courbes on peut ſubſtituer leurs tangentes au ſommet de l'angle.

Remarqués, 1.° Que la commenſurabilité des Triangles ſphériques dépend de la commenſurabilité de la ſomme de leurs trois angles avec l'angle droit.

Remarqués, 2.° Que lorſque les deux Tangentes des deux arcs forment un angle curviligne où la Tangente de la courbe avec la ligne droite qui forment un angle mixtiligne, concourent, étant prolongées, & ne font qu'une ſeule & même ligne droite; remarqués, dis-je, qu'alors l'angle curviligne ou mixtiligne eſt nul en un ſens; je dis *en un ſens*, parce que l'on ſçait que ces angles nuls ou infiniment petits ſont de différents genres & de différentes eſpeces, ſuivant les différents genres & les différentes eſpeces de ces lignes courbes. C'eſt une théorie curieuſe dont il ne s'agit point préſentement.

Première Maxime générale ſur les Triangles, tant rectilignes que ſphériques.

Il y a *ſept* grandeurs primitives, & leurs rapports à conſidérer dans tous les Triangles tant rectilignes que ſphériques, ou même tant rectilignes que curvilignes ou mixtilignes; mais je me reſtreins ici aux ſeuls Triangles rectilignes & aux Triangles ſphériques, comme étant les ſeuls entre les Triangles qui ſoient d'un aſſés grand uſage pour mériter attention.

Ces ſept grandeurs ſont,

1.° 2.° & 3.° Les trois côtés exprimés en nombres rationnels, ou en Séries rationnelles indéfinies, & indéfiniment approchantes.

4.° 5.° 6.° Les trois angles ou les trois arcs d'un même Cercle, qui ſervent de meſure à ces trois angles, & qui ſont exprimés de même que les côtés par des nombres rationnels, ou en Séries indéfinies, & indéfiniment approchantes.

7.° Les rapports de l'aire de ces Triangles ſphériques à l'Hémiſphere, qui eſt le terme conſtant de comparaiſon, & qui eſt (comme j'ai dit ci-deſſus) leur *Maximum* excluſif, ces rapports doivent être exprimés de même par des nombres rationnels, ou par des Séries rationnelles indéfiniment convergentes.

Seconde Maxime générale.

Trois de ces ſept grandeurs étant connües (ou pour parler plus exactement) trois de leurs ſept rapports étant connus, on peut toûjours déterminer les quatre autres rapports, ou exactement en nombres rationnels, ou indéfiniment près en Séries rationnelles.

Or ſept choſes peuvent être combinées, 3 à 3, en trente-cinq maniéres différentes; cela eſt démontré dans pluſieurs Traités des Combinaiſons en général, & je crois devoir le démontrer ici en particulier.

Soient les ſept grandeurs données *a, b, c, d, e, f, g.*

En voici toutes les combinaisons possibles, trois à trois.

5	*a b c.*	4	*a c d.*	3	*a d e.*	2	*a e f.*	1	*a f g.*
	a b d.		*a c e.*		*a d f.*		*a e g.*		
	a b c.		*a c f.*		*a d g.*				
	a b f.		*a c g.*						
	a b g.								

Or 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15.

4	*b c d.*	3	*b d e.*	2	*b e f.*	1	*b f g.*
	b c e.		*b d f.*		*b e g.*		
	b c f.		*b d g.*				
	b c g.						

Or 4 + 3 + 2 + 1 = 10.

3	*c d e.*	2	*c e f.*	2	*c f g.*
	c d f.		*c e g.*		
	c d g.				

Or 3 + 2 + 1 = 6.

2	*d e f.*	1	*d f g.*	1	*e f g.*
	d e g.				

Or 2 + 1 = 3 & 1 = 1.

Total 15 + 10 + 6 + 3 + 1 = 35..... *C. Q. F. D.*

L'on ne peut donc former en tout que trente-cinq Problemes pour les Triangles *rectilignes*, & trente-cinq Problemes pour les Triangles *sphériques*.

C'est l'objet complet d'une parfaite Trigonométrie.

De ces soixante-dix Problemes, il y en a trente dans lesquels entrent les rapports des aires de ces Triangles; sçavoir, quinze pour les rectilignes, & autant pour les sphériques: il est évident, par la Table ci-dessus, que chacune des sept lettres *a, b, c, d, e, f, g,* se combine quinze fois, & je regarde chacun de ces trente Problemes comme nouveaux, tant pour le fonds que pour la forme.

A l'égard des quarante autres Problemes, on peut, à la vérité, les résoudre par les régles ordinaires, en se servant des Tables des Sinus, mais ce n'est que d'une maniére bornée & limitée à une certaine approximation, qui est par conséquent très-imparfaite. J'ai déja donné sous le titre de *Goniométrie analytique*, ces mêmes Solutions sans Tables & par des Séries indéfiniment convergentes, & indéfiniment approchées; ainsi ces mêmes quarante Problemes peuvent encore être regardés comme nouveaux par rapport à la forme ou à la maniére de les résoudre. A l'égard de ceux qui voudront absolument se servir des Tables des Sinus, je donnerai par appendice la Méthode démontrée dont on doit se servir pour tirer avec certitude la plus grande approximation possible avec les limites par plus & par moins, ce que je crois n'avoir point été donné jusqu'à présent, & qui étoit pourtant essentiellement nécessaire à la perfection de l'ancienne Trigonométrie.

Le Triangle rectiligne & équilatéral paroît d'abord être le plus parfait, comme il est le premier des Polygones géométriquement réguliers. Il ne l'est pourtant pas *parfaitement*, parce que des trois conditions nécessaires pour une parfaite régularité géométrique, ce Triangle n'en a que deux, qui sont l'égalité de ses angles & l'égalité de ses côtés. Il manque la troisiéme condition, qui est la commensurabilité de son aire avec le quarré du côté, parce que ce côté étant $= 2$, l'aire du quarré de ce côté est 4, & l'aire du Triangle est $\sqrt{3}$; ainsi l'on ne peut qu'approcher *indéfiniment* par Séries rationnelles du rapport exact de ces deux grandeurs, c'est-à-dire, que le quarré du côté est à l'aire du Triangle comme le numerateur x est au dénominateur y de l'infinitiéme terme de la Série A incomplexe suivante & indéfiniment approchante par excès, ou comme le numérateur z de la Série incomplexe B est au dénominateur t, ce qui donne une fraction qui approche indéfiniment par défaut.

Ainsi pour l'aire du Triangle équilatéral dont le côté $= 2$, & par conséquent le quarré $= 4$, l'aire du Triangle équilatéral est à l'aire du quarré comme l'infinitiéme terme de la

Série *A* par excès, ou de la Série *B* par défaut, sont à 4; car ces deux infinitiémes termes se confondent ensemble, & sont parfaitement *analogiquement* égaux.

La premiére Série *A* est toute par excès, qui devient réguliérement *indéfiniment* petit.

$$A \ldots \frac{x}{y} = \frac{2-}{1}, \frac{7-}{4}, \frac{26-}{15}, \frac{97-}{56}, \frac{362-}{209}, \frac{1351-}{780}, \&c. = \frac{2x+3y}{1x+2y}.$$

$$B \ldots \frac{z}{t} = \frac{1+}{1}, \frac{5+}{3}, \frac{19+}{11}, \frac{71+}{41}, \frac{265+}{153}, \frac{980+}{571}, \&c. = \frac{2z+3t}{1z+2t}.$$

La seconde Série *B* est toute par défaut, qui devient *réguliérement* indéfiniment petit.

La formule génératrice & commune à ces deux Séries est donc $\frac{x}{y}$ pour le terme antécédent quelconque, & $\frac{2x+3y-}{1x+2y}$ pour le terme conséquent, ou $\frac{z+}{t}$ & $\frac{2z+3t+}{1z+2t}$.

Ainsi regardant comme connu & comme donné, le côté du Triangle équilatéral, par exemple $= 10$, dont le quarré est $= 100$, l'aire cherchée de ce Triangle sera l'infinitiéme terme de cette Série

$$\frac{1 \times 100+}{2}, \frac{4 \times 100+}{7}, \frac{15 \times 100+}{26}, \frac{56 \times 100+}{97}, \&c.$$

$$\text{ou} \quad 50, + \ldots 57\tfrac{1}{7} \ldots\ldots 57\tfrac{9}{13} \ldots\ldots 57\tfrac{71}{97}, \&c.$$

Quelque bizarre que fût le choix arbitraire des deux nombres x & y, ou des deux nombres z & t, on ne laisseroit pas d'approcher indéfiniment du rapport cherché, en suivant la formule de la Série, ce qui est un véritable Paradoxe; mais le choix le plus élégant & le plus simple de tous, est de supposer, ou $x = 2$ & $y = 1$, ou $x = 1$ & $y = 1$.

Les limites analogiques d'approximation sont $\frac{x-}{y}$ & $\frac{x-}{y} - \frac{1}{2xy} +$ pour la premiére Série par excès, & dans la Série par défaut, c'est $\frac{z+}{t}$ & $\frac{z}{t} + \frac{1}{2zt} -$ &c.

Il n'y a dans la Série infinie des Polygones géométriquement reguliers, que le seul *Quarré* qui ait les trois conditions requises pour un Polygone *parfaitement* regulier; sçavoir tous

ses côtés égaux, tous ses angles égaux, & son aire commensurable : c'est par cette raison que l'aire du *Quarré* doit seule, & exclusivement à toute autre surface, servir de commune mesure immédiate, & de terme constant de comparaison, à toutes les surfaces rectilignes, curvilignes & mixtilignes.

Entre les Triangles *arithmétiquement* réguliers, la premiére espece à examiner est celle des Triangles rectangles en nombres. Ils ont deux des trois conditions nécessaires pour la parfaite régularité ; sçavoir, 1.° d'avoir leurs trois côtés commensurables, 2.° d'avoir leur aire commensurable au quarré de la commune mesure de ces côtés. Mais à l'égard de leurs trois angles, il est aisé de démontrer qu'il n'y en peut jamais avoir au plus que deux qui soient commensurables, & que réciproquement dans tout Triangle rectiligne (excepté le seul Triangle équilatéral) si les trois angles sont commensurables, les trois côtés ne le seront pas, mais seulement deux côtés au plus.

Je viens à l'usage des Triangles rectilignes & rectangles en nombres.

Ce n'est pas seulement dans la Géométrie & dans les parties des Mathématiques qui en dépendent, que la fameuse propriété du Triangle rectangle est d'un usage infini, elle l'est aussi dans la science des Nombres & dans l'Algebre. L'on a introduit par analogie dans la Géométrie les *Triangles rectangles en nombres*.

C'est ainsi qu'on appelle l'assemblage de trois nombres quelconques, entiers ou rompus, qui sont tels que le quarré du plus grand des trois est lui seul égal à la somme des quarrés des deux autres.

On doit se fixer au seul calcul des Nombres entiers, parce que le calcul ou algorithme des rapports en fractions rationnelles peut toûjours aisément se réduire aux rapports des nombres entiers, & la théorie des rapports des nombres entiers est indéfiniment plus simple & plus élégante sans être moins universelle que la théorie des fractions.

Les ouvrages de Diophante d'Aléxandrie prouvent que

les Mathématiciens de son temps s'occupoient fort des Problemes sur les Triangles rectangles en nombres & sur leurs propriétés ; les plus beaux & les plus difficiles Problemes de cet Auteur, c'est-à-dire, tout son sixiéme & dernier Livre des Questions arithmétiques roulent sur ce sujet.

Au renouvellement des Sciences, dans les XVI. & XVII.me Siécles, ce genre d'étude recommença avec ardeur, M.rs Viéte, de Fermat, de Frenicle, le Pere de Billy, le Docteur Wallis, Milord Brounker, M.rs Stevin, Schooten & une infinité d'autres s'y appliquerent ; c'étoit une espece de mode & presque de fureur parmi les Algébristes de ce temps-là, qui se faisoient réciproquement des défis sur cette espece de Problemes, non seulement de particulier à particulier, mais en quelque maniére de Nation à Nation. Cependant il faut convenir de bonne foi, que la plûpart (pour ne pas dire presque tous ces Problemes) n'étoient que de laborieuses inutilités. Ils se forgeoient, pour ainsi dire, des difficultés en l'air, & purement arbitraires, pour avoir le plaisir & la gloire imaginaire de les résoudre.

Les nouveaux Calculs différentiel & intégral, sources fécondes & inépuisables de grandes nouvelles découvertes, ont fait avec quelque raison négliger depuis environ quarante ans cette espece de Problemes, j'ose pourtant dire qu'on n'en avoit pas encore connu la véritable utilité, ni la véritable beauté. L'on peut facilement étendre cette théorie aux Triangles obliquangles des deux classes, c'est-à-dire, aux Triangles acut-angles & aux Triangles obtus-angles ; j'ajoûterai seulement ici que tout Triangle rectangle en nombres, & qui est de la premiére classe, comme 3, 4, 5, peut former six Triangles isosceles en nombres, & pas davantage ; sçavoir,

3	3	& 4.
3	3	& 5.
4	4	& 3.
4	4	& 5.
5	5	& 3.
5	5	& 4.

Et

Et tout Triangle rectangle en nombres de la seconde classe, comme 5, 12, 13, ne peut former que quatre Triangles isosceles en nombres, & pas davantage; sçavoir,

12.......... 12.......... & 5.
12.......... 12.......... & 13.

13.......... 13.......... & 5.
13.......... 13.......... & 12.

Car on n'en peut pas former, ni avec 5....5.... & 12.
ni avec 5....5.... & 13.
parce que la somme de deux côtés doit toûjours être plus grande que le troisiéme.

Je parlerai ailleurs de la maniére de former des Triangles obliquangles en nombres avec deux ou plusieurs Triangles rectangles en nombres.

Dans le Mémoire que je lûs à l'Assemblée publique d'après Pâques de l'année 1723, je me contentai d'indiquer seulement le grand usage dont les Triangles rectangles en nombres pouvoient être pour la Solution *arithmétique* indéfinie du fameux Probleme de la Quadrature du Cercle, & pour la solution d'une infinité d'autres Problemes du même genre.

Ainsi l'on peut dire que comme l'Algebre a d'abord emprunté de la Géométrie l'idée analogique de ces Triangles rectangles en nombres; aujourd'hui, par une espece de juste retour, l'Algebre peut mettre en usage ces mêmes Triangles pour la perfection de la Géométrie.

Je réduis d'abord à deux Problemes importants tout ce qui regarde les Triangles rectangles en nombres.

Le premier Probleme consiste à trouver un nombre entier, le moindre qui soit possible, qui soit tel qu'il puisse servir de côté commun à autant de Triangles rectangles en nombres qu'on voudra, par exemple, à deux, trois, quatre, cinq, &c. à cent, &c. à mille, &c. Triangles rectangles; sur quoi il faut remarquer qu'entre tous les Sinus, toutes les Tangentes & toutes les Sécantes (on peut les appeller Sinus, Tangentes & Sécantes *trigonométriques*) c'est-à-dire, les Sinus, les Tangentes

& les Sécantes des Tables ordinaires dans lesquelles on divise le quart de Cercle en 90 degrés, le degré en 60', la minute en 60", &c. on peut, dis-je, démontrer qu'entre ces trois Séries de Lignes droites il n'y a qu'un seul Sinus commensurable au rayon (c'est le Sinus de 30 degrés, qui est la moitié de ce rayon) il n'y a qu'une seule Tangente, c'est celle du demi-quart de Cercle, ou de 45 degrés, laquelle est égale à ce même rayon. Et entre les Sécantes il n'y en a qu'une seule, qui est celle de la sixiéme partie de la circonférence du Cercle, ou de 60 degrés, laquelle est précisément le double du Rayon; & à l'exception de ces trois lignes, tout autre Sinus, toute autre Tangente, & toute autre Sécante d'un Arc quelconque de Cercle, moindre que le quart du même Cercle, & qui lui soit commensurable; toutes ces lignes, dis-je, sont non seulement incommensurables au Rayon, mais leur rapport ne peut être exprimé exactement par aucune formule réelle irrationnelle, si le rapport de l'arc à la circonférence ne peut pas être exprimé par cette formule $\frac{a}{15 \times 2^b}$, qui exclud les expressions des formules où il entre des imaginaires, comme dans toutes celles qui dépendent de la Trissection répétée d'un même Arc supposé commensurable au quart de Cercle. Voici la formule générale qui comprend tous les Arcs de Cercle, dont les Sinus, Tangentes & Sécantes ont un rapport exprimable exactement en formule irrationnelle, laquelle est toûjours dérivée du second degré.

THEOREME I.

Si un Arc de Cercle x *a le même rapport à la circonférence entiére que le nombre entier quelconque* a *au nombre entier* $15 a \times 2^b$, *c'est-à-dire, si cet Arc a le même rapport à la circonférence entiére que l'un des nombres* 1, 2, 3, 4, 5, *&c. à l'infini, a aux nombres* 15, *ou* 30, *ou* 60, *ou* 120, *ou* 240, *&c. qui sont les produits du nombre* 15, *multiplié par la Série des puissances du nombre* 2 *(j'appelle* b *l'exposant général de ces puissances de* 2)*. dans la Série* 2, 4, 8, 16, 32, *&c. alors il y aura un rapport*

exprimable exactement en formule analytique *entre le Sinus, la Tangente, la Sécante, &c. le Sinus de complément ou de supplément, la Tangente, la Sécante de complément, le Sinus verse, &c. de ce même Arc & le Rayon. Ce rapport pourra être exprimé exactement par un Polynome du second degré, ou dérivé purement & simplement du second degré.*

Tout autre rapport de Lignes droites relatives à tout autre arc de Cercle, lequel arc ne sera pas compris dans la formule $\frac{a}{15 \times 2^b}$, sera absolument inexprimable en formule même irrationnelle, & l'on doit compter pour rien absolument les formules où il entre des imaginaires.

On peut donc exprimer le rapport de toutes les lignes relatives aux arcs de Cercle, lorsque cet arc est

$\frac{1}{15}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{7}{15}$, &c. $\frac{14}{15}$, du Cercle entier.
ou $\frac{1}{30}$, $\frac{2}{30}$, $\frac{3}{30}$, $\frac{4}{30}$, $\frac{5}{30}$, &c. $\frac{29}{30}$.
ou $\frac{1}{60}$, $\frac{2}{60}$, $\frac{3}{60}$, &c. $\frac{59}{60}$. Et ainsi de suite à l'infini.

Le dernier & le plus petit des Arcs primitifs en degrés & en minutes qui soient commensurables au Cercle, & dont les Sinus, Tangentes, Sécantes, &c. ont un rapport *analytiquement* exact au rayon du Cercle, c'est l'arc de 45 minutes, qui est la $\frac{1}{480}$ de la circonférence entiére du Cercle, ou la $\frac{1}{15 \times 2^5}$ ou $\frac{1}{15 \times 32}$ du même Cercle.

La Démonstration de ce Théoreme se tire aisément de ce qu'il est prouvé qu'il n'y a qu'une seule Trissection & une seule Quinquisection combinées avec un nombre indéfini de Bissections répétées qui puissent donner des rapports *analytiquement exacts* entre le rayon & les lignes droites relatives aux arcs de Cercle, comme sont les Sinus droits, les Sinus verses, les Tangentes, &c.

Mais il y a une infinité de ces lignes qu'on peut prendre à discretion commensurables au rayon, & dont on peut trouver par mes formules toutes rationnelles indéfiniment approchées & indéfiniment convergentes, le rapport de la circonférence entiére à l'arc correspondant.

Mais de plus ayant pris à discrétion trois de ces lignes droites formant un Triangle rectangle en nombres comme 3, 4, 5, comme Triangle fondamental; par exemple, le Rayon étant supposé égal à 4, la Tangente égale à 3, & la Sécante par conséquent égale à 5, je donnerai dans une Table les formules rationnelles pour toutes les Tangentes & les Sécantes à l'infini de tous les arcs multiples de cet Arc primitif qui sert de mesure au premier & petit angle aigu du Triangle rectangle 3, 4, 5; & lorsque l'angle multiple surpasse le quart de Cercle, ou deux quarts de Cercle, ou trois quarts de Cercle, ou le Cercle entier, ou les cinq quarts de Cercle, & ou les sept quarts de Cercle, &c. ou un nombre quelconque de quarts de Cercle, je trouve toûjours les valeurs en nombres réels, soit positifs, soit négatifs des compléments ou suppléments de ces arcs; & comme cet arc est dans ce cas incommensurable à la circonférence entiére, il s'ensuit nécessairement que comme en cherchant *réguliérement* & *analogiquement* la commune mesure de deux grandeurs incommensurables, on peut toûjours trouver un reste indéfiniment petit, de même on peut par ce seul Triangle 3, 4, 5, primitif & le plus simple de tous pris à discrétion & par son plus petit angle opposé au côté 3; l'on peut, dis-je, trouver les formules des Tangentes & les formules des Sécantes des arcs multiples de cet Angle primitif, avec celles de leurs compléments & suppléments; il s'ensuit nécessairement que l'on peut trouver en nombres rationnels les Sinus, les Tangentes & les Sécantes de tous les Arcs indéfiniment près; & ayant les Tangentes & les Sécantes, il est évident qu'on a aussi les Sinus particuliers au moyen de ces deux formules, avec encore cette propriété pour les Sécantes des Arcs doubles, quadruples, sextuples, octuples, décuples, &c. c'est-à-dire, multiples en nombres pairs à l'infini; que lorsque la Sécante de l'arc ou de l'angle simple est irrationnelle du second degré, comme dans le Triangle 2, 5 & $\sqrt{29}$, en prenant 5 pour Rayon, & 2 pour Tangente, la Série de toutes les Sécantes des Arcs multiples en nombre pair est toûjours rationnelle; par

exemple, ſi les deux côtés d'autour de l'angle droit ſont exprimés par les deux nombres 2 & 5, la Sécante qui eſt irrationnelle & égale à $\sqrt{29}$, cette Sécante devient rationnelle dans toute la Série des Sécantes des Arcs doubles, quadruples, ſextuples, octuples, &c. ce qui eſt évident par l'inſpection ſeule de la Série des formules de ces Sécantes ; ſçavoir,

$$\frac{f^1}{1} \cdots \frac{rf^2}{1r^2 - t^2} \cdots \frac{rf^4}{1r^4 - 6r^2t^2 + t^4} \cdots \frac{rf^6}{1r^6 - 15r^4t^2 + 15r^2t^4 - t^6} \text{ \&c.}$$

Expoſants 1..... 2.......... 4.............. 6........ &c.

Si je prends le nombre $5 = r$ pour Rayon, & le nombre $2 = t$ pour Tangente, la Sécante de l'Arc ſimple ſera $f^1 = \sqrt{29}$, qui eſt irrationnelle du ſecond degré, mais la Sécante de l'Arc double ſera $\frac{145}{21}$, qui eſt rationnelle ; la Sécante de l'Arc triple ſera irrationnelle, & la Sécante de l'Arc quadruple ſera $\frac{5 \times 841}{625 - 600 + 16} = \frac{4205}{41}$ qui eſt rationnelle, la Sécante de l'Arc ſextuple ſera $= \frac{5 \times 29^3}{-15939} = \frac{121945}{-15939} =$ — &c. qui eſt auſſi rationnelle.

Le ſecond Probleme conſiſte à trouver un nombre entier, le plus petit qui ſoit poſſible, & qui puiſſe ſervir d'hypothénuſe à autant de Triangles rectangles en nombres qu'on voudra. Sur quoi il faut remarquer qu'on peut inſcrire dans un Cercle une Série réglée & indéfinie de Polygones *arithmétiquement* réguliers, c'eſt-à-dire, dont tous les côtés ſoient commenſurables au Rayon, & dont la ſomme donne indéfiniment près le rapport du diametre à la circonférence cherchée au moyen d'une méthode indéfiniment plus ſimple & plus courte que par la méthode des Polygones *géométriquement* réguliers, dont les côtés ſont de plus en plus incommenſurables, c'eſt-à-dire, dont on ne peut exprimer le rapport au Rayon que par des Polynomes irrationnels du 2^d, du 4me, du 8me, du 16me, &c. degrés *purs* à l'infini, & l'expreſſion de ces Polynomes eſt compoſée de plus en plus d'une plus grande quantité de nombres tous irrationnels.

Je reviens à la formule nouvelle & générale pour tous les Triangles rectangles en nombres, laquelle je trouve & démontre dans le Théoreme ſuivant.

THEOREME II.

Les trois côtés de tout Triangle rectangle en nombres, soit que ce Triangle soit primitif, soit qu'il soit composé, peuvent généralement être représentés par les trois formules suivantes, en supposant que les trois lettres a, b, c, *représentent trois nombres entiers quelconques.*

1.° *L'hypothénuse* AC *peut en général être représentée par* .... 2abb + 2abc + 1acc.

2.° *Le côté toûjours pair* AB *par* 2abb + 2abc.

3.° *Et le côté tantôt pair tantôt impair* BC *par* .... 2abc + 1acc.

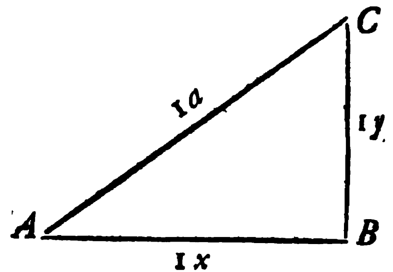
DÉMONSTRATION.

Fig. 1. Soit le Triangle rectiligne ABC rectangle en B.

Et soit l'hypothénuse donnée $AC = 1a$ d'une grandeur constante exprimée par un nombre entier quelconque.

Soit l'un des côtés AB inconnus $= 1x$ variable.

Et l'autre côté BC aussi inconnu $= 1y$ variable.



J'aurai d'abord par la propriété du Triangle rectangle cette premiére Equation fondamentale.

$$1.° \ldots\ldots 1xx + 1yy = 1aa.$$

Mais pour faire évanoüir dans cette Equation une des deux inconnües indistinctement; par exemple, pour faire évanoüir y, & abbaisser en même temps au premier degré, par une même hypothese, cette Equation qui est au second, je ne puis absolument faire que l'une des trois hypotheses suivantes. Sçavoir,

1.°... $1y = 1a - 1x$.
2.°... $1y = 1a - bx$.
3.°... $1y = 1a - \frac{bx}{b+c}$.

} En supposant b nombre quelconque entier ou mixte, mais toûjours plus grand que l'unité.

C'eſt afin que xx ſe trouve détruit dans l'Equation qui réſulte de l'hypotheſe, & que x ſe trouve multiplié par le double de la fraction $\frac{1b}{1b+1c}$, laquelle eſt par l'hypotheſe moindre que l'unité ; or on ne peut pas ſe ſervir de la premiére hypotheſe $1y = 1a - 1x$, parce que, ajoûtant enſemble les deux côtés $1x$ & $1a - 1x$, leur ſomme ſeroit égale à l'hypothénuſe donnée $1a$, ce qui eſt démontré impoſſible, mais l'excès de cette ſomme ſur l'hypothénuſe peut augmenter depuis zero excluſivement juſqu'au plus petit des deux côtés auſſi excluſivement.

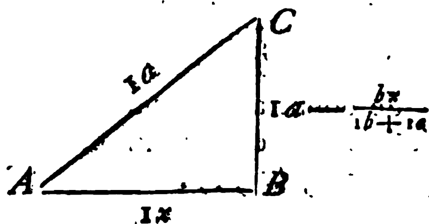
On ne peut pas non plus ſe ſervir de la ſeconde hypotheſe $1y = 1a - 1bx$, en ſuppoſant b plus grand que l'unité, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant $b = 1c + 1$, & parconſéquent $1bx = 1cx + 1x$, parce que ajoûtant enſemble les deux côtés $1x$ & $1a - cx - 1x$, leur ſomme $1a - cx$ ſeroit plus petite que l'hypothénuſe donnée $1a$: ce qui rend cette ſeconde hypotheſe encore plus impoſſible en un ſens que la premiére.

On ne peut donc ſe ſervir que de la derniére de ces trois hypotheſes, ſçavoir $1y = 1a - \frac{1bx}{1b+1c}$, enſorte que $1x$ ſoit multiplié par une fraction $\frac{1b}{1b+1c}$, laquelle eſt par l'hypotheſe évidemment moindre que l'unité ; car pour lors la ſomme des deux côtés eſt (comme elle doit être) plus grande, mais indéfiniment peu plus grande que l'hypothénuſe ; car $1a + 1x - \frac{1bx}{1b+1c} = \frac{1ab+1ac+1cx}{1b+1c}$, qui ſurpaſſe $1a$ de $\frac{1cx}{1b+1c}$.

Je ſuppoſe donc de nouveau le Triangle rectiligne ABC rectangle en B. Fig. 2.

Et appellant l'hypothénuſe donnée $1a$.

Et l'un des deux côtés inconnus $AB = 1x$.



J'appellerai l'autre côté inconnu $BC = 1a - \frac{1bx}{1b+1c} = y$.

L'on trouvera aiſément par les régles ordinaires de l'analyſe

$$AC = 2abb + 2abc + 1acc.$$

$$AB = 2abb + 2abc.$$

$$BC = 2abc + 1acc.$$ *Ce qu'il faudra trouver.*

On le démontre, en quarrant les trois côtés ; car le quarré de l'hypothénuſe *AC* ſera égal à la ſomme des deux quarrés de *AB* & *BC*: ſçavoir,

Le quarré de l'hypothénuſe $AC = 2abb + 2abc + 1acc$.

En la multipliant par elle-même, c'eſt-à-dire, par $2abb + 2abc + 1acc$, ſe trouve ainſi :

Multipliés $2abb + 2abc + 1acc$ par lui-même, c'eſt-à-dire, par $2abb + 2abc + 2acc$, le produit ſera

$$\begin{array}{l} 4aab^4 + 4aab^3c + 2aabbcc. \\ \quad + 4aab^3c + 4aabbcc + 2aabc^3. \\ \qquad\qquad + 2aabbcc + 2aabc^3 + 1aac^4. \end{array}$$

C'eſt-à-dire,

$4aab^4 + 8aab^3c + 8aabbcc + 4aab^3c + 1aac^4$; c'eſt le quarré de l'hypothénuſe *AC*.

Le quarré du côté pair $AB = 2abb + 2abc$ eſt $4aab^4 + 8aab^3c + 4aabbcc$.

Et le quarré du troiſiéme côté $2abc + 1acc$ eſt $4aabbcc + 4aabc^3 + 1aac^4$.

Donc la ſomme des quarrés des deux côtés *AB* & *BC* eſt $4aab^4 + 8aab^3c + 8aabbcc + 4aabc^3 + 1aac^4$ égale au quarré de l'hypothénuſe *AC*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Et comme il n'y a point d'autre hypotheſe poſſible que celle de la Figure ſeconde ci-deſſus, les trois formules pour *AC*, *AB* & *BC* repréſentent tous les cas poſſibles.

Je donnerai dans un autre Mémoire la parfaite Méthode de réſoudre les deux Problemes dont il eſt parlé ci-deſſus, pages 313 & 317.



DE

DE L'AURORE BORÉALE

Qui a paru le 16 Novembre de l'année 1729.

Par M. CASSINI.

LE 16 Novembre sur les 6 heures du soir, on apperçut vers le Nord une Aurore boréale, dont la plus grande clarté étoit dirigée au Nord-nord-oüest. Cette Aurore augmenta en lumiére, & étoit fort éclatante sur les 7 heures & demie; on n'y appercevoit pas cependant encore ces jets de lumiére qu'on a déja observés dans un grand nombre de Phénomenes semblables. 19 Nov. 1729.

A 8^h 20', pendant que l'on observoit la Comete pour déterminer sa situation, on apperçut tout d'un coup dans le Ciel une grande Lumiére vive & éclatante qui se terminoit en pointe près de l'horizon à l'Occident, & passoit par les Constellations de l'Aigle, du Dauphin, par l'épaule du Verseau, & se prolongeoit jusqu'aux Etoiles qui sont dans le genou du Taureau.

Cette Lumiére, qui traversoit toute la partie méridionale du Ciel, s'élevoit du côté du Midi à la hauteur de 30 degrés ou environ, où elle occupoit au moins 8 ou 10 degrés de largeur, ayant à peu-près la forme d'un Arc large par le milieu & étroit aux deux extrémités, dont celle qui étoit vers l'Orient étoit repliée en s'élevant un peu vers le Zénith.

On appercevoit dans cette Lumiére un mouvement sensible de l'Occident vers l'Orient, de sorte qu'à 8^h 25' elle étoit éloignée de l'Etoile inférieure de l'Aigle autant que cette Etoile l'est de la supérieure.

Presque dans le même temps on en apperçut une autre en forme de Poutre, large de 5 à 6 degrés, & élevée presque perpendiculairement sur l'horizon à la hauteur de plus de 30 degrés, qui passoit par les Pléiades, l'oeil de Taureau, l'épaule

orientale d'Orion, & venoit se terminer à l'horizon oriental.

Ces deux Lumiéres se dissiperent peu-à-peu, de sorte qu'à 7h 35' on ne voyoit presque plus de vestige de la méridionale; la Lumiére orientale en forme de poutre cessa aussi de paroître quelques minutes après, pendant que l'Aurore boréale augmentoit de clarté.

A 9 heures & un quart on apperçut vers le Midi une Lumiére qui étoit à peu-près dans la même situation que la premiére, mais beaucoup plus foible & moins étendüe de part & d'autre.

Sur les 10 heures la Lumiére boréale étoit extrêmement augmentée, & paroissoit la plus forte vers le Nord-nord-est, où l'on appercevoit une rougeur à peu-près semblable à celle du 19 Octobre 1726.

C'étoit comme le foyer d'un grand nombre de flammes légeres & ondoyantes qui s'étendoient par tout le Ciel, à la réserve de la partie qui est entre l'Orient ou le Midi, où on ne laissoit pas d'en appercevoir quelque vestige. Il y en avoit une assés grande quantité vers le Zénith, lesquelles changeoient continuellement de figures par les lueurs ou éclairs qui se succederent les uns aux autres, & qui s'étendoient jusqu'auprès de l'horizon entre le Midi & le couchant.

Cette Lumiére diminüa un peu sur les 10 heures & demie, & à 11 heures elle étoit beaucoup plus foible vers le Nord, où l'on n'appercevoit presque plus d'ondulations, mais elles étoient beaucoup plus fréquentes vers le Midi, en tirant vers l'Oüest, où le Ciel étoit parsemé de lueurs blancheâtres où il se formoit des ondulations continuelles.

A 10 heures & trois quarts on apperçut au Nord un petit Nuage étroit, parallele à l'horizon, au dessus duquel il étoit élevé d'environ 5 ou 6 degrés. La longueur de ce Nuage occupoit un espace de 8 à 9 degrés, & on le voyoit se mouvoir sensiblement du Nord vers l'Est, en s'élevant un peu, & augmentant en longueur & largeur. Lorsqu'il fut arrivé au Nord-est-est, dans l'endroit où l'Aurore boréale étoit la plus lumineuse, on apperçut de nouvelles flammes à la place de

celles qui avoient presque entiérement cessé, lesquelles passant près du Zénith, s'étendoient jusqu'à l'horizon entre le Midi & l'Orient. Quelques minutes après ce Nuage se dissipa entiérement, de sorte qu'à 11 heures & 15 minutes on n'en voyoit plus aucun vestige.

Les flammes ondoyantes ne laisserent pas de continüer toûjours, quoiqu'avec moins de vivacité.

A $11^h 40'$ on voyoit dans le Ciel un Arc blancheâtre d'une largeur à peu-près semblable à celle d'un Arc-en-Ciel qui commençoit à l'horizon du Nord-est, & s'élevant dans sa plus grande hauteur d'environ 20 degrés, alloit se terminer au Nord-oüest, occupant environ 90 degrés. Il étoit entrecoupé par des espaces lumineux rangés sans ordre, d'où il sortoit continuellement des flammes légeres. Cet Arc étoit presque entiérement dissipé à 11 heures & trois quarts, & la rougeur qui avoit paru d'abord vers le Nord-est, & qu'on avoit cessé de voir, commença à être apperçûë vers le Nord-oüest, on la voyoit avancer sensiblement vers l'Oüest, de sorte qu'à $11^h 55'$ son terme étoit à 10 ou 12 degrés du point de l'Oüest vers le Sud. Il sortoit de cette rougeur une plus grande quantité de lumiéres que du côté du Nord & du Nord-est, où la clarté étoit beaucoup diminüée.

A minuit & un quart on apperçut un Arc lumineux mal terminé de part & d'autre, qui commençoit à l'horizon entre le Nord & l'Est, passoit près du Zénith, & alloit se terminer à l'horizon opposé entre le Sud & l'Oüest.

La largeur étoit inégale depuis 6 jusqu'à 12 degrés, & l'on en voyoit sortir des ondulations continuelles de lumiére, qui étoient beaucoup plus sensibles que dans les autres endroits du Ciel.

Cet Arc se dissipa presque entiérement, les ondulations continüerent, il reparut même une lumiére rouge vers le Nord-est, & il y eut des variations continuelles jusqu'à-près d'une heure que cette Aurore parut être diminüée.

Elle continua de paroître jusqu'à 5 heures du matin, que l'on appercevoit encore de ces ondulations de lumiére.

Ce Phénomene a beaucoup de ressemblance à celui qui fut observé le 19 Octobre de l'année 1726, sur-tout dans la maniére dont les ondulations de lumiére se répandoient dans le Ciel, & par rapport à cette lumiére rougeâtre qui étoit vers le Nord.

On y a cependant remarqué quelques différences considérables, en ce que dans celui de 1726 la lumiére ne s'étendoit pas dans la partie méridionale à 20 degrés au de-là du Zénith, où il y avoit une espece de Couronne ; au lieu que dans celle-ci elle s'étendoit jusqu'à l'horizon, entre le Midi & le couchant. On a aussi apperçû dans ce dernier Phénomene deux Arcs lumineux du côté du Midi, qu'on n'avoit point vû en 1726 ; un autre en forme de Poutre vers l'Orient, & un quatriéme, qui passant par le Zénith, traversoit tout le Ciel depuis le point de l'horizon du Nord-est jusqu'au point opposé au Sud-oüest.

SECOND MÉMOIRE SUR LA PORCELAINE; OU SUITE DES PRINCIPES

Qui doivent conduire dans la composition des Porcelaines de différents genres;

Et qui établissent le caractere des Matiéres fondantes qu'on peut choisir pour tenir lieu de celles qu'on y employe à la Chine.

Par M. DE REAUMUR.

LES premiers principes de l'art de faire la Porcelaine ont été établis dans un Mémoire imprimé parmi ceux de 1727, page 185. Nous y avons découvert en quoi consiste la composition de celle de la Chine; nous y avons même prouvé qu'on pouvoit trouver en Europe les mêmes matiéres qu'on employe à la Chine à cet important usage, ou des matiéres équivalentes. Nous avons en même temps fait entrevoir que la route qu'on a suivie en Europe pour parvenir à la composition de la Porcelaine, est très-différente de celle qu'on prend à la Chine: mais comme nous nous en sommes tenus sur cet article à des vûës très-générales, la composition de celles d'Europe est encore restée un mystere que nous nous sommes proposés de dévoiler ici. Quoiqu'il semble moins important de connoître leur composition que la composition de celles qui leur sont supérieures en qualités, peut-être est-ce ce qui nous importe le plus; il nous importe de mettre en état ceux qui les font, de les rendre plus parfaites. Nous verrons qu'au moyen de quelques additions, ils les peuvent rapprocher de celles de la Chine, & même les rendre égales aux

12 Nov. 1729.

plus belles. Mais nous verrons auparavant qu'une production de l'Art, aussi simple que commune, peut suppléer à une des matiéres que la Nature donne aux Chinois. Enfin nous allons commencer à examiner de plus près les compositions des différentes Porcelaines, que nous ne l'avons fait dans le premier Mémoire, où nous avons été forcés de nous en tenir à des généralités. Ce que nous avons pourtant à expliquer dans celui-ci est si lié avec ce qui a été établi dans celui qui l'a précédé, qu'il seroit difficile de le faire entendre, si on n'avoit très-présentes les propositions fondamentales qui ont été prouvées dans l'autre. Nous croyons qu'on aimera mieux les retrouver ici, que d'avoir la peine de les aller chercher dans le Mémoire cité, qu'on seroit peut-être obligé de relire en entier; nous allons donc commencer par les rappeller.

Nous y avons d'abord déterminé le véritable caractere de la Porcelaine; nous y avons établi qu'elle est un état moyen entre la Terre cuite ou nos Poteries communes & le Verre; en un mot que la Porcelaine est une vitrification imparfaite, une demi-vitrification; que de-là vient qu'elle est moins transparente que le Verre, & plus que la simple Terre cuite; que de-là vient que ses cassures n'ont pas tout le luisant, tout le poli qu'ont celles du Verre; qu'elles ont des grains, mais incomparablement plus fins que ceux de nos Poteries.

De-là nous avons conclu que pour faire de la Porcelaine, il falloit faire des vitrifications imparfaites, des demi-vitrifications, & qu'en suivant ce principe on étoit conduit à deux maniéres générales de composer différentes sortes de Porcelaines. Car premiérement les matiéres vitrifiables ne peuvent être vitrifiées que par un certain degré & une certaine durée de feu. Ces matiéres qui deviennent Verre lorsqu'elles ont soûtenu l'action d'un feu violent pendant un certain temps, si elles la souffrent pendant un temps très-court, ou que l'action du feu ne soit pas assés forte, elles ne deviennent que de simples Terres cuites. Il y a donc un passage de l'état de Terre cuite à celui du Verre, un état moyen entre n'être que de la Poterie & du Verre, une demi-vitrification qui précede

la vitrification parfaite. Saisissons cet état moyen, & nous aurons de la Porcelaine. Il ne reste donc qu'à reconnoître les matiéres saisissables dans cet état moyen, & qui y ont la blancheur qui plaît dans la Porcelaine.

Une autre maniére d'avoir des demi-vitrifications se présente naturellement à quiconque sçait que le feu ne vitrifie pas avec une égale facilité toutes sortes de matiéres ; qu'il y en a qu'il rend Verre très-aisément, & qu'il y en a d'autres qui ne deviennent jamais Verre, quoiqu'exposées à la plus violente action de la chaleur de nos Fourneaux. Car si on fait une pâte composée de deux matiéres, dont l'une soit très-aisément vitrifiable, & dont l'autre ne puisse point, ou puisse très-difficilement être vitrifiée, il est clair que si on expose cette pâte au feu, & qu'on lui fasse souffrir le degré de chaleur qui suffit pour fondre, pour vitrifier la premiére des deux matiéres, qu'alors on aura un composé d'une matiére vitrifiée & d'une qui ne l'est pas, une demi-vitrification; qu'on appellera *Porcelaine*, si elle en a la transparence & la blancheur.

L'une & l'autre de ces maniéres générales de faire de la Porcelaine ont été mises en pratique. La premiére, celle de composer la Porcelaine de matiéres qui, quoique vitrifiables, ne sont vitrifiées qu'imparfaitement, est celle qu'on a généralement suivie dans la fabrique des Porcelaines d'Europe, même dans celle de Saxe, & l'autre au contraire est celle qu'on suit pour faire la Porcelaine de la Chine. La maniére dont une Porcelaine a été composée, est aisée à reconnoître au moyen de ce principe, on n'a pas besoin qu'on nous révele le secret de sa composition. Celle qui est faite de matiéres vitrifiables, mais soustraites à l'action du feu avant qu'elles fussent vitrifiées, n'ont qu'à être exposées à l'action d'un feu violent, tel qu'est, par exemple, celui d'une Forge, bien-tôt elles y seront transformées en un vrai Verre. Celles au contraire qui sont composées d'une matiére vitrifiable, & d'une qui ne l'est point, ou qui l'est difficilement, resteront Porcelaine après avoir soûtenu cette épreuve ; & telles sont de

toutes les Porcelaines que j'ai essayées, les seules Porcelaines des Indes.

Un des tours de ceux qui, après avoir été trompés les premiers dans la recherche de la Pierre philosophale, tâchent à tromper des gens peu instruits, est de faire voir des préparations de Mercure ou autres, qui ont toutes les apparences de l'Or. Le feu fait reconnoître les différences qui sont entre l'ouvrage de l'Art & celui de la Nature; le vrai Or le soûtient sans s'altérer; après des fusions longues ou réitérées, il reste Or. Le composé qui l'imitoit est détruit par cette même épreuve, il se brûle en partie, il s'en va en fumée. L'application de cette comparaison n'est pas avantageuse à nos Porcelaines modernes. L'épreuve du feu fait distinguer la matiére qui a les qualités fixes & réelles de la Porcelaine, de celle qui ne les a qu'apparentes.

Le Pere Dentrecolles nous a appris, dans sa Lettre imprimée dans le *douziéme Recüeil des Lettres édifiantes & curieuses*, que la Porcelaine de la Chine est un composé de deux matiéres, mais dont il n'y a pas établi le caractere : ses occupations ne lui permettoient pas de faire les expériences propres à le découvrir. Mais il a fait tout ce qui dépendoit de lui, il a envoyé des échantillons de ces matiéres, que le P. Orri, Procureur général des Missions de la Chine, me remit en partie avec beaucoup de politesse. Ce sont les épreuves que j'ai faites de ces échantillons, comme je l'ai déja dit dans le premier Mémoire, qui m'ont démontré qu'une des matiéres de la Porcelaine de la Chine est aisément vitrifiable, & que l'autre ne peut être vitrifiée par le feu de nos Fourneaux.

La matiére fondante ou vitrifiable est appellée à la Chine *Pe tun tse*, & la matiére non fondante *Kao lin*. Les échantillons de la matiére non fondante, ou du *Kao lin*, étoient une poudre assés fine; mais le P. Dentrecolles nous avoit averti dans sa Lettre, que la Nature donne le *Kao lin* en gros morceaux, qu'on pile dans les endroits mêmes où on le trouve; que de-là on l'envoye tout pilé dans les lieux où on fabrique la Porcelaine. Ce Pere ne l'avoit jamais vû sous sa premiére forme,

&

& déguisé par la trituration il ne lui étoit guere possible de le reconnoître; aussi l'a-t-il regardé comme une Terre approchante d'une qui nous est connüe sous le nom de *Terre de Malthe*. Les épreuves que j'avois faites auparavant d'une matiére du même genre que le *Kao lin*, me le firent bien-tôt reconnoître; tous mes essais concoururent à établir ma premiére idée. Je fus pleinement convaincu que le *Kao lin* de la Chine étoit un Talc, ou une Pierre très-talcueuse. Pour la Pierre fondante, le *Pe tun tse*, la vûë des échantillons & mes essais m'apprirent qu'elle étoit du genre des Cailloux, mais un Caillou plus fondant que ne le sont nos Cailloux ordinaires.

Les deux matiéres qui entrent dans la composition de la Porcelaine de la Chine étant connües, il ne nous restoit plus qu'à chercher si nous en trouverions de pareilles chés nous. Les amas que j'avois faits depuis plusieurs années, par la protection de S. A. R. feu Monseigneur le Duc d'Orléans, des matiéres minérales du Royaume, m'offrirent différentes especes de celle des matiéres qui sembloit le plus difficile à recouvrer, de Talc ou *Kao lin*. Parmi mes Talcs, j'en trouvai qui dans les épreuves réüssissoient précisément comme ceux de la Chine, &, j'ose dire, mieux que le *Kao lin* qu'on avoit envoyé. La seule inquiétude qui pouvoit rester, étoit si on en trouveroit en quantité suffisante pour fournir à des Manufactures, & c'est sur quoi on n'en doit plus avoir depuis les recherches qui ont été faites par ordre de M.gr le Cardinal de Fleuri, dans les endroits que j'avois indiqués.

Le Roussillon en fournit d'admirable, à quelques lieües de Perpignan; on n'a presque que la peine de l'y ramasser. Les frais pour le conduire au bord de la Mer ne seront pas grands, & ceux de le faire rendre dans quels Ports du Royaume on voudra, seront encore moindres, si on le donne aux Vaisseaux pour leur servir de lest. Nous sommes donc sûrs d'avoir une des matiéres de la Porcelaine de la Chine, le Talc, ou *Kao lin*. Où cette matiére seroit trop rare ou difficile à recouvrer, on lui en pourra substituer d'autres que nous indiquerons dans le Mémoire qui traitera des *Kao lins*. Dans celui-ci

nous nous bornerons à l'autre matiére, à la matiére fondante, à celle qui est appellée *Pe tun tse*, & nous l'examinerons par rapport aux Porcelaines des deux classes; sçavoir, de celles où il entre une matiére qui ne se vitrifie point, & de celles dont les matiéres sont entiérement vitrifiables.

Les recherches qu'il y avoit à faire par rapport au *Pe tun tse*, se réduisoient à découvrir quelles sont, entre nos matiéres pierreuses ou terreuses, celles qui se vitrifient le plus aisément, & celles qui étant vitrifiées, ont le plus de blancheur ou le moins de couleur, & qui par-là sont incapables d'altérer le blanc du *Kao lin*. Je ne rendrai pas compte actuellement de toutes les épreuves que j'ai faites des différentes especes de Gravier, de Sable, de Sablon, des différentes especes de Cailloux, des différentes especes de Terres; on n'entendroit pas volontiers la lecture d'un détail si sec*; elle paroîtroit aussi ennuyeuse que le travail que ces essais ont demandé, m'a paru long & rebutant. Je leur donnerai pourtant la place qu'ils méritent dans le corps de l'ouvrage que j'ai à faire paroître sur la Porcelaine. Là ils ne seront lûs que par qui aura loisir ou besoin de les lire. J'avoüerai pourtant qu'entre nos matiéres pierreuses & sabloneuses je n'en ai trouvé aucune qui eut autant de disposition à se laisser vitrifier que le *Pe tun tse* de la Chine; d'ailleurs il en est de celles-là un grand nombre qui ne lui cedent pas, & qui l'emportent même du côté de la blancheur qu'ils donnent à la composition où ils entrent. Mais dans le genre des Terres, j'en ai trouvé de très-blanches, & beaucoup plus fondantes que le *Pe tun tse*, dont on pourroit se servir aussi utilement.

C'est sur-tout parmi les Terres grasses, que leur ressemblance extérieure avec le Savon a fait nommer *Terres savoneuses*, qu'on en trouve d'extrêmement fondantes, & très-blanches, après avoir été fondües. J'en ai éprouvé une de Plombiéres, qui mérite une exception à la loi que je me suis faite de n'examiner ici en particulier aucune de nos matiéres, soit sabloneuses, soit pierreuses, soit terreuses. Celle-ci n'a besoin

* Ce Mémoire fut lû à une Assemblée publique.

que d'une chaleur très-médiocre pour être réduite en un Verre d'un blanc de lait, & qui a précisément le degré de transparence de la Porcelaine. Mais une singularité plus propre à cette Terre, & que je ne sçai avoir été observée jusqu'ici dans aucune, c'est que ramollie à consistance de pâte avec de l'eau, & façonnée ensuite en ouvrages, tels que des Tasses, ou de pareille épaisseur, ces ouvrages ont la transparence de la Porcelaine, au lieu que ceux de toute autre Terre seroient alors opaques. Le vrai est que ce n'est pas une transparence fort durable; que cette Terre la perd, lorsqu'elle devient séche jusqu'à un certain point, pour ne la plus reprendre que lorsque le feu lui aura fait changer de nature, qu'il l'aura transformée en Verre; toûjours nous donne-t-elle l'exemple singulier d'une Terre, qui simplement humectée par l'eau, sans être cuite, est transparente.

Mais, à vrai dire, malgré le grand nombre d'essais que j'ai faits sur les Pierres du genre du *Pe tun tse*, sur les Cailloux & sur les Sables, je ne me suis pas obstiné à les multiplier autant que j'eusse fait, si une autre route de faire la Porcelaine de la Chine ne m'eut paru ouverte par les premiers principes de cet art, que nous avons posés. Pour faire aussi-bien & aussi facilement que les Chinois, nous ne sommes obligés d'employer précisément les mêmes matiéres qu'ils employent; il suffit d'en employer qui fassent un effet équivalent, & il n'est pas nécessaire pour cela qu'elles ayent les mêmes apparences extérieures. Qui n'ayant vû faire du Verre qu'avec du Sable blanc & du Sel de Soude, se trouveroit ensuite dans un Pays où l'on ne rencontre ni de tel Sable, ni de cette espece de Sel, raisonneroit mal, s'il concluoit de-là qu'on n'y sçauroit faire de Verre; quelqu'un mieux instruit, qui verroit dans le même Pays des Cailloux noirs, & même des plus noirs, en abondance, assûreroit qu'on y a une matiére aussi propre & même plus propre à faire le beau Verre que l'est le Sable le plus blanc; car, comme Kunkel l'a remarqué avant nous, il n'y a pas de plus beau Verre & plus blanc que celui qu'on fait avec les Cailloux noirs. Si le Sel

de Soude, le Sel de cet espece de Plante appellée *Kali*, lui manquoit, il sçauroit que ce Sel n'étant que celui d'une Plante brûlée, que les cendres de diverses autres Plantes pourroient l'en dédommager ; & si le Pays lui fournissoit abondamment du Salpêtre & du Borax, il se croiroit mieux partagé qu'on ne l'est dans les Pays où il auroit vû faire le Verre avec le Sel de Soude. Nôtre Physicien connoît les Sels capables de faire couler, de rendre fluides certaines matiéres. Il sçait que les matiéres terreuses, propres à devenir fluides, à être vitrifiées, se trouvent tantôt sous la forme de Gravier, tantôt sous celle de Sable, tantôt sous celle de Grès, tantôt sous celle de Caillou, aussi n'est-il pas arrêté par des différences apparentes.

Raisonnons sur la composition de la Porcelaine, comme feroit nôtre Physicien. Nous avons vû que la pâte de celle de la Chine est composée de deux matiéres, dont l'une se vitrifie aisément, & dont l'autre n'est nullement, ou est difficilement vitrifiable, de *Pe tun tse* & de *Kao lin* ; que quand la Porcelaine est cuite, une des matiéres qui la composent est vitrifiée, est devenüe Verre. Qu'y a-t-il donc de plus court & de plus simple que de prendre du Verre même au lieu de *Pe tun tse* ! Composons une pâte de poudre de *Kao lin* & de poudre de Verre. Donnons-lui d'abord de ce même Verre qu'elle n'a ordinairement qu'après la cuisson. Que s'ensuivra-t-il ? c'est qu'ici le feu aura moins à faire qu'à la Chine ; dès qu'il aura ramolli le Verre, dès qu'il l'aura mis en état de s'attacher au *Kao lin*, de faire ensemble un tout bien lié, on aura de la Porcelaine.

Il semble qu'on doit déja entrevoir qu'il n'y aura qu'à gagner pour la beauté de la Porcelaine, en remplaçant le *Pe tun tse* par le Verre. Lorsque nous sommes les maîtres de préparer des matiéres, nous devons en avoir de plus belles que lorsque nous sommes obligés de nous en tenir à celles que la Nature nous fournit, sans qu'il fût peut-être entré dans ses premiéres vûës, que nous en fissions l'usage que nous nous sommes avisés d'en faire. Mais comme on entrevoit les

inconvénients au moins aussi-tôt que les avantages, quoique les apparences semblent favorables à l'idée que nous venons de donner de substituer le Verre au *Pe tun tse*, on craindra peut-être qu'il n'y ait des raisons qui ayent empêché de s'en servir à la Chine, & que ces raisons ne soient les mêmes pour nous que pour les Chinois. 1.° Que la Porcelaine faite avec le Verre pourroit être moins belle que celle qui est faite avec le *Pe tun tse*. 2.° Qu'elle pourroit être moins bonne. 3.° Qu'elle devroit coûter plus cher.

Je conviens qu'il est des Verres avec lesquels on feroit des Porcelaines moins belles qu'avec le *Pe tun tse*, & tel est probablement le Verre des Chinois; car eux, qui excellent dans la composition de la Porcelaine, ne sçavent faire que de vilain Verre; le témoignage des Voyageurs est unanime sur cet article; de sorte que quand on eût pensé à la Chine à substituer le Verre au *Pe tun tse*, on se seroit mal trouvé de la nouvelle matiére, on seroit bien-tôt revenu à l'ancienne. Mais il est certain que des Verres bien choisis sont préférables au *Pe tun tse*, aussi faut-il qu'ils soient bien choisis, & nous aurons besoin de nous étendre ailleurs sur leurs compositions, & sur les qualités qui leurs conviennent. Ç'a été matiére à des longues suites d'essais. Enfin pour lever cette difficulté, il suffit de dire que j'ai mêlé en même dose le *Pe tun tse* de la Chine avec le *Kao lin*, & le Verre avec le même *Kao lin*, & que les essais où le Verre est entré, étoient les plus beaux, quand le Verre a été de la qualité de ceux que je décrirai.

A l'égard de la crainte qu'on pourroit avoir que la Porcelaine faite avec du Verre ne fût pas bonne, cette crainte n'est nullement fondée. La Porcelaine qui tient trop du Verre est réellement de mauvaise Porcelaine. Mais la pâte dans laquelle on a fait entrer du Verre tout fait, peut, lorsqu'elle sera cuite, avoir moins de Verre que celle qui a été composée d'une matiére qui n'étoit pas encore vitrifiée, mais qui est devenüe Verre par la cuisson, & cela, si la proportion de la quantité de cette matiére a été plus considérable que celle du Verre employé dans l'autre pâte. En un mot, comme on est

maître d'introduire le Verre dans quelles doses on le veut; on est maître de faire de la Porcelaine qui s'éloigne, ou qui s'approche plus ou moins du Verre.

La troisiéme difficulté, celle de l'augmentation du prix de la Porcelaine, mérite plus d'être discutée. Il semble évident qu'il en coûtera plus en employant une matiére que l'Art est obligé de faire, qu'en se servant d'une autre que la Nature nous donne toute préparée. Il est pourtant certain que si l'employ du Verre engage à quelque augmentation de dépense, qu'elle ne sera pas sensible. Il y a plus, peut-être y a-t-il de l'épargne à se servir de Verre, au lieu de *Pe tun tse*. Le prix de nôtre Verre dépend de trois sortes de dépenses. La premiére & la plus considérable est celle du bois consummé pour cuire les matiéres qui le composent, pour les fondre. La seconde est celle des ouvriers employés à chauffer le Four, & à façonner le Verre en ouvrages. La troisiéme dépense est celle des matiéres, & est celle de la plus petite considération, car le Sel est la seule qui coûte quelque chose. Dans une Manufacture de Porcelaine les deux premiéres especes de frais seront précisément nulles; on y composera tout le Verre nécessaire sans aucune dépense d'hommes & de bois. Toute paradoxe que semble cette proposition, elle ne le sera pas pour ceux qui connoissent la construction des Fours ou Fourneaux où l'on cuit la Poterie & la Fayence. Le dessous du Four, dessous de la premiére voûte, est un grand espace où on ne place jamais aucun des ouvrages que l'on veut cuire. On allume le bois en dehors des Fours dont nous parlons; l'air extérieur pousse la flamme dans l'espace qui est au dessous de la voûte, c'est l'endroit le plus chaud, sa chaleur excede celle qui convient à la cuisson des ouvrages. De-là la flamme monte dans le corps du Four par des passages que la voûte lui laisse. La construction des Fours propres à cuire la Porcelaine est dans l'essentiel la même que celle des Fours à Poterie & à Fayence. Les Maîtres Fayenciers sçavent profiter du dessous des leurs, ils y cuisent sans aucuns frais l'Email qui leur est nécessaire; ils font usage d'une chaleur

que les Potiers de Terre laissent presque entiérement perdre; mais les Maîtres faiseurs de Porcelaine s'en serviroient utilement pour faire leur Verre; & ils y en feroient chaque fois plus qu'il ne leur en faudroit pour remplir le haut de leur Four d'ouvrages.

Il est donc certain que la cuisson du Verre, nécessaire pour la Porcelaine, ne coûtera précisément rien. Le voilà par-là ramené bien au dessous du prix du Verre ordinaire. La seule dépense se réduit à celle des matiéres qui entrent dans sa composition, ce qui le rend encore plus cher que le *Pe tun tse.* Mais je l'ai déja dit, cette dépense ne va pas loin, & elle est peut-être plus que compensée par deux considérations. Soit qu'on se serve de Verre, soit qu'on se serve de *Pe tun tse*, ces deux matiéres doivent être réduites en une poudre fine. Or le Verre est plus aisé à piler que ne le sont ces especes de Cailloux. Une considération plus importante encore, c'est qu'une Porcelaine dans laquelle le Verre est employé tout fait, est bien moins long-temps à cuire que celle qui est composée d'une matiére qui s'y doit vitrifier, & cette différence va loin par rapport à la consommation du bois.

L'idée de faire entrer le Verre dans la composition de la Porcelaine n'est pas aussi nouvelle qu'elle me le parut, lorsque je l'eus pour la premiére fois. Si le simple se présentoit toûjours à nous le premier, j'aurois dû même être surpris de ce qu'elle ne m'étoit pas venüe dès que j'ai songé à découvrir la composition de la Porcelaine. On l'a eüe en Perse; & on y en fait usage. Chardin nous apprend qu'on y fait une Porcelaine, à laquelle il donne de grands éloges; qui résiste au feu comme nos ouvrages de Terre, de la composition de laquelle une dose de Verre pilé fait partie; mais malheureusement il ne nous en a pas dit davantage; ce qu'il en avoit vû & appris, il ne l'avoit vû & appris qu'en Voyageur. C'est beaucoup que cette circonstance ne lui fût pas échappée.

Mais il n'est pas besoin de pousser nos recherches jusques dans les Indes pour trouver des Pays où on ait fait usage du Verre dans la composition de la Porcelaine. La composition

de celles d'Europe nous est bien moins connüe à présent que ne l'est celle des Porcelaines de la Chine. Quelques imparfaites que soient celles de plusieurs de nos ouvriers, ils regardent ce qu'ils sçavent comme un très-grand secret, qu'ils sont bien plus attentifs à cacher que les Chinois, qui travaillent plus en grand, ne le sont & ne le peuvent être à cacher le leur. Quelques-uns font des pâtes qui ne sont pas à mépriser, & il me sembloit qu'avec quelques additions on pourroit suppléer à ce qui leur manque. Mais le mystere de tous ceux qui y travaillent, nous mettoit dans le cas du Médecin qui auroit à guerir un malade, qui s'obstineroit à lui cacher les causes & les simptomes de sa maladie. Heureusement que nos réfléxions sur l'usage qu'on pourroit faire du Verre dans la composition des meilleures Porcelaines nous ont mis à portée de reconnoître à quoi se réduit le fonds du secret de tous ceux qui se mêlent d'en faire chés nous. J'ai aisément vû qu'ils y employent le Verre, qu'ils ne l'employent que trop, & même sans bien sçavoir qu'ils l'employent. Mais j'ai vû en même temps qu'ils avoient, au moins pour la plûpart, la moitié de ce qu'il faut pour faire de bonne Porcelaine, & qu'il ne tiendroit qu'à eux, dans la suite, d'ajoûter à leur composition ordinaire la moitié qui y manque. C'est une grande avance, quand on peut conserver à des ouvriers quelque chose de leurs anciennes pratiques, quand on n'est pas obligé de leur prescrire des procédés entiérement nouveaux.

Depuis bien des années on fait à S.t Cloud de la Porcelaine, qui n'est pas du premier rang; elle ne doit pas être mise en parallele avec l'ancienne Porcelaine, mais il nous en vient tous les jours de la Chine qui ne la vaut pas. De cette même Manufacture il en est sorti une autre qui s'est établie dans le Fauxbourg S.t Honoré, par un partage fait du Privilege entre les enfants de ceux qui l'avoient obtenu les premiers. Dans le Fauxbourg S.t Antoine & dans quelques autres endroits de Paris il y a des ouvriers qui font des Manches de Coûteaux, des Pommes de Cannes; ils ont même eu grand débit ces derniéres années de celles qui étoient en

bec

bec de Corbin, ornées de différentes couleurs & enrichies d'or. Tous ces ouvriers se cachent mutuellement leurs procédés; ils ne sont guere moins en garde contre les Curieux. Tout ce qu'ils disent de plus, c'est que la matiére dont ils composent leur pâte a été cuite. Aussi lorsqu'ils ont fait cuire les ouvrages qui en sont composés, ils les appellent du *Biscuit*. Il y en a pourtant qui ne font nulle difficulté de laisser voir la matiére cuite dont ils composent leur pâte; & il est aisé d'en trouver chés la plûpart des autres sans la leur demander; ils ne s'imaginent pas qu'il soit possible d'en reconnoître la nature à la seule inspection, & ils ne la connoissent pas trop eux-mêmes; ils n'ont garde de la prendre pour une espece de Verre, quoiqu'elle ne soit que cela. Le leur est souvent spongieux, il a une couleur blanche ou laiteuse, & n'a nullement la transparence du Verre ordinaire. Mais pour découvrir le mystere, qui en est même un pour eux, il ne faut qu'être au fait du travail des Verreries ordinaires. Presque tout le monde sçait que dans les Fours des Verreries, le Verre, dont on fait tant de différents ouvrages, est tenu en fusion dans de grands Pots composés d'une Terre qui peut soûtenir le feu pendant plusieurs semaines sans se vitrifier. Ces Pots ne contiennent que du Verre propre, ou près d'être propre, à être mis en œuvre; il étoit déja fait en partie, il n'avoit besoin que d'être raffiné, quand il a été mis dans les Pots. On sçait encore que le Verre est composé soit de Sable, soit de Cendre, soit de Cailloux, mêlés en certaines proportions avec des Sels. Le mêlange des matiéres qu'on a jugé convenable étant fait, on les jette dans le fond du même Four où sont les Pots. Elles y sont placées comme les cendres dans nos Foyers ordinaires; la flamme qui entre continuellement dans le Four passe dessus; elle les ramollit, elle les réünit dans une masse, qu'elle vitrifie de plus en plus, mais qu'on retire souvent du Four avant qu'elle soit un Verre bien parfait, parce qu'elle achevera de se vitrifier plus parfaitement dans les Pots où elle doit être mise. Cette matiére est appellée *fritte* dans les Verreries. Nos ouvriers en Porcelaine font la base de la

leur de frittes, quelquefois précisément les mêmes que celles des Verreries. M.gr le Comte de Clermont, dont le goût pour ce qui est du ressort de la Physique & des Arts, embrasse tout ce que l'un & l'autre objet peuvent présenter de curieux & d'utile, a été charmé de contribuer à perfectionner parmi nous l'art de faire de la Porcelaine. S. A. S. a fait faire chés Elle un petit établissement de ces sortes d'ouvrages sous la conduite d'un ouvrier que je lui avois offert, qui est un de ceux qui réüssissoient le mieux en diverses sortes d'ouvrages de Porcelaine. Malgré le soin avec lequel il nous cachoit la principale matiére de la sienne, il n'étoit guere possible qu'elle nous échappât; elle n'est précisément qu'une fritte de Verre ordinaire, une fritte qui n'est composée que de Sable & de Soude.

J'ai vû de la composition cuite de S.t Cloud, car c'est ainsi qu'ils appellent leur fritte, qui est aussi une véritable fritte, mais qui est plus opaque, & a plus de blancheur que celle des Verreries, elle est plus laiteuse. Quand on est bien au fait de la composition des différents Verres, on n'est pas embarrassé de trouver de matiéres qui donnent aux frittes cet œil laiteux.

Ce sont donc des frittes que les faiseurs de Porcelaine ont prises pour bases de leurs compositions. La seule inspection de quelques-unes les a pû déterminer à en faire cet usage. Dans les Fours de Verrerie il s'en présente des morceaux qui sont blancs comme la Porcelaine, & qui ont au plus son degré de transparence; on les a regardés comme de véritable Porcelaine, & quelques-uns en sont aussi de l'espece de celle qui n'est qu'une matiére vitrifiable, saisie avant qu'elle fût vitrifiée parfaitement. On a songé à faire des ouvrages de ces matiéres, en les travaillant comme on travaille celles de nos ouvrages de Terre, ou de nos ouvrages de Fayance. Mais pour cela il a fallu faire de ces frittes une espece de pâte; dans cette vûë on les a pilées ou broyées pour les réduire en grains impalpables.

Pour achever de voir en quoi consiste tout le fond du

ſecret de la compoſition de nos Porcelaines d'Europe, il ne faut plus que ſçavoir la difficulté qui s'eſt préſentée, quand on eſt venu à vouloir mettre ces frittes en œuvre, & comment on l'a levée. Après qu'on les a eu réduites, ſous le Pilon ou ſous la Meule, en une poudre extrêmement fine, on les a délayées en pâte avec de l'eau; mais quand on a voulu façonner cette pâte en ouvrages, ſoit ſur le Tour des Potiers de Terre, ſoit ſur celui des Fayanciers, ſoit même dans des Moules, on a reconnu qu'il étoit impoſſible d'y parvenir; qu'il manquoit à la nouvelle pâte cette conſiſtance, cette onctuoſité, cette liaiſon des grains qu'on trouve à la plûpart des Terres, & que du Verre comme du Sable, quelques pilés qu'ils ſoient, ne ſçauroient acquérir. Que reſtoit-il donc à faire? c'étoit d'incorporer avec ce Verre, cette fritte pilée, une portion d'une Terre graſſe, d'une Terre tenace; de choiſir entre les Terres celles qui donneroient le plus de liaiſon aux parties du compoſé, & qui altéreroient le moins la blancheur que la fritte ſeule auroit donnée. C'eſt ce qu'on a fait, & d'où les principales différences qu'on obſerve entre les Porcelaines d'Europe, tirent leur origine; en différents endroits, on a choiſi des Terres différentes, & on les y a employées en différentes doſes. Ce n'eſt pas encore le lieu de ſuivre toutes ces variétés, ni d'apprendre comment on peut corriger le mauvais effet que produiſent les Terres par rapport à la blancheur; quelles ſont entre ces Terres celles qui méritent la préférence; c'eſt la matiére d'un autre Mémoire. Il nous ſuffit pour celui-ci de ſçavoir que les Porcelaines d'Europe ne ſont qu'une fritte pulvériſée, dont on a lié les parties enſemble avec une doſe de Terre; que le choix de la Terre qu'on a employée en différents endroits a contribué à rendre la Porcelaine plus ou moins belle. Mais comme on n'y a eu recours que par néceſſité, on n'y en a fait entrer que le moins qu'il étoit poſſible. De-là il eſt arrivé que ces Porcelaines ſe trouvent trop tenir du Verre. La plus belle de toutes, celle de Saxe, a plus ce défaut qu'aucune des autres, beaucoup plus que celle qu'on fait actuellement à S.t Cloud,

Ses caſſures ne montrent point ou preſque point de grains; elles ont preſque tout autant de poli & de luiſant qu'en ont les caſſures du Verre.

Auſſi réſulte-t-il de-là que toutes les Porcelaines d'Europe ſont preſque auſſi aiſées à fondre que l'eſt le *Pe tun tſe*; qui ne fait que la moitié fondante de la compoſition de celles de la Chine. La pâte dont on les fait n'équivaut donc préciſément qu'au *Pe tun tſe ;* elle ne devroit faire que la moitié, ou à peu-près, de leur compoſition. Si cependant quelques-unes de ces pâtes ne laiſſent pas de donner des Porcelaines paſſables, ne doit-on pas attendre qu'elles en donneront de très-belles & de très-bonnes, quand on leur ajoûtera du *Kao lin*, ou, en langage plus François, du Talc; alors leur blancheur ſera augmentée, alors elles ne ſeront plus *fuſibles* comme le Verre, ni trop ſenſibles, comme il l'eſt, à la chaleur qui les ſaiſit ſubitement. Mais le détail de tout cela regarde un autre Mémoire. On y verra que ſi on eût apporté au choix des Verres & des frittes l'attention qui y étoit dûë; que ſi au lieu de les regarder comme la baſe de la Porcelaine, on les eût priſes au plus comme devant faire la moitié de ſa compoſition, que ſi au lieu de les allier avec des Terres capables d'altérer leur blancheur, & ſouvent très-fondantes, on les eût unies avec une matiére plus blanche qu'elles ne le ſont elles-mêmes, & capable de ſoûtenir le feu le plus violent ſans ſe vitrifier, en un mot au *Kao lin* ou Talc, qu'on eût avec les frittes ou le Verre compoſé de plus belle Porcelaine qu'avec le *Pe tun tſe*, & une Porcelaine plus aiſée à cuire. Mais tout cela appartient aux Mémoires où nous deſcendrons dans les détails de pratique où nous devons être conduits par les principes qui ont été établis juſqu'ici.

On eſt accoûtumé de voir au Verre, & ſur-tout au beau Verre, tel que celui dont nous conſeillons l'uſage, un degré de tranſparence, une privation de toute couleur qu'on aura peut-être peine à concilier avec l'eſpece d'opacité, & ſur-tout avec la couleur blanche de la Porcelaine. On aura peut-être quelque difficulté à concevoir comment des frittes de Verre

étant façonnées & cuites en ouvrages, peuvent être de la Porcelaine. Si ces frittes n'ont pas été vitrifiées à fond, si la Terre avec laquelle on les a alliées pour les mettre en état de se laisser travailler, quoique vitrifiable par elle-même, n'a pas eu assés chaud, pendant la cuisson des ouvrages, pour être vitrifiée entiérement, ces ouvrages ne seront que des vitrifications imparfaites, ou des Porcelaines d'une de nos deux classes, elles n'auront pas la transparence du Verre. Il y a plus, du pur Verre peut prendre à nos yeux toutes les apparences de la Porcelaine, & même les principales qualités que nous lui voulons. Le Verre le plus transparent étant pilé ou broyé, donne une poudre blanche à qui on n'apperçoit aucune transparence. Si on lioit ensemble tous les grains d'une masse de cette poudre, on auroit donc une matiére blanche peu transparente, & qui seroit grainée comme la meilleure Porcelaine. Des ouvrages formés de cette poudre pourroient donc être pris pour être de bonne & de belle Porcelaine. J'ai pensé qu'on en pourroit faire de tels, & j'en ai faits. Mon idée a été qu'en faisant souffrir un degré de feu très-léger à cette poudre, un degré qui ne fût que capable de ramollir les grains, qu'alors les grains se lieroient ensemble, qu'ils se colleroient tous les uns aux autres, comme se collent deux morceaux de Verre qu'on fait rougir posés l'un sur l'autre; qu'il ne s'agissoit donc que de pouvoir façonner cette poudre en ouvrage. Pour cela, je l'ai mêlée avec une matiére propre, comme de la Terre, à suppléer à l'onctuosité qui manque à cette poudre pour conserver la forme qu'on lui veut faire prendre, & à une matiére qui ne se trouveroit plus dans l'ouvrage, quand le feu auroit uni les grains de Verre dont il devoit être formé. La farine m'a semblé propre à satisfaire à ces différentes vûës. J'en ai délayé, en plusieurs expériences, soit avec différentes poudres de Verre, soit avec des frittes; de cette pâte, composée de farine & de Verre ou de fritte, j'ai fait former de petits Gobelets. Quand ils ont été secs, je les ai mis dans un Fourneau, où je ne leur ai fait soûtenir qu'un feu doux. La farine s'est allumée, a brûlé peu-à-peu,

& en même temps les grains de Verre ont rougi, se sont ramollis, se sont collés ensemble. Ces Gobelets retirés du feu, après un temps convenable, étoient très-blancs, lorsqu'ils étoient faits avec certains Verres, & que l'on avoit eu soin de faire bien brûler toute la farine. Ils paroissoient de vraye Porcelaine; leur cassure ne pouvoit qu'induire à le croire, elle étoit grainée comme l'est celle des meilleures.

On pourroit regarder cette voye comme une troisiéme maniére de faire de la Porcelaine; mais ce n'en est au plus qu'une de l'imiter; il n'est pourtant que l'épreuve du feu qui puisse faire reconnoître l'origine de celle-ci; elle se fondra encore plus aisément que celles qui sont composées de matiéres vitrifiables qui ne sont pas totalement vitrifiées; aussi l'épreuve du feu est-elle la vraye pierre de touche, la vraye coupelle de la qualité intime de la composition de la Porcelaine.

Pour avoir tous les principes de nôtre art par rapport à la matiére vitrifiable, il nous reste encore à parler d'un des moyens dont on peut se servir pour suppléer à ce qui manque naturellement aux Sables, aux Cailloux & aux autres pierres de même genre, pour se laisser vitrifier. Nous les avons ci-devant convertis en Verre ou en fritte, en les faisant cuire au dessous du Fourneau, mêlées avec certaines doses de Sels. Si on vouloit s'épargner la peine de faire la fritte, & produire un effet équivalent, on mêleroit le Sable bien broyé avec une dose d'un Sel convenable. Ce mélange fait, on le pêtriroit ensuite avec la quantité de Talc ou des autres matiéres avec lesquelles on eût pêtri la fritte, on en feroit des ouvrages qu'on cuiroit à l'ordinaire; le feu feroit ici dans l'ouvrage même la fritte qu'on a fait faire ci-devant sous le Fourneau. La composition se trouve la même dans l'un & dans l'autre cas; il y a pourtant des circonstances où il vaut mieux employer les frittes toutes faites, les Sels en sont plus sûrement & plus intimement mêlés; il y a au contraire d'autres cas où l'introduction des Sels peut être utile, mais ce sont encore des détails qui doivent être renvoyés ailleurs.

J'ai crû pendant long-temps qu'on faisoit la Porcelaine de S.t Cloud avec des Sels mêlés immédiatement dans sa composition. Voici ce qui m'avoit déterminé à le penser. On y cache la composition de la pâte, mais on n'y cache point la pâte composée ; les Atteliers où on la façonne en ouvrages ne sont point interdits aux Curieux : dans ces mêmes Atteliers les ouvrages nouvellement tournés ou moulés sont sur des planches où on les laisse sécher pendant plusieurs jours. Il y a douze ou treize ans qu'observant ces ouvrages, je vis que la plûpart avoient leur surface toute hérissée de pointes de Sel, on pouvoit l'y ramasser avec le doigt. Or on sçait que si on laisse sécher doucement une Terre qui a été détrempée avec de l'eau très-chargée de quelque Sel, ou si on a incorporé avec cette Terre du Sel en poudre, que le Sel fleurit bien-tôt sur sa surface, qu'il la couvre d'une espece de neige. Les Sels que j'avois ramassés sur la pâte de S.t Cloud, m'ont fait croire qu'ils avoient été introduits de cette maniére, jusqu'à ce que j'aye sçû positivement qu'on s'y sert de frittes. L'explication du fait n'en étoit pas plus embarrassante. Les frittes peu cuites, trop chargées de Sel, fleurissent comme les Terres dont nous venons de parler ; mais c'est un défaut dont on s'est corrigé dans cette Manufacture. J'ai vû quelques années après leurs ouvrages, sur lesquels il ne paroissoit aucun Sel ; j'ai même pris des morceaux de leurs pâtes d'où je n'en ai pas tiré sensiblement en les lessivant avec l'eau. Mais ces mêmes pâtes gardées pendant plusieurs mois dans des endroits humides sont alors devenües très-salées. Le Sel se dégage avec le temps de certains Verres, il est bien moins caché, moins lié dans les meilleures frittes, qui ne sont encore que des Verres très-imparfaits.

Mais pour reprendre ce qui a été l'objet principal de ce Mémoire, nous y avons vû que la Porcelaine de la Chine devant être faite de Talc ou de *Kao lin*, ou de quelque matiére non vitrifiable, & d'une matiére qui devienne Verre aisément, que pour la matiére qui se vitrifie on peut choisir entre celles que la Nature nous donne, ou qu'on y peut suppléer, soit

en employant du Verre tout fait, ou de la fritte, ou des compositions blanches & fondantes, telles que les Porcelaines modernes, ou enfin en aidant à la fusion des Sables ou des Cailloux par des Sels introduits dans la composition. Le détail des Essais que nous avons réservé pour d'autres Mémoires, appuyera encore mieux cette théorie, & instruira sur le choix des Verres, & sur la composition des frittes, & sur les additions qu'il leur faudra faire.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE TOTALE DE LUNE Du 8 Août 1729.

Par M. CASSINI.

20 Août 1729.

LE temps n'a pas été favorable pour l'observation de cette Eclipse, & à la réserve de quelques intervalles de temps où le Ciel a été serein, la Lune a paru presque toûjours entre des nuages, tantôt plus forts & tantôt plus foibles, qui empêchoient de distinguer avec précision les différentes phases de l'Eclipse.

Nous avons fait cette Observation avec une Lunette de 7 pieds, garnie d'un Micrometre à réticules, dont les extrémités comprenoient exactement le diametre de la Lune qui se trouvoit par ces réticules divisé en 12 doigts ou parties.

A 11^h	0'	0"	La Penombre commence.
	20	0	Il paroît que l'Eclipse est commencée; mais on ne peut pas distinguer le terme de l'Ombre.
	24	18	Un doigt.
	28	48	Deux doigts.
	32	40	Trois doigts.
	39	10	Quatre doigts.

à 11^h

A 11^h	48′	45″	Six doigts.
	54	20	Sept doigts.
	57	6	L'Ombre à Ménélaüs exact.
	58	21	L'Ombre à Pline.
12	2	50	L'Ombre au Promontoire aigu.
	5	12	Neuf doigts exacts.
	10	12	Dix doigts.
	10	23	Proclus est entré dans l'Ombre.
	15	17	Onze doigts.
	17	23	Onze doigts & demi.
	19	13	Immersion totale de la Lune dans l'Ombre.

Le Disque de la Lune paroissoit d'un rouge-brun vers la partie qui venoit d'entrer dans l'Ombre, & de couleur cendrée vers l'autre partie. Pendant la durée de l'Immersion cette couleur rouge a passé successivement vers le bord opposé, & il y a eu quelque temps pendant lequel on n'a point apperçû la Lune dans le Ciel, quoiqu'on ait vû quelques Etoiles fixes assés près de l'endroit où étoit la Lune, ce qui pouvoit venir des nuages qui couvroient une partie du Ciel.

A 1^h	59′	0″	Commencement de l'Emersion.
2	4	0	La Lune est éclipsée d'onze doigts.
	6	0	Aristarque est entiérement sorti de l'Ombre.
	9	1	Dix doigts, la Lune entre dans des nuages foibles.
	14	12	Neuf doigts, les nuages augmentent, & on a de la peine à distinguer le terme de l'Ombre.
	19	19	Huit doigts.
	24	10	Sept doigts.
	29	4	Six doigts.

On ne peut plus distinguer la quantité de l'Eclipse, ni le terme auquel elle a fini, on a cependant jugé qu'elle n'étoit plus éclipsée à 3^h 2′.

Suivant ces Obſervations la durée de l'Immerſion totale de la Lune dans l'Ombre a été de 1^h 39' 47", & le milieu de l'Eclipſe eſt arrivé le 9 Août à 1^h 9' 6" du matin.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE TOTALE DE LUNE

Du 8 Août 1729.

Par M. GODIN.

27 Août 1729. LES Calculs imprimés de cette Eclipſe ont retardé le moment de l'oppoſition véritable de pluſieurs minutes, ce qui peut venir de ce que les Tables dont on s'eſt ſervi, ont donné le mouvement de la Lune moindre & moins avancé qu'il n'étoit en effet.

Le mauvais temps qui a duré pendant preſque toute l'Eclipſe, ne m'a pas permis de faire aſſés exactement toutes les obſervations néceſſaires à l'examen des Tables ; ce que je m'étois propoſé, en l'obſervant par les différences d'aſcenſion droite & de déclinaiſon entre les pointes ou cornes de l'Eclipſe & un point déterminé du diſque de la Lune, qui eſt une méthode fort propre à cet examen.

J'ai mis pour cet effet au foyer d'une bonne Lunette de 6 pieds, des filets qui ſe croiſoient au centre ſous des angles de 45 degrés, & parce que le champ de la Lunette ne contenoit pas deux fois commodément le diametre de la Lune, je mis ſur le fil qui repréſentoit le parallele à l'Equateur, la Tache de la Lune, appellée *Proclus*, dont j'avois auparavant déterminé la ſituation à l'égard du centre de la Lune, je pris, comme on voit, une Tache proche du bord occidental de la Lune, afin de n'être point obligé de changer ce point durant le progrès de l'Eclipſe ; ce qu'on eſt encore obligé de faire, lorſqu'on met un des bords de la Lune ſur le fil parallele,

outre que lorsque l'Eclipse est de plus de 6 doigts, & qu'elle est totale, aucun des deux bords n'est visible.

On sçait que les Eclipses de Lune servent à déterminer plusieurs choses importantes & sur lesquelles les Astronomes ne s'accordent point encore entr'eux, telles sont la latitude de la Lune, l'inclinaison de son Orbite, la situation & le mouvement de ses Nœuds, le demi-diametre de l'ombre de la Terre, &c. ces éléments si nécessaires à la théorie de la Lune & à celle des Eclipses, doivent être tirés des Observations, le plus immédiatement qu'il est possible, & il me semble que deux Méthodes y satisfont principalement. L'une est d'observer la situation des Cornes de l'Eclipse à l'égard du centre de la Lune, en les rapportant aux Cercles d'ascension droite & de déclinaison, & l'autre d'observer pendant la durée d'une Eclipse la hauteur & l'Azimuth du centre de la Lune, & de calculer ensuite par la théorie du Soleil supposée connüe, la hauteur du centre de l'ombre sur l'horizon pour les mêmes moments, par ce moyen l'on aura très-exactement les phases de l'Eclipse & la situation successive de la Lune à l'égard de l'Ecliptique. Ces Méthodes se peuvent pratiquer également dans les Eclipses totales & partiales, & elles indiquent non seulement l'erreur des Tables, mais encore elles en déterminent la source & la quantité.

Je n'ai pû, comme j'ai dit, mettre ces Méthodes en pratique à cause du mauvais temps. Voici seulement ce que j'ai conclu des Observations que j'ai pû faire.

Temps vrai.

A 11^h 19′	0″	Je juge l'Eclipse commencée, la Lune est couverte d'une brume épaisse.	
26	52	L'Eclipse est de ...	1 50′
32	14	....	3 2
38	53	....	4 0 environ.
42	0	....	4 40
49	10	....	6 20
51	37	....	6 30

à 12h	6'	10"	L'Eclipſe eſt de... 9d 15' à peu-près.
	19	32	.... 12 0

Entrée des Taches dans l'Ombre.

A 11h	30'	53"	L'Ombre a paſſé Ariſtarque & Képler.
	35	12	.... au bord de Copernic.
	37	32	.... à Héraclides.
	40	2	.... à Hélicon.
	42	57	Platon dans l'Ombre, la Lune ſe couvre de nuages.
	49	27	Manilius dans l'Ombre.
	55	45	Ménélaüs dans l'Ombre.
	56	42	Dyoniſius dans l'Ombre.
12	8	32	Hermes dans l'Ombre.
	9	47	Proclus dans l'ombre : je prends pour Proclus une petite Tache fort claire, un peu plus orientale que le bord précédent de *Mare Criſium.*
	10	42	Le commencement de *Mare Criſium.*
	11	2	Petavius & Langrenus dans l'Ombre.
	12	42	Meſſahala dans l'Ombre.
	13	47	Le milieu de *Mare Criſium.*
	16	47	La fin de *Mare Criſium.*
	19	32	Immerſion totale.

Sortie des Taches.

A 1h	58'	55"	Recouvrement de lumiére.	
2	3	32	Grimaldi découvert.	
	5	2	Ariſtarque découvert.	
	11	17	Héraclides découvert.	L'Ombre eſt mal terminée.
	12	14	Hélicon découvert.	
	12	52	Képler découvert.	

Les nuages qui ſe mêlerent enſuite avec l'Ombre, empêcherent de rien obſerver davantage.

Par la comparaiſon de l'Immerſion totale & du recouvre-

ment de lumiére, on trouve le milieu de l'Eclipse à 1^h 9' 13" ½, ce qui est 5' plûtôt que la Connoissance des Temps ne le marque, & 13' plûtôt que ne donne un autre calcul fait exactement sur les Tables de M. de la Hire, corrigées suivant les derniéres intentions de l'Auteur.

Pendant la totalité de l'Eclipse, la Lune a disparu entiérement, peut-être cela a-t-il été causé par des nuages, cependant à minuit & 40 minutes on voyoit fort distinctement la luisante de l'Aigle & quelques Etoiles septentrionales du Sagittaire & les plus orientales du Serpent d'Ophiucus, toutes assés proches de la Lune, qui ne paroissoit point du tout.

RECHERCHES PHYSIQUES

De la cause du prompt accroissement des Plantes dans les temps de pluyes.

Et plusieurs Observations à ce sujet.

Par M. DU HAMEL.

AUTANT les grandes chaleurs & les longues sécheresses sont préjudiciables à la plûpart des Plantes, autant les pluyes douces & l'humidité, même les temps couverts leur sont salutaires; il n'est rien de si constant qu'elles profitent plus en huit jours de ce temps, que pendant un mois de sécheresse; & c'est de ce fait, connu de tout le monde, dont il semble qu'on n'ait pas encore bien examiné la raison physique. 12 Nov. 1729.

En supposant d'abord, que les Plantes sont des tissus de vaisseaux pleins de liqueurs, de la fermentation & de la circulation desquelles dépend la nourriture & l'accroissement de ces substances végétales, l'on conçoit aisément qu'il doit se faire une grande dissipation de ces liqueurs, & qu'il est nécessaire qu'un nouvel aliment soit continuellement aspiré

par les racines, & passe dans les tuyaux de chaque Plante pour remplacer la séve qui s'est perduë, & entretenir l'équilibre, ou plûtôt l'action réciproque des parties fluides contre les solides, & des solides contre les fluides.

Cette méchanique, qui est connuë de tous les Physiciens, conduit naturellement à conclurre que la division des parties sulphureuses, la dissolution des Sels, & l'attenuation de toutes les parties intégrantes de la séve, ne peut être opérée sans l'eau des pluyes & des rosées; aussi à peine cette eau leur est-elle retranchée, qu'elles se fanent, c'est-à-dire, que leurs vaisseaux devenus vuides, n'étant plus soûtenus par les liqueurs, s'affaisent sur eux-mêmes, se collent les uns contre les autres, & enfin se dessséchent; d'où s'ensuit infailliblement la destruction de la Plante. Rien n'est plus naturel que cette explication; aussi ne prétends-je point (quoique je la regarde comme insuffisante) contester la nécessité des fluides pour la végétation, ce seroit aller contre l'expérience; mais je veux faire voir que le défaut du fluide ne doit point être regardé comme la seule cause de l'oisiveté des Plantes dans les beaux temps, & que ce n'est point à ce fluide seul qu'on doit attribuer la promptitude étonnante avec laquelle elles profitent plûtôt par les temps couverts, changeants & orageux, que par ceux qui sont beaux, secs & sereins; c'est ce que je vais principalement établir par une observation singuliére que j'ai faite sur les Plantes aquatiques.

Personne encore n'avoit, je crois, fait attention à l'effet que les changements de temps produisent sur celles-ci; cet effet est cependant bien sensible, & je l'ai plusieurs fois remarqué avec plaisir dans ces sortes de changements sur les Hydroceraton, sur les Nymphea, le Cresson de fontaine, & sur les autres de cette nature qui croissent dans les eaux, en sorte que lorsqu'on a fauché une Marre, un Etang, une Riviere, s'il faut quinze jours aux Plantes qui y renaissent, pour gagner la superficie de l'eau dans un temps pluvieux, il leur faudra plus d'un mois dans les temps de sécheresse. D'où vient donc cette différence? & comment arrive-t-il que

l'humidité & les pluyes leur sont presque aussi utiles qu'aux Plantes terrestres.

Cette eau si nécessaire, ce dissolvant si puissant ne manque point à ces aquatiques, puisqu'elles en sont quelquefois recouvertes de deux à trois pieds. Il y a quelque chose de plus (& tout le monde peut l'avoir remarqué) qui est que les arrosements, quelque abondants qu'ils soient, & avec quelque eau qu'on les fasse, quand ce seroit de l'eau de marre ou de pluye, ne font jamais profiter les Plantes (pendant que le temps sera beau & fixe) comme le fera une pluye chaude & une rosée seulement.

Je dis pendant que le temps sera beau & fixe, car les arrosements font des merveilles (quand même il ne tomberoit pas une goutte de pluye) pourvû que lorsqu'on les fait, le temps couvert & chargé de nuages semble nous annoncer de l'eau. Ce n'est pas cependant la disette du fluide qui fait que les Plantes tirent moins de secours des arrosements que des pluyes, puisqu'un arrosement, quelque medioere qu'il soit, leur fournit plus d'eau qu'une pluye considérable. On ne peut pas non plus attribuer cette différence à la bonne qualité de l'eau de la pluye, puisqu'on peut pour arroser, se servir d'eau de marre ou de pluye; mais bien plus, parce qu'une même eau (comme je viens de le faire observer) produit des effets bien différents, selon les temps ou sereins ou couverts ausquels on l'employe.

Mais pour revenir à ma premiére observation;

Si l'on prétend attribuer le prompt accroissement des Plantes terrestres à la souplesse & à la fléxibilité que l'humidité donne à leurs fibres, cette souplesse doit certainement être bien plus considérable dans les Plantes aquatiques, puisqu'elles sont continuellement humectées.

Si d'un autre côté l'on veut que l'eau qui tombe sur les feüilles des Plantes diminüe leur transpiration, & qu'ainsi cette portion de la séve qui se seroit échappée, se tourne au profit de la Plante humectée à l'extérieur, & produise son prompt accroissement, ou du moins y contribüe beaucoup,

certainement les Plantes aquatiques n'ont pas besoin que la pluye les humecte pour diminuer leur transpiration.

Ce n'est pas que je doute que la fléxibilité des fibres & le manque de transpiration des Plantes ne servent beaucoup à leur prompt accroissement, & qu'ainsi l'humidité des pluyes ne soit très-utile aux terrestres, & l'eau des Riviéres aux aquatiques ; c'est peut-être même pour ces raisons que les Plantes d'eau profitent beaucoup plus vîte que celles de terre, celles-là ayant un obstacle continuel à leur transpiration, & nageant dans un fluide qui doit entretenir leurs fibres dans une souplesse & une fléxibilité convenable ; mais il reste toûjours à sçavoir pourquoi elles profitent plus promptement dans les temps d'humidité que dans ceux de sécheresse.

En cherchant l'explication d'un fait aussi singulier, il me vint dans la pensée que les Plantes étant plus légeres qu'un pareil volume d'eau, avoient une tendance vers la superficie, & que cette tendance étoit plus considérable à proportion que la superficie de l'eau s'élevoit davantage ; mais je ne fus pas long-temps à m'appercevoir que cette augmentation n'étoit que d'une très-petite conséquence dans l'occasion présente, parce que la tendance n'augmente qu'à proportion que l'eau devient plus dense, & l'eau ne devient plus dense qu'à proportion du poids du fluide qui la recouvre ; ainsi l'on voit qu'il faudroit que l'élévation de l'eau fît un changement bien considérable pour produire quelque effet sur les Plantes ; aussi mon observation a-t-elle été la même, quoique je l'aye fait dans un bras de Rivière où l'eau est toûjours égale dans les temps de sécheresse comme dans ceux des pluyes les plus abondantes.

Mais je laisse à penser combien cette force continuellement appliquée aux Plantes aquatiques, peut favoriser leur dévéloppement, si on les compare aux autres Plantes qui ont une force toute opposée à vaincre.

En faisant ces observations, je remarquai cette différenee entre les Plantes de terre & celles des Riviéres ; que celles-ci demeurent, à la vérité, pendant la sécheresse, dans une espece de

de ſtatique ; mais qu'elles ne ſe fanent point & ne périſſent pas entiérement, comme font celles de terre. La réfléxion que je fis ſur cette circonſtance, me donna lieu de juger qu'il y avoit cette différence entre ces deux ſortes de Plantes ; que les unes avoient beaucoup de toutes les parties intégrantes de la ſéve, & manquoient d'eau pour les diſſoudre, & que les autres ayant de l'eau abondamment, manquoient de ces parties, & qu'en même temps que l'eau des pluyes ſecouroit celles de la campagne, en mettant en diſſolution les ſucs de réſerve qu'elles avoient auprès de leurs racines, elle ſe rendoit auſſi utiles aux Plantes aquatiques, en leur charriant de la pleine une proviſion d'aliments.

Mais la petite quantité d'eau qui coule de la campagne pendant la pluye, comparée à celle de ſource qui coule continuellement dans le lit de la Riviére que j'obſervois, me parut de très-petite conſéquence, de ſorte qu'elle ne peut être comptée pour quelque choſe que dans les marres & les étangs; auſſi les Plantes y ſont-elles ordinairement plus vigoureuſes que dans les eaux courantes ; de plus les pluyes abondantes & les grandes averſes ne ſont pas celles qui font le plus profiter les Plantes, ce ſont plûtôt les temps couverts, les petites pluyes chaudes & les roſées fertiles, qui agiſſent ſi puiſſamment ſur les Plantes, qu'en peu de jours elles changent entiérement la campagne de face. Quand je vis que mes obſervations ſe détruiſoient ainſi les unes les autres, je me déterminai à étudier plus particuliérement ce qui pouvoit accélérer la formation & le mouvement de la ſéve, ne doutant pas que le prompt accroiſſement des Plantes ne dépendît de ces cauſes.

Les terreaux, les fumiers, & généralement toutes les terres fertiles contiennent des matiéres gommeuſes, mucilagineuſes, ſalines & autres d'une nature propre à entrer dans la compoſition de la ſéve, lorſqu'elles auront été pénétrées, diviſées, & en quelque maniére diſſoutes par quelque fluide ; ce qui ſe fait par l'action du fluide même, qui par ſon propre mouvement pénétre & s'inſinüe dans les petits pores de la terre,

des fumiers & des autres corps qui peuvent ſervir de nourriture aux Plantes, & qui y font déja effort comme autant de petits coins pour les diviſer.

Mais lorſque la chaleur du Soleil, ou qu'un vent de Sud vient à augmenter le mouvement & le volume de ces fluides en les rarefiant, & qu'enſuite la fraîcheur des nuits, un vent de Nord, ou une pluye froide vient à les diminuer en les condenſant, ce ſont dans les parties des ſolides autant de ſecouſſes & un mouvement continuel qui doit néceſſairement les écarter les unes des autres, les deſunir, les ſéparer ; & c'eſt ſans doute de ce mouvement, de cette action des fluides contre les ſolides, que vient la chaleur qu'on reſſent dans les terres au Printemps, mais bien plus ſenſiblement dans nos couches.

Voilà une manœuvre bien ſimple, il eſt cependant probable que c'eſt ainſi que ſe fait la premiére préparation de la ſéve, & qu'elle tient lieu aux Plantes de ce grand appareil d'organes deſtinés à la chylification, qui font une partie conſidérable de l'Anatomie des Animaux.

La ſéve ainſi formée, ne peut paſſer dans les Plantes ſans être extrêmement rarefiée & réduite en une ſubſtance ſi mince & ſi tenüe, qu'elle reſſemble mieux à un ſouffle, à une vapeur, ou à une fumée, qu'à une humeur, à un ſuc, ou à une liqueur : c'eſt le ſentiment de M. Grew, qui ſe juſtifie par l'obſervation de la grande quantité d'exhalaiſons qui s'échappent des côteaux frais expoſés au Levant, des couches chaudes, & généralement de toutes les terres fertiles.

Si je trouve donc que la chaleur du Soleil, & celle qui eſt produite par l'action des fluides ſur les ſolides, eſt ſeule capable d'exciter ces vapeurs, il m'eſt inutile d'en chercher une autre cauſe.

Mais toute la méchanique de la circulation de la ſéve conſiſte-t-elle en ce point ? Conçoit-on aiſément comment cette liqueur, quelque rarefiée qu'elle ſoit, pourra par ſa ſeule légereté & ſa force centrifuge, monter juſqu'au haut d'un Arbre, & le faire avec l'effort que l'on conçoit néceſſaire

pour l'épanoüissement des feüilles, des fleurs, des fruits, & pour la crüe générale de toute la Plante.

Cela ne paroît pas probable, car quoiqu'on accorde à M. Grew qu'il est nécessaire que la séve soit ainsi rarefiée, que les racines sont couvertes d'une écorce spongieuse qui se charge & s'imbibe de ces exhalaisons, & que l'on convienne avec ce Physicien que la partie la plus tenüe & la plus subtile de ce suc nourricier passe au travers de cette écorce sans s'y arrêter, & que semblable à cette rosée qui s'échappe du ventricule & des intestins des Animaux, elle va pénétrer, humecter & rendre souples toutes les visceres des Plantes sans suivre la route des vaisseaux. Enfin quoique l'expérience justifie toutes ces choses, il n'en est pas moins constant que la meilleure partie de la séve se rassemble en liqueur dans les racines qu'elle passe en cet état, & non pas en vapeur dans les vaisseaux des Plantes, & qu'ainsi il faut chercher une autre cause de l'ascension de la séve. Rien n'est plus aisé que de se convaincre de tout ceci; car si dans le temps de la séve on coupe les racines ou les tiges de certaines Plantes, la séve est si manifestement en liqueur dans leurs vaisseaux, qu'on la voit tomber par goutte. De ce que je viens de dire, on conçoit, je crois, la nécessité de chercher pour l'explication du mouvement de la séve dans les Plantes une autre cause plus forte, plus active & plus puissante que ces vapeurs, j'en trouve une bien plus simple dans l'examen anatomique des parties des Plantes.

J'ai déja dit qu'elles sont composées d'une multitude de vaisseaux destinés à porter la séve; ces vaisseaux sont garnis en dedans d'une substance médullaire, ou d'un coton très-fin: Malpighi l'a observé, & je l'ai apperçû assés clairement dans les principaux vaisseaux de quelques Plantes. Ce coton a fait penser à quelques Physiciens que la séve montoit dans les Plantes de la même maniére que l'eau monte dans un morceau de drap qui trempe par une de ses extrémités dans l'eau; les expériences faites par M. de la Hire, rapportées dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1693, & ces

mêmes expériences que j'ai faites de différentes maniéres, prouvent qu'elle peut monter assés haut dans les tiges des Plantes, ç'a été le sentiment de Malpighi; M. Rai l'a adopté, & l'usage du paranchime que M. Grew a joint aux exhalaisons, me paroît être à peu-près la même chose. Mais outre que par cette méchanique la séve ne monteroit jamais fort haut, on ne conçoit point encore cette force nécessaire pour l'épanoüissement des feüilles & des fleurs.

Mais si on regarde ces poils, ce duvet, comme l'équivalent de ces valvules qu'on apperçoit si clairement dans les veines des Animaux, valvules que le Microscope n'a pû encore nous faire découvrir dans les Plantes; si on considere que par une certaine direction elles peuvent produire le même effet, en permettant aux liqueurs de monter, & s'opposant à leur retour; de plus si l'on joint à cela la force de la rarefaction de l'air & des liqueurs, l'on concevra aisément que lorsque la rarefaction viendra à augmenter le volume des liqueurs, y ayant une fois un obstacle au retour vers les racines, la séve se portera nécessairement vers l'extrémité des branches jusqu'à ce que la condensation succede, qui diminüant tout-à-coup le volume des liqueurs, causeroit bien-tôt un grand dommage aux Plantes, si le poids de l'air n'obligeoit la liqueur, qui est comme en dépôt dans l'écorce spongieuse des racines, de passer dans les tuyaux pour y remplir le vuide que l'insensible transpiration y auroit pû produire, de sorte que l'air, par sa rarefaction & sa condensation, doit être regardé comme le premier mobile de la séve; de même que le cœur par son mouvement de compression & de dilatation est le premier principe de la circulation du sang; mais les liqueurs, en circulant dans les vaisseaux, perdent continuellement de leur mouvement, soit par les frottements qu'elles ont à souffrir, soit par les obstructions qui se présentent à lever, ou enfin par les obstacles que forment à leur passage les sinuosités & les biffurcations des vaisseaux: c'est pour réparer cette perte de mouvement que la Nature a joint dans les Animaux à l'action du cœur, qui est le premier

principe de la circulation de leur sang, le battement des arteres, la pression des parties solides sur les vaisseaux, & peut-être l'action de l'air qui se rarefie dans le poulmon. Ces causes accélératrices du mouvement sont du moins aussi fortes dans les Plantes; car le vent qui les agite, produit le même effet sur leur liqueur que le jeu des muscles sur celle des Animaux; on n'apperçoit point, à la vérité, de battement dans les vaisseaux des Plantes, & il est même probable qu'il n'y en a point, cependant la réaction de leurs vaisseaux sur les fluides qu'ils contiennent, en tient en quelque maniére lieu; mais l'action de l'air sur leurs liqueurs est aussi bien plus considérable que dans les Animaux. Dans ceux-ci, à l'exception de quelques Insectes, les poulmons n'occupent qu'une petite partie de leur corps, & l'air n'agit que successivement & suivant les loix de la circulation sur la masse de leurs liqueurs. Dans les Plantes au contraire les poulmons, ou plûtôt leurs trachées, occupent un lieu considérable dans leur substance, sont répandües dans toutes leurs parties, & sont tellement entrelassées avec les vaisseaux du suc nourricier, que lorsqu'elles viennent à se gonfler par la rarefaction de l'air, & s'affaisser ensuite par sa condensation, elles pressent & compriment à diverses reprises les vaisseaux de la séve dans le temps que les liqueurs elles-mêmes se rarefient & se condensent, ce qui brise, atténüe, subtilise la séve, & en avance en même temps la circulation *.

Il est bon de faire ici attention que les feüilles sont aussi remplies d'une grande quantité de trachées; car comme elles présentent beaucoup de surfaces à l'air, elles doivent communiquer à la séve tous les effets des moindres changements de l'Atmosphere.

De la supposition de ces principes sur la préparation & le mouvement de la séve, il s'ensuit donc que la rarefaction & la condensation de l'air sont la cause principale de la préparation de la séve dans la terre, de son atténuation avant que de passer dans les racines, de son mouvement, & peut-être

* Si je me sers quelquefois du mot de *circulation* dans ce Mémoire, ce n'est pas que je la regarde comme prouvée & certaine, mais simplement comme probable.

de sa circulation dans les Plantes ; ainsi plus cette rarefaction sera forte, & souvent interrompüe par la condensation, plus le mouvement de la séve sera grand, & par conséquent plus elles profiteront.

C'est ce qui arrive dans ces temps pluvieux, changeants & orageux du Printemps & de l'Eté, dans lesquels on voit assés souvent succéder à un rayon de Soleil chaud & picquant, quelques ondées froides ; à des touffeurs du Midi, des fraîcheurs du Nord, où les vents changent à chaque instant, où quelquefois la rareté de l'air est si considérable, que les hommes & les bêtes ont peine à supporter le travail, que les Poissons souffrent dans l'eau, que les Riviéres boüillonnent, que les Marres & les Etangs se troublent, lorsqu'un orage, un coup de tonnere changent tout-à-coup la température de l'air, & font succéder la condensation par une nuit souvent très-fraîche. Qui ne découvre pas maintenant la cause d'un prompt accroissement des Plantes dans les temps de pluyes ? Tout y contribüe ; des causes particuliéres à chaque endroit, & dans tous une générale. Quelques ondées qui tombent secourent les Plantes qui dans les sables & sur les montagnes périssent faute de substance ; les nuées qui couvrent le Soleil, diminüent la transpiration dont l'abondance faisoit faner les Plantes de la plaine, pendant que les vapeurs & l'humidité de l'air donnent de la souplesse à leurs fibres ; une verse d'eau considérable peut encore être quelquefois utile aux Plantes des vallées par les ravines & les écoulements d'eau qui entraînent avec elles une provision d'aliments qu'elles auront dissoutes dans la plaine. Enfin cette rarefaction prodigieuse de l'air qui précede quelquefois les orages, ranime le mouvement de la séve dans les terroirs ombragés & humides, où elle circule quelquefois si lentement, qu'elle s'y corrompt, & fait périr la Plante. Toutes ces causes sont particuliéres à quelques endroits, mais la cause générale est le changement de l'athmosphere, la condensation & la rarefaction successive de l'air ; elle agit sur toutes les Plantes, c'est elle qui rend les arrosements plus utiles dans des temps que dans d'autres. Ces effets

s'apperçoivent jusqu'au plus profond de l'eau, & c'en est une des plus remarquables, dans les Plantes aquatiques, que leur sensible & prompt accroissement.

C'est dans les saisons de l'année où cette cause a plus de lieu, comme au Printemps, au commencement de l'Été, & au commencement de l'Automne, que les Plantes profitent plus vîte; on s'apperçoit au contraire dans le milieu de l'Eté, où les nuits sont presqu'aussi chaudes que les jours, que les Plantes languissent faute de condensation, & en Hiver faute de rarefaction; la Séve ne circule dans les vaisseaux, qu'autant qu'il faut pour empêcher qu'elle ne se corrompe; enfin ne peut-on pas attribuer les bons effets des couches chaudes à la rarefaction que produit la chaleur des fumiers, interrompüe par la fraîcheur de l'air, puisque si on ne donne point d'air aux cloches, n'y ayant plus lieu à la condensation, les Plantes périssent; ce qui arrive également, si on les met dans la machine du vuide.

Cette recherche physique n'est point stérile, l'Agriculture peut en tirer des avantages par rapport aux arrosements.

Je me suis, par exemple, toûjours bien trouvé dans les grandes chaleurs de l'Eté, de faire arroser le soir plûtôt qu'à toute autre heure du jour, sans doute parce que c'est pendant la fraîcheur & la condensation de la nuit, que la séve passe de l'écorce spongieuse des racines dans les vaisseaux des Plantes; & on peut juger combien une Plante qui a ses vaisseaux ainsi remplis de séve, doit profiter au lever du Soleil, lorsque par la chaleur de ses rayons il vient à échauffer, & les liqueurs contenües dans les vaisseaux, & l'air renfermé dans les trachées.

J'indique les grandes chaleurs pour mon observation; car en Automne, lorsque les nuits sont longues, & les matinées fraîches, il vaut mieux arroser le matin, parce que dans ce temps il n'y a point à apprehender que la condensation manque, & qu'il seroit bien inutile de mettre auprès des racines une eau qui par sa fraîcheur pourroit les endommager, puisqu'en cet état elle est trop condensée pour passer dans la

Plante, & n'a pas affés de mouvement pour fe faire jour & pénétrer jufque dans les pores les plus imperceptibles de la Terre & des fumiers, afin de diffoudre les parties intégrantes de la féve.

De plus, l'eau qui tombe fur les feüilles les attendrit, comme l'on parle ordinairement, & ce qui eft bien juftifié par l'expérience, les rend ainfi plus fenfibles au froid de la nuit.

Enfin j'ai obfervé plufieurs fois, qu'il ne faifoit jamais meilleur arrofer que lorfque le temps femble annoncer de l'orage, parce que, comme je l'ai déja dit, s'il ne tombe point d'eau, on fe met ainfi en état de profiter des différentes altérations de l'air; & s'il en tombe, ce fera rarement affés pour pénétrer jufqu'aux extrémités des racines des Plantes d'une grandeur un peu confidérable.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES FAITES EN DIVERS LIEUX DE L'AMERIQUE MERIDIONALE;

Comparées avec celles qui ont été faites en France.

Par M. CASSINI.

M. DE NAVARRO, Sous-Lieutenant de la Compagnie des Gardes de la Marine à Cadiz, & Commandant d'un Vaisseau du Roy d'Espagne, a envoyé à l'Académie des Sciences un Recüeil d'Observations Astronomiques faites en divers lieux de l'Amérique méridionale, que le Colonel D. Jean d'Herrera & Soto Mayor Ingénieur des Armées du Roy d'Espagne, & Gouverneur du Château de Santa-Fée, a dédié à l'Académie. 17 Sept. 1729.

Ce Recüeil contient les Observations astronomiques faites à Carthagene, Panama & Sainte-Marthe, par D. Jean d'Herrera, depuis l'année 1719 jusqu'en 1728, à Lima; par D. Pedro de Peralta, Docteur en Droit, Controlleur des Comptes de l'Audience Royale, & Professeur Royal de la premiére Chaire de Mathématiques dans l'Université de Saint-Marc; & en diverses Villes de l'Isle de Cube, par le Bachelier D. Marcos Antonio Gamboa, & Ryano, Médecin du Saint-Office, son Notaire, & Examinateur des Livres.

Ces Observations consistent principalement en plusieurs Eclipses de Lune observées en ces diverses Villes, & un grand nombre d'Eclipses des Satellites de Jupiter pour déterminer leur longitude, avec diverses hauteurs tant du Soleil que des Etoiles fixes pour connoître leur latitude.

D. Jean d'Herrera s'est servi, pour les Observations du Soleil, d'un Anneau astronomique, dont le diametre de la partie concave, qui est divisée, est d'un pied 7 pouces, d'une

Lunette de 7 pieds pour les Eclipses de Lune, & d'une de 17 pour les Satellites de Jupiter, avec une Pendule à secondes.

Il ne sçait point de quels instruments s'est servi D. Pedro de Peralta pour ses Observations.

A l'égard de ceux de D. Marcos de Gamboa, ils consistent en un Quart de Cercle de Bronze de 2 pieds de diametre, garni de Lunettes, divisé fort exactement; une Lunette à deux Verres, dont la longueur est de 10 pieds de Paris, avec une Pendule.

Dans les Observations des Eclipses de Lune, D. Jean d'Herrera a observé non-seulement leur commencement & leur fin, mais aussi l'entrée ou la sortie des Taches à l'égard de l'ombre pure, quoiqu'elles fussent encore dans la penombre.

Il a eu aussi soin de rapporter quelques Observations des hauteurs correspondantes du Soleil, qu'il a faites avec son Anneau astronomique pour régler sa Pendule, lesquelles s'accordent à donner l'heure véritable à 7 ou 8 secondes près, ce qui fait voir la précision que l'on peut attendre de ses Observations, que j'ai eu soin de comparer avec les Observations qui ont été faites à Paris, ou dans d'autres lieux, dont la longitude & la latitude sont connües. En voici l'extrait.

Observations faites par D. Jean d'Herrera, à Carthagene.

Eclipse de Lune du 6 Mars 1719.

Le 6 Mars 1719, à Carthagene, commencement de l'Eclipse à	1h	31'	2" mat.
Fin de l'Eclipse	3	55	59
Durée	2	24	57
Milieu de l'Eclipse	2	43	30

D. Jean d'Herrera ne marque pas la grandeur de cette Eclipse, mais il paroît par l'entrée dans l'ombre des Taches qu'il a observées vers le milieu, que sa grandeur étoit d'environ six doigts.

Cette Eclipse n'a pas pû être observée à Paris, parce que son commencement devant arriver, suivant la Connoissance

des Temps, le 6 Mars à 6^h 53′ du matin, 22 minutes après le coucher de la Lune, elle n'a pas paru sur nôtre horizon.

On peut cependant se servir de cette Eclipse & de celles dont on n'a point fait de correspondantes à Paris, pour connoître si les calculs que l'on en a fait, suivant les différentes Tables, s'accordent aux Observations, lorsque l'on connoît d'ailleurs la longitude des lieux où elles ont été faites.

Observation de l'Eclipse de Lune du 28 Juin 1722.

Le commencement de cette Eclipse n'a pû être observé à Carthagene à cause de la clarté du jour, mais on y a déterminé le temps de l'entrée de diverses Taches dans l'ombre & de leur sortie, l'Immersion totale, le commencement de l'Emersion & sa fin. Voici les principales Phases que nous nous contenterons de rapporter ici.

Le 28 Juin 1722, à Carthagene, Pitatus entre dans l'ombre à	7^h	25′	32″
Immersion totale	8	13	34
Emersion totale	9	16	51
Fin de l'Eclipse	10	32	3

Cette Eclipse a été observée à Paris pendant toute sa durée, & nous rapporterons les Phases correspondantes à celles qui ont été observées à Carthagene, pour déterminer la différence des Méridiens entre ces deux Villes.

A Carthagene, Immersion totale à	8^h	13′	24″
A Paris	13	23	46
Différence des Méridiens entre Paris & Carthagene qui est plus à l'Occident	5	10	22

A Carthagene, commencement de l'Emersion à	9^h	16′	51″
A Paris	2	27	20
Différence des Méridiens entre Paris & Carthagene	5	10	29

Fin de l'Eclipſe à Carthagene........	$10^h\ 32'\ 3''$
A Paris..........................	15 35 41
Différence des Méridiens............	5 3 38

Les Obſervations de l'Immerſion totale de la Lune dans l'ombre & du commencement de ſon Emerſion, obſervées à Paris & à Carthagene, s'accordent à donner la durée de l'Eclipſe totale à 7 ſecondes près l'une de l'autre, ce qui eſt d'une aſſés grande préciſion; & déterminent la différence des Méridiens entre ces deux Villes de........ $5^h\ 10'\ 25''$ plus petite de 40 ſecondes qu'elle n'a été trouvée par les Obſervations tant d'Eclipſes de Lune que de Satellites de Jupiter, qui y ont été faites en 1705 par le P. Feüillée.

A l'égard de la différence des Méridiens qui réſulte des Obſervations de la fin de cette Eclipſe, elle ſe trouve de.............................. $5^h\ 3'\ 38''$ beaucoup plus petite que par l'Immerſion & l'Emerſion, ce qui peut provenir en partie de ce qu'à Paris on n'a pas pû diſtinguer avec exactitude la fin de l'Eclipſe, à cauſe que le crépuſcule étoit déja fort grand, comme on l'a remarqué dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de l'année 1722.

Par la comparaiſon des autres Phaſes, on trouve que depuis le commencement de l'Eclipſe juſqu'à l'Immerſion la différence des Méridiens eſt plus grande que celle que l'on a déterminée ci-deſſus, & qu'elle eſt plus petite depuis le commencement de l'Emerſion juſqu'à la fin de l'Eclipſe, ce qui vient de ce qu'on a déterminé à Carthagene l'entrée des Taches dans l'ombre & leur ſortie dans le temps que l'ombre n'étoit pas ſi forte que celle que l'on a choiſie à Paris pour déterminer les mêmes Phaſes; d'où il réſulte que l'on a marqué à Carthagene l'entrée des Taches plûtôt qu'à Paris, & que leur ſortie y a été obſervée plus tard, ce qu'il eſt à propos de remarquer pour la comparaiſon des autres Eclipſes.

Observation de l'Eclipse de Lune du 9 Mai 1724.

Le 9 Mai 1724, à Carthagene, commencement à	2^h	14′	42″	mat.
Fin de l'Eclipse	4	31	0	
Durée	2	16	18	
Milieu	3	22	51	

Cette Eclipse est arrivée de jour à Paris, où elle n'a pas pû être observée, la Lune étant alors sous nôtre horizon.

Observation de l'Eclipse de Lune du 31 Octobre 1724.

Le 31 Octobre 1724, à Carthagene, commencement à	9^h	24′	49″.
Fin de l'Eclipse	11	56	11
Durée	2	31	22
Milieu	10	40	30

Cette Eclipse a été observée à Paris; & pour comparer nôtre Observation à celle de Carthagene, nous avons jugé devoir prendre la différence des Méridiens qui résulte du milieu de l'Eclipse observé de part & d'autre, parce que quand même l'on auroit choisi pour déterminer les Phases, l'ombre plus forte dans un endroit que dans un autre, la différence des Méridiens qui résulte de la détermination du milieu est de la même précision, pourvû que dans chacune de ces Observations on ait toûjours choisi le même terme de l'ombre.

Le 31 Octobre 1724, commencement à Paris à	14^h	33′	30″
Fin à Paris	17	6	30
Milieu à Paris	15	50	0
Milieu à Carthagene	10	40	30
Différence des Méridiens entre Paris & Carthagene	5	9	30

Par l'Observation de cette Eclipse, que j'ai faite à Thury, & qui est rapportée dans les Mémoires de l'Académie de

l'année 1724, le milieu est arrivé au Méridien de Paris à......................... 15^h 51′ 12″

D'où l'on trouve la différence des Méridiens entre Paris & Carthagene de 5 10 42 plus approchante de celle que l'on a déterminée par l'Observation précédente.

Observation de l'Eclipse totale de Lune du 27 Avril 1725.

Le 27 Avril 1725, à Carthagene, Timocharis entre dans l'ombre à.........................	2^h	8′	41″ mat.
Immersion totale.........................	2	44	41
Commencement de l'Emersion..........	4	31	16
La Mer Caspienne commence à sortir...	5	30	6

On n'a pas pû observer à Carthagene la fin ni le commencement de cette Eclipse à cause des nuages, mais on y a vû l'Immersion totale de la Lune dans l'ombre & le commencement de son Emersion qui sont les Phases principales, & que l'on détermine avec le plus d'évidence.

Suivant ces Observations la durée de l'Eclipse totale a été de.........................	1^h	46′	35″
Et le milieu est arrivé à.................	3	37	58

Cette Eclipse n'a pas pû être observée à Paris, où elle est arrivée de jour, la Lune étant sous nôtre horizon.

Observation de l'Eclipse de Lune du 10 Octobre 1726.

Le 10 Octobre 1726, à Carthagène, commencement à.........................	10^h	33′	47″.
Fin de l'Eclipse.........................	13	6	2
Durée.........................	2	32	15
Milieu.........................	11	49	54

Cette Eclipse n'a pas été observée à Paris, où le Ciel fut couvert pendant toute sa durée.

Observation de l'Eclipse de Lune du 25 Février 1728.

Le 25 Février 1728, à Carthagene, commencement à	0h	43'	36"	mat.
Fin de l'Eclipse	3	34	3	
Durée	2	50	27	
Milieu	2	3	49	

Les Phases de cette Eclipse n'ont pas pû être observées à Paris, son commencement y ayant dû arriver sur les six heures du matin, temps où la lumiére du jour étoit trop grande pour qu'on pût l'appercevoir.

Observations des Eclipses de Jupiter, faites à Carthagene par D. Jean d'Herrera.

Le 27 Fevrier 1722, à Carthagene, Immersion du 1.er Satellite dans l'ombre de Jupiter à	1h	36'	21"	mat.
Le 22 Mars, Immersion	1	49	45	mat.
Le 15 Juin, Emersion	2	49	43	mat.
Le 21 Avril, Immersion	3	58	44	mat.
Le 9 Juin, Emersion du 1.er Satellite	7	28	34	soir.
Le 15 Juin, Emersion	2	49	43	mat.
Le 16 Juillet, Emersion	11	23	41	soir.
Le 1 Août, Emersion	9	42	17	soir.
Le 8 Août, Emersion	11	38	10	soir.
Le 19 Mai 1723, Immersion du 1.er Satellite	1	41	55	mat.
Le 28 Juin, Emersion	8	44	55	soir.
Le 16 Septembre 1724, Emersion du 1.er Satellite	9	7	47	soir.
Le 9 Octobre, Emersion	9	29	22	soir.

Entre les Observations que nous avons faites à Paris, nous en trouvons une qui a été faite dans le même temps qu'à Carthagene, & plusieurs autres qui ont été faites dans l'intervalle d'une ou d'un petit nombre de révolutions avant & après, ce qui donne le moyen de déterminer avec précision

la différence des Méridiens entre ces deux Villes. Nous les rapporterons ici.

Observations des Eclipses des Satellites de Jupiter faites à Paris.

Le 8 Mars 1722, à Paris, Immersion à	3^h	8′	15″	mat.
Le 16 Avril	1	45	14	mat.
Le 2 Juin, Emersion	10	45	0	soir.
Le 3 Août, Emersion	9	22	55	soir.
Le 21 Mai 1723, Immersion	1	21	43	mat.
Le 28 Juin, Emersion	8	44	53	soir.
Le 6 Septembre, Emersion	7	32	58	soir.
Le 25 Septembre, Emersion du 1.er Satellite à Thury, qui est plus occidental que Paris de 6 secondes, à ...	10	45	28	soir.
Le 11 Octobre, Emersion à Paris ...	9	9	29	soir.

Pour déterminer, par le moyen de ces Observations, la différence des Méridiens entre Paris & Carthagene, nous avons employé l'Observation qui a été faite en même temps dans ces deux Villes, avec celles que l'on a faites à Paris, une révolution immédiatement avant ou après, que nous avons ajoûtée au temps observé à Paris, ou que nous en avons retranchée pour avoir le temps de l'Eclipse corrigé pour le Méridien de Paris, en cette maniére :

Le 3 Août 1722, à Paris, Emersion du 1.er Satellite de Jupiter à		9^h	22′	55″
Temps que le Satellite a employé à faire une révolution	1^j	18	28	53
Donc le 1 Août à Paris, Emersion, temps corrigé à		14	54	2
Le 1 Août, à Carthagene		9	42	17
Différence des Méridiens entre Paris & Carthagene		5	11	45
Le 21 Mai 1723, à Paris, Immersion ...		1	21	43 mat.

Temps

Temps que le 1.er Satellite a employé à faire une révolution 1j	18h	28′	27″	mat.
Donc le 19 Mai, à Paris, Immersion, temps corrigé, à	6	53	16	
Le 19 Mai, à Carthagene	1	41	55	
Différence	5	11	21	
Le 28 Juin, Immersion, à Carthagene	8	44	55	
Le 28 Juin, à Paris	13	56	0	
Différence des Méridiens entre Paris & Carthagene	5	11	5	

précisément de même que celle qui a été déterminée par le P. Feüillée.

Le 11 Octobre 1724, à Paris, Immersion à	9	9	29	
Temps que le Satellite a employé à faire une révolution 1j	18	29	0	
Donc le 9 Octobre, à Paris, Emersion, temps corrigé, à	14	40	29	
Le 9 Octobre, à Carthagene	9	29	22	
Différence des Méridiens entre Paris & Carthagene	5	11	7	

La différence des Méridiens qui résulte des Observations dont l'on n'a pas fait de correspondantes à Paris, ne s'éloigne que de quelques secondes, de celle que l'on a trouvée par les Observations immédiates de .... 5h 11′ 5″ à laquelle nous nous arrêtons comme devant être plus exacte, & d'ailleurs conforme à celle qui a été déterminée par le P. Feüillée, ce qui fait voir la précision avec laquelle D. Jean d'Herrera a fait ses Observations.

Observations des Hauteurs Méridiennes du Soleil & de quelques Etoiles fixes, pour déterminer la Latitude de Carthagene.

Le 23 & le 26 Mai 1709, hauteur méridienne de la premiére de la queüe de la grande Ourse, de... 43d 53′ 0″
D'où ôtant la refraction de .... 0d 1′ 3″.

Reste la hauteur véritable............	43	51	57
Complément de la déclinaison de cette Etoile..........................	32	25	50
Donc hauteur du Pole boréal.........	10	26	7

Le 24 & le 26 Mai 1709, hauteur méridienne de la moyenne de la queüe de la grande Ourse de...	43d	59′	10″
Refraction..........................	0	1	1
Donc hauteur véritable	43	58	9
Complément de la déclinaison	33	21	51
Donc hauteur du Pole	10	26	18

Le 24 Mai 1709, hauteur méridienne de l'extrémité de la grande Ourse de...............	49d	40′	0″
Refraction..........................	0	0	50
Hauteur véritable...................	49	39	10
Complément de la déclinaison........	39	11	42
Donc hauteur du Pole...............	10	27	28

Le 23 Février 1719, hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil de..................	70d	0′	0″
Refraction.........................	0	0	21
Donc hauteur véritable............	69	59	39
Demi-diametre du Soleil...........	0	16	15
Donc hauteur du centre	69	43	24
Déclinaison méridionale............	9	49	41
Donc hauteur de l'Equateur........	79	33	5
Et hauteur du Pole	10	26	55

Le 25 Février 1719, hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, de.................	70d	45′	0″
Refraction.........................	0	0	20
Donc hauteur véritable.............	70	44	40
Demi-diametre du Soleil...........	0	16	15
Donc hauteur du centre............	70	28	25
Déclinaison méridionale	9	5	26
Donc hauteur de l'Equateur........	79	33	51
Et hauteur du Pole à Carthagene....	10	26	9

Prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte de ces différentes Observations, on aura la hauteur du Pole de Carthagene de.................. 10^d 26′ 35″ plus petite de 3 minutes que celle qui y a été déterminée par le P. Feüillée en 1705 par le moyen d'un Anneau astronomique de pareille grandeur, que nous conjecturons être le même dont s'est servi D. Jean d'Herrera. Le P. Feüillée ayant marqué dans le Journal des Observations du 10 Mai 1706, page 419, qu'il avoit envoyé ses instruments à D. Jean d'Herrera avant de repasser en France.

J'ai vérifié tous les éléments dont cet Officier s'est servi pour déterminer la hauteur du Pole, qui m'ont paru exacts, de sorte qu'on ne peut rejetter cette différence dans la latitude de Carthagene que sur la difficulté qu'il y a d'observer les hauteurs avec une plus grande précision, par le moyen d'un Anneau astronomique.

Observations faites par D. Jean d'Herrera, à Panama.

Eclipse de Lune du 26 Mars 1717.

	h	′	″
Le 26 Mars 1717, à Panama, commencement à..............................	8	24	32
Fin de l'Eclipse..............................	11	12	5
Durée..............................	2	47	33
Milieu..............................	9	48	18

Cette Observation a été faite à Paris, où l'on a marqué le

	h	′	″
commencement, suivant M. de la Hire, à	13	55	0
La fin, suivant M. de la Hire........	16	38	25
Suivant nos Observations...........	16	38	10
Durée à Paris..................	2	43	25

plus petite de 4 minutes que celle qui a été observée par D. Jean d'Herrera, ce qui peut venir, comme je l'ai remarqué ci-dessus, de ce qu'il a jugé le commencement & la fin de l'Eclipse, lorsque l'ombre de la Terre n'étoit pas aussi forte que celle que l'on a choisie à Paris pour y déterminer les

Phases de l'Eclipse, c'est pourquoi nous comparerons ensemble le temps du milieu de l'Eclipse qui est arrivé, suivant les Observations de M. de la Hire, le 26 Mars

A Paris	15^h	$16'$	$42''$
A Panama	9	48	18
Différence des Méridiens entre Paris & Panama	5	28	24

Suivant cette Observation la différence de longitude entre Paris & Panama est de.............. 82^d $6'$ $0''$ éloignée seulement de 4 minutes de degré vers l'Orient de la différence de longitude entre Paris & Portobello qui résulte d'une Observation du premier Satellite de Jupiter que le P. Feüillée y a faite le 7 Octobre 1704, qu'il a marquée par erreur *(page 325 du 3.me vol.)* de 67^d $10'$, & qui est de 82^d $10'$.

La différence des Méridiens entre ces deux Villes s'accorde assés exactement à leur situation marquée dans la Carte de M. Delisle, où Panama est à peu-près sous le même Méridien que Portobello, un peu vers l'Orient.

Observations des Hauteurs Méridiennes du Soleil, pour déterminer la Latitude de Panama.

Le 31 Février 1717, à Panama, hauteur apparente du bord inférieur du Soleil de	63^d	$30'$	$0''$
Refraction moins la parallaxe	0	0	25
Donc hauteur véritable	63	29	35
Demi-diametre du Soleil	0	16	19
Donc hauteur du centre	63	45	54
Déclinaison méridionale	17	15	15
Donc hauteur de l'Equateur	81	1	9
Et hauteur du Pole à Panama	8	58	51
Le 1 Février, hauteur apparente du bord inférieur de	63^d	$48'$	$0''$
Le 2 Février	64	5	0

Le 5 Février	64^d	58′	0″
Le 7 Février	65	35	0
Le 8 Février	65	55	0

Prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte des Observations du 31 Janvier & des jours suivants, on aura la hauteur du Pole de Panama de .... 8^d 58′ 50″

Suivant les Observations du P. Feüillée, la hauteur du Pole de Portobello est de .... 9^d 33′ 0″

Ainsi la différence de latitude entre Panama & Portobello est de 34′ 10″ de degré d'un grand Cercle, ou de 32500 toises qui mesurent assés exactement la distance entre ces deux Villes, qui sont à peu-près Nord & Sud, ce qui donne la largeur du Détroit de Panama en cet endroit de 14 lieües communes de France.

Observations faites par D. Jean d'Herrera dans la Ville de Sainte-Marthe.

Le 20 Août 1723, à Sainte-Marthe, Emersion du 1.er Satellite de l'ombre de Jupiter à	11^h	8′	55″
Le 5 Septembre	9	33	27

Ces deux Observations n'ont pas été faites à Paris, mais on y a observé une Emersion du 1.er Satellite de l'ombre de Jupiter le 22 Août 1723 à Paris, à... 10^h 44′ 33″.

Et le 31 Août à Thury une Emersion à	7	10	34
Qui réduite au Méridien de Paris, y est arrivée le 31 Août à..............	7	10	40

Suivant ces Observations la révolution apparente du 1.er Satellite de Jupiter étoit alors d'un jour 18^h 29′ 13″.

Qui étant retranchée du 22 Août à...	10	44	33
Donne le temps corrigé de l'Emersion du 1.er Satellite le 20 Août à Paris, à...	16	15	20
Le 20 Août à Sainte-Marthe	11	8	55
Donc différence des Méridiens entre Paris & Sainte-Marthe	5	6	25

Si l'on ajoûte de même à l'Emerſion du 31 Août qui eſt arrivée à Paris à	7^h	10'	40"
L'intervalle entre trois révolutions du 1.er Satellite de Jupiter qui eſt de . . .	5^j 7	27	39
On aura le temps corrigé de l'Emerſion du 1.er Satellite le 5 Sept. à Paris à	14	38	19
Le 5 Septembre à Sainte-Marthe	9	33	27
Différence des Méridiens entre Paris & Sainte-Marthe	5	4	52

Prenant un milieu entre ces deux déterminations, l'on aura la différence des Méridiens entre Paris & Sainte-Marthe.

de	5^h	5'	38"
Plus orientale que Carthagene de	0	5	27
Ou	1^d	21	45

Obſervations des Hauteurs Méridiennes du Soleil, pour déterminer la Latitude de Sainte-Marthe.

Le 16 Août 1723, à Sainte-Marthe, hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil qui étoit vers le Nord, de	87^d	45'	30"
Refraction	0	0	3
Hauteur véritable	87	45	27
Demi-diametre du Soleil	0	15	54
Donc hauteur véritable	87	29	33
Déclinaiſon ſeptentrionale	13	50	20
Donc diſtance de l'Equateur au point de l'horizon qui eſt vers le Nord . . .	101	19	53
Et hauteur du Pole à Sainte-Marthe . . .	11	19	53
Le 17 Août hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil	88	4	0

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui réſulte de ces deux Obſervations, on a la hauteur du Pole de Sainte-Marthe de . . . . 11^d 26' 40"
plus grande que celle de Carthagene d'un degré.

Observations faites par D. Jean Pedro de Peralta, à Lima.

Eclipse de Lune du 26 Mars 1717.

Le 26 Mars, à Lima, commencement à	8h	41′	8″
Fin de l'Eclipse	11	19	55
Durée	2	38	47
Milieu	10	0	31

Cette Eclipse a été observée à Paris & à Panama, & sa durée est plus petite que celle que l'on a déterminée à Paris, ce qui vient de ce que l'on a déterminé à Lima le commencement & la fin, lorsque le terme de l'ombre étoit plus fort que celui que l'on a observé à Paris, tout au contraire de ce qui est arrivé à Panama, où l'on a pris le terme de l'ombre plus foible, c'est pourquoi nous examinerons ce qui résulte du milieu de l'Eclipse observé de part & d'autre.

Milieu de l'Eclipse à Lima, à	10h	0′	31″
A Panama	9	48	18
A Paris	15	16	42
Différence des Méridiens entre Lima & Panama qui est plus à l'Occident	0	12	13
Entre Paris & Lima	5	16	11

Observation de l'Eclipse totale de la Lune du 27 Avril 1725.

Le 25 Avril 1725, à Lima, commencement à	1h	34′	28″ mat.
Immersion totale	2	37	29
Commencement de l'Emersion	4	23	41
Fin de l'Eclipse	5	29	49
Durée de l'Eclipse	3	55	21
Durée de l'Immersion totale	1	46	12
Milieu de l'Eclipse tiré du commencement & de la fin	3	32	8
Milieu de l'Eclipse tiré de la durée de l'Immersion	3	30	35

Cette Eclipſe n'a pas pû être obſervée à Paris, où elle eſt arrivée de jour, la Lune étant ſous l'horizon; mais on a obſervé à Carthagene l'Immerſion totale & l'Emerſion d'où l'on a tiré le milieu à .... $3^h\,37'\,58''$

Milieu à Lima, tiré des mêmes Phaſes..	3	30	35
Différence des Méridiens entre Lima & Carthagene..................	0	7	23
Qui étant ajoûtée à la différence des Méridiens entre Paris & Carthagene de	5	11	5
Donne la différence des Méridiens entre Paris & Lima de..............	5	18	28

plus grande de 2′ 17″ que par la comparaiſon précédente.

Prenant un milieu, on aura la différence des Méridiens entre Paris & Lima de .... $5^h\,17'\,20''$ plus grande de 42 ſecondes que celle que le P. Feüillée a déterminée *(p. 666, 2.d vol.)* par les Obſervations faites à Lima par M. Durand en 1710, comparées aux nôtres.

Obſervations de la Hauteur Méridienne du Soleil, pour déterminer la Latitude de Lima.

Le 1 Octobre 1718, à Lima, hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil vers le Nord de	81^d	15′	0″
Refraction..........................	0	0	11
Donc hauteur véritable..............	81	14	49
Demi-diametre du Soleil............	0	16	5
Donc hauteur du centre.............	80	58	44
Déclinaiſon méridionale............	3	13	30
Donc diſtance de l'Equateur au point de l'horizon vers le Nord.........	77	45	14
Et hauteur du Pole auſtral..........	12	14	46
Le 2 Octobre hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil..........	81	38	0
Le 4 Octobre......................	82	25	0
Le 13 Octobre.....................	85	51	0

Suivant ces Obſervations, on trouve la hauteur du Pole de Lima de .... $12^d\,14'\,52''$

Cette

Cette hauteur eſt plus grande de 13 minutes que celle qui y a été obſervée par le P. Feüillée avec un Quart de Cercle de 15 pouces de rayon. Comme on ne ſçait pas de quels inſtruments s'eſt ſervi D. Pedro de Peralta, il n'eſt pas poſſible de porter un jugement certain ſur l'exactitude de ſes Obſervations.

Obſervations faites dans l'Iſle de Cube, par D. Marcos Antonio de Gamboa, à la Trinité.

Obſervation d'une Eclipſe totale de Lune du 28 Mai 1714.

Le 22 May 1714, à la Trinité, commencement à	11^h	56′	23″
Immerſion totale	12	55	50
Commencement de l'Emerſion	14	38	7
Fin de l'Eclipſe	15	39	53
Durée de l'Eclipſe	3	43	30
Durée de l'Immerſion totale	1	42	17
Milieu tiré du commencement & de la fin	13	48	8
Milieu tiré de la durée de l'Immerſion	13	46	58

Cette Eclipſe n'a pas été obſervée à Paris, où elle eſt arrivée de jour.

Obſervations de la Hauteur Méridienne de diverſes Etoiles, pour déterminer la Latitude de la Ville de la Trinité.

Le 17 Avril 1714, hauteur méridienne apparente de l'Etoile qui eſt dans le dos de la grande Ourſe de	48^d	30′	30″
Refraction	0	0	53
Hauteur véritable	48	29	37
Diſtance de cette Etoile au Pole boréal	26	42	27
Donc hauteur du Pole de la Trinité	21	47	10
Le 21 Avril, hauteur méridienne de la même Etoile	48	30	40

Le 20 Avril, hauteur méridienne apparente de l'Etoile qui est à la naissance de la queüe de la

grande Ourse...................	53^d	10'	0"
Refraction.........................	0	0	45
Hauteur véritable..................	53	9	15
Distance de cette Etoile au Pole boréal..	31	21	13
Donc hauteur du Pole.............	21	48	2

Le même jour, hauteur méridienne apparente de l'Etoile qui est la premiére de la queüe de la

grande Ourse...................	54^d	16'	0"
Refraction.........................	0	0	43
Hauteur véritable..................	54	15	17
Distance de cette Etoile au Pole boréal..	32	26	51
Donc hauteur du Pole.............	21	48	26

J'ai employé dans ces deux derniéres Observations, la déclinaison de ces Etoiles, tirée des Tables de M. Flamsteed, qui différe d'environ deux minutes de celle dont on s'est servi pour déterminer la hauteur du Pole de la Ville de la Trinité.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura la hauteur du Pole de la Ville de la Trinité de............................. 21^d 47' 45".

Observations faites dans la Ville du Saint-Esprit.

Le 25 Octobre 1714, au Saint-Esprit, Emersion du 1.er Satellite de Jupiter, Temps vrai à... 8^h 19' 54"

Cette Observation de même que les suivantes, ont été faites avec une Lunette de 10 pieds, plus petite de 5 à 6 pieds que celles dont nous nous sommes servi pour faire les Observations correspondantes; d'où il suit qu'on a dû y voir les Immersions plûtôt & les Emersions plus tard d'une certaine quantité, qu'on a trouvée par expérience d'environ 30 secondes, qu'il faut par conséquent retrancher de l'Emersion observée le 25 Octobre 1714, pour avoir le temps de cette Emersion à............................ 8^h 19' 24"

Cette Emersion n'a pas été observée à Paris, mais on y a observé celle qui a suivi immédiatement le 27 Octobre

1714 à		8h	15′	59″
Donc retranchant une revolution qui étoit alors de	1j	18h	27′	57″
On aura cette Emersion à Paris, temps corrigé, le 25 Octobre à		13	48	2
Emersion à la Ville du Saint-Esprit		8	19	24
Donc différence des Méridiens entre Paris & la Ville du Saint-Esprit		5	28	38

Observations de la Hauteur Méridienne de diverses Etoiles fixes, pour déterminer la Latitude du Saint-Esprit.

Le 4 Fevrier 1715, hauteur méridienne apparente de Sirius, de	51d	41′	35″
Refraction	0	0	48
Hauteur véritable	51	40	47
Déclinaison australe de Sirius	16	21	20
Donc hauteur de l'Equateur	68	2	7
Et hauteur du Pole	21	57	53
Le 7 Fevrier, hauteur méridienne de Sirius	51	42	50
Le même jour, hauteur méridienne de Rigel	59	29	0
Refraction	0	0	35
Hauteur véritable	59	28	25
Déclinaison australe	8	34	10
Donc hauteur de l'Equateur	68	2	35
Et hauteur du Pole	21	57	35
Le 8 Fevrier, hauteur de Rigel	59	29	23

On a employé dans ces Observations la déclinaison de ces Etoiles, tirée de nos Tables; & l'on a trouvé, en prenant un milieu, la hauteur du Pole de la Ville du Saint-Esprit, de . . . . 21d 57′ 25″
plus septentrionale que la Ville de la Trinité de 9′ 40″.

Observations faites dans la Ville de S.te Marie du Port du Prince.

Le 15 Aoust 1714, au Port du Prince, Emersion du 1.er Satellite de l'ombre de Jupiter à....	10h	48'	53"
Secondes à retrancher à cause de la différence des Lunettes..............	0	0	30
Emersion, heure véritable..........	10	48	23
Le 15 Aoust 1714, Emersion observée à Paris, à....................	16	11	1
Différence des Méridiens entre Paris & la Ville de S.te Marie du Port du Prince..........................	5	22	38

Observations pour la Latitude du Port du Prince.

Le 20 Août 1714, hauteur méridienne d'Antares de............................	42d	48'	40"
Refraction.......................	0	1	3
Hauteur véritable..................	42	47	37
Déclinaison australe................	25	46	0
Donc hauteur de l'Equateur.........	68	33	37
Et hauteur du Pole de la Ville du Port du Prince......................	21	26	23

Observations faites dans la Ville de la Havane.

Eclipse de Lune du 11 Avril 1715.

Le 11 Avril 1715, à la Havane, commencement à..........................	9h	23'	9"
Fin de l'Eclipse....................	12	10	20
Durée..........................	2	47	11
Demi-durée.....................	1	23	35
Milieu..........................	10	46	44

Cette Eclipse n'a pas pû être observée à Paris, à cause que le Ciel y fut couvert pendant toute sa durée; mais nous avons

l'Observation faite à Marseille par le P. Feüillée, qui détermina son commencement à......... 15^h 13′ 51″
Et sa fin à........................ 18 1 13
Ce qui donne sa durée fort approchante de celle qui a été observée à la Havane, de........ 2^h 47′ 22″
Et le milieu à Marseille à........... 16 37 32
Milieu à la Havane................. 10 46 44
Différence des Méridiens entre Marseille & la Havane..................... 5 50 48
De laquelle si l'on ôte la différence des Méridiens entre Paris & Marseille, qui a été déterminée par un grand nombre d'Observations, de............... 0^h 12′ 28″
On aura la différence des Méridiens entre Paris & la Havane, de........ 5 38 20
Donc la Havane est plus occidentale que Paris.

Observation de l'Eclipse de Lune du 8 Juillet 1721.

Commencement à la Havane.......	13^h	25′	47″
Fin..............................	16	45	57
Durée............................	3	20	10
Demi-durée.......................	1	40	5
Milieu...........................	15	5	52

Cette Eclipse n'a pas été observée à Paris, où elle est arrivée de jour, la Lune étant sous nôtre horizon.

Observation de l'Eclipse de Lune du 31 Octobre 1724.

Le 31 Octobre 1724, commencement à la Havane, de..............................	8^h	54′	54″
Fin..............................	11	29	25
Durée............................	2	34	31
Milieu à la Havane................	10	12	9
Cette Eclipse a été observée à Paris, où l'on a déterminé son milieu à.....	15	50	0
Donc différence des Méridiens entre Paris & la Havane..............	5	37	51

Elle a auſſi été obſervée à Carthagene, où l'on a déterminé ſon milieu à...	10	40	30
Donc différence des Méridiens entre Carthagene & la Havane qui eſt plus à l'Occident	0	28	21

Obſervation de l'Eclipſe totale de Lune du 26 Avril 1725.

Le 26 Avril 1725, à la Havane, commencement à..........................	13h	11'	42"
Immerſion totale	14	15	14
Commencement de l'Emerſion......	16	3	22
Fin de l'Eclipſe	17	8	42
Durée de l'Eclipſe..................	3	57	0
Durée de l'Immerſion totale.........	1	48	8
Milieu tiré du commencement & de la fin..........................	15	10	12
Milieu tiré de la durée de l'Immerſion totale..........................	15	9	18

Cette Eclipſe n'a pas été obſervée à Paris, où elle eſt arrivée de jour, la Lune étant ſous nôtre horizon; mais on en a fait l'Obſervation à Carthagene, où le milieu tiré de la durée de l'Immerſion totale, eſt arrivé à.... 15h 37' 38"

Milieu à la Havane..................	15	9	18
Donc différence des Méridiens entre Carthagene & la Havane..........	0	28	20

à une ſeconde près de celle que l'on a trouvée par l'Obſervation du 31 Octobre 1724.

Obſervation du premier Satellite de Jupiter.

Le 27 Août 1725, à la Havane, Immerſion du 1.er Satellite de Jupiter à.................... 9h 31' 32"
à laquelle il faut ajoûter 30 ſecondes, à cauſe qu'on s'eſt ſervi pour cette Obſervation d'une Lunette de dix pieds, & on aura l'heure corrigée de cette Immerſion à la Havane à.............................. 9 32 2

Cette Immerſion n'a pas été obſervée à Paris; mais on a obſervé à Thury le 29 Août l'Immerſion du 1.er Satellite

de Jupiter à	9h	37′	36″.
Ce qui donne le temps de cette Immerſion à Paris à	9	37	42
Retranchant une revolution de ce Satellite qui étoit alors d'un jour	18	29	6
On aura l'Immerſion de ce Satellite à Paris le 27 Août à	15	8	36
Le 27 Août, à la Havane	9	32	2
Donc différence des Méridiens entre Paris & la Havane	5	36	34

Obſervations des Hauteurs Méridiennes des Etoiles fixes, pour trouver la Latitude de la Havane.

Le 4 Mars 1717, hauteur méridienne de Sirius de	50d	28′	0″.
Refraction	0	0	50
Hauteur véritable	50	27	10
Déclinaiſon auſtrale de Sirius	16	21	30
Donc hauteur de l'Equateur	66	48	40
Et hauteur du Pole de la Havane	23	11	20
Le 9 Mars, hauteur méridienne de Procyon de	72d	44′	0″
Refraction	0	0	18
Hauteur véritable	72	43	42
Déclinaiſon boréale	5	56	6
Donc hauteur de l'Equateur	66	47	36
Et hauteur du Pole	23	12	24

En prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la hauteur du Pole de la Havane, de... 23d 11′ 52″

Toutes ces Obſervations paroiſſent avoir été faites avec beaucoup d'exactitude; ce que l'on peut juger par la comparaiſon que nous en avons faite avec celles du P. Feüillée, auſquelles elles s'accordent avec autant de préciſion qu'on peut

le souhaiter, à la reserve de la hauteur du Pole de Lima, où l'on peut conjecturer que l'on a pris la hauteur du bord supérieur du Soleil à la place de celle du centre du Soleil.

Nous avons par le moyen de ces Observations, le temps & la durée de plusieurs Éclipses de Lune, que nous n'avions pas pû observer à Paris; ce qui sert pour la théorie de cette Planete. Mais une des principales utilités que l'on en retire, est la détermination géographique de plusieurs lieux de l'Amérique méridionale, & sur-tout de l'Isle de Cube, dont la situation exacte n'étoit pas encore connüe.

Différence des Méridiens entre Paris & divers lieux de l'Amerique, avec leur Latitude.

Différence de longitude entre Paris & la Ville de Sainte-Marthe	76ᵈ	24′	30″
Latitude	11	26	40
Différence entre Paris & Carthagene	77	46	15
Latitude	10	26	35
Différence entre Paris & Lima	79	20	0
Latitude douteuse	12	14	52
Différence entre Paris & Panama	82	6	0
Latitude	8	58	50
Différence entre Paris & Sainte-Marie du Port du Prince dans l'Isle de Cube	80	39	30
Latitude	21	26	23
Différence entre Paris & la Ville du Saint-Esprit	82	9	30
Latitude	21	57	25
Différence entre Paris & la Ville de la Havane	84	85	30
Latitude	23	11	52
Latitude de la Ville de la Trinité	21	47	45



COMPARAISON

COMPARAISON

Entre quelques Machines mûës par les courants des Fluides.

Où l'on donne une Méthode très-ſimple de comparer l'effet de celles dont l'Arbre qui porte les Aîles ou Aubes eſt perpendiculaire au courant de l'eau, à l'effet de celles dont le même Arbre eſt parallele au courant.

Par M. PITOT.

JE diviſe ce Mémoire en quatre articles principaux. Dans le premier, je donne les principes des impulſions des fluides contre des ſurfaces planes, & la décompoſition de la force totale de l'impreſſion du fluide ſur la ſurface en deux forces latérales perpendiculaires & paralleles à la direction du fluide. Dans le ſecond, je donne la conſtruction d'une Table des expreſſions des trois forces; ſçavoir, de la force totale de l'action des fluides ſur la ſurface, & des deux latérales paralleles & perpendiculaires pour tous les Arcs du Quart de Cercle de 30 en 30 minutes, ce qui ſuffit pour la pratique: cette Table ſert également pour l'Eau & le Vent. Dans le troiſiéme, je donne la méthode de calculer & de faire la comparaiſon des forces des différentes Machines. Je prends pour exemples celles que M.[rs] Boulogne, Caron & Duguet ont propoſées pour remonter les Bateaux ſans le ſecours des Chevaux. J'examine principalement ſi une nouvelle Machine, que propoſe M. Duguet, feroit plus ou moins d'effet, étant executée, que celle de M.[rs] Boulogne & Caron, dont les épreuves ont été faites en grand en préſence des Commiſſaires nommés par l'Académie. Enfin dans le quatriéme article, je fais voir que la diſtance plus ou moins grande du centre d'impulſion de l'eau à l'axe ou arbre de la roüe de 14 Dec. 1729.

Moulin ne change point l'effet de la Machine, ſa quantité de mouvement reſtant toûjours la même tant que la vîteſſe de l'eau ou du vent reſte la même.

Fig. 1. I. Lorſqu'une ſurface plane *MRN* reçoit obliquement l'impulſion d'un fluide ſuivant une direction quelconque *LPR*, il eſt évident 1.° Que ſi l'on prend *MR* pour le ſinus total, *MP* ſera le ſinus d'incidence. 2.° Que la direction ſelon laquelle la ſurface eſt pouſſée par le fluide, eſt toûjours perpendiculaire à la même ſurface. 3.° Qu'on peut décompoſer l'expreſſion de la force avec laquelle la ſurface eſt pouſſée par l'action du fluide dans la direction *RI*, perpendiculaire à la ſurface en deux forces latérales; l'une ſuivant *RK*, perpendiculaire à la direction du fluide, & l'autre ſuivant *RL*, parallele à la même direction: mais ſi on prend la longueur *MR* pour l'expreſſion de la force de l'impulſion du fluide, lorſqu'il rencontre la ſurface dans la direction perpendiculaire, *MQ* ſera l'expreſſion de la force de l'impulſion oblique ſuivant l'angle d'incidence *MRP*. Prenant donc *RI* perpendiculaire à la ſurface & égale à *MQ*, ſi l'on décompoſe cette force *RI* en deux latérales *RK*, *RL*, perpendiculaires & paralleles à la direction du fluide, *RK* ſera l'expreſſion de l'effort perpendiculaire, & *RL* celle de l'effort parallele. Si l'on fait $MR = a$, $MP = x$, PR ſera $= \sqrt{aa - xx}$. Les triangles ſemblables *MRP*, *MPQ* & *RIK* donnent $MR\,a \,.\, MP\,x :: MP\,x \,.\, MQ\,\frac{xx}{a} = RI$, & $MR\,a \,.\, MP\,x :: MQ$ ou $RI\,\frac{xx}{a} \,.\, KI$ ou $RL\,\frac{x^3}{aa}$ pour l'expreſſion de la force latérale parallele. Les mêmes triangles donnent $MR\,a \,.\, PR\,\sqrt{aa - xx} :: RI\,\frac{xx}{a} \,.\, RK\,\frac{xx\sqrt{aa-xx}}{aa}$ pour la latérale parallele; on aura donc pour chaque angle d'incidence l'expreſſion des trois forces; ſçavoir, $\frac{xx}{a}$ pour la force totale. $\frac{x^3}{aa}$ pour la latérale parallele. Et $\frac{xx\sqrt{aa-xx}}{aa}$ pour la latérale perpendiculaire.

Donc lorsque plusieurs surfaces inégales reçoivent l'impulsion d'un fluide sous des angles d'incidence égaux, les forces des impressions latérales perpendiculaires & paralleles à la direction d'un fluide sont entr'elles dans la raison simple de la grandeur des surfaces.

Et lorsque les angles d'incidence sont inégaux, les forces latérales paralleles sont entr'elles en raison composée de la raison simple des surfaces & de la triplée des sinus d'incidence, & les latérales perpendiculaires sont entr'elles en raison composée de la raison simple des surfaces, de la doublée de sinus d'incidences & de la raison simple des sinus, complements des sinus d'incidences.

II. C'est sur ces principes que nous avons calculé la Table suivante. Voici la méthode dont nous nous sommes servis.

1.° Nous avons pris l'unité pour la grandeur de la surface. 2.° Supposé que la vîtesse du fluide ou de la surface müe dans le fluide est aussi l'unité. 3.° Et nous avons pris l'impulsion perpendiculaire du fluide sur la surface 1 avec la vîtesse 1 de 20000, tout cela par des raisons que nous expliquerons dans la suite. Or nous avons trouvé ci-dessus, en prenant a pour le sinus total, & x pour le sinus d'incidence, que a étant l'expression de la force totale de l'impulsion perpendiculaire, on aura $\frac{xx}{a}$ pour celle de l'impulsion oblique $\frac{x^3}{aa}$ pour la latérale parallele, & $\frac{xxy}{aa}$ ou $\frac{xx\sqrt{aa-xx}}{aa}$ pour la latérale perpendiculaire. Pour donc avoir les forces latérales paralleles & perpendiculaires, la force totale de l'impulsion perpendiculaire à la surface étant de 20000, on fera $a \,.\, \frac{x^3}{aa} :: 20000 \,.\, \frac{x^3 \times 20000}{a^3} =$ la latérale parallele, & $a \,.\, \frac{xxy}{aa} :: 20000 = \frac{xxy \times 20000}{a^3} =$ la latérale perpendiculaire. Si l'angle d'incidence est, par exemple, de 15 degrés, on aura, en calculant par les logarithmes, $x = 941300$, donc $xx = 1882600$, & $xx \times 20000 = 2312703$, en ajoûtant le logarithme

de 20000, qui eſt 430103 ; & enfin ſi l'on ôte du logarithme de $xx \times 20000$ qui eſt 2312703, le logarithme de aa, quarré du ſinus total qui eſt 2000000, on aura le logarithme de $\frac{xx \times 20000}{aa} = 312703$ qui répond dans les Tables à 1340, valeur de la force totale de l'impulſion par l'angle d'incidence de 15 degrés. Pour avoir le logarithme de $\frac{x^3 \times 20000}{a^3}$ au logarit. de $xx \times 20000$, on ajoûtera le logarithme de x, & on retranchera le logarithme de a, & l'on aura le logarithme de $\frac{x^3 \times 20000}{a^3} = 254003$, qui donne 346, valeur de la latérale parallele ; & enfin pour avoir le logarithme de $\frac{xx \times \sqrt{aa - xx} \times 20000}{a^3}$ au logarit. de $\frac{xx \times 20000}{aa}$, on ajoûtera le logarit. de $\sqrt{aa - xx}$, ſinus complement, qui eſt 998494, & on retranchera le logarithme de a, le reſte ſera le logarithme de $\frac{xx \times \sqrt{aa - xx} \times 20000}{a^3} = 311197$, qui donne 1294, valeur de la force latérale perpendiculaire.

Avant que de donner des exemples des uſages de nôtre Table, il eſt bon d'obſerver que ſi l'on calcule par la Regle que M. de la Hire a donnée dans les Mém. de l'Académie de 1702, ou par celle que nous avons donnée dans ceux de 1725 p. 77, la force de l'eau ſur un pied quarré, ſa viteſſe étant d'un pied par ſeconde, on trouvera cette force de 20 onces ; & dans nôtre Table, au lieu de 20 onces, nous avons pris 20000 pour pouvoir abandonner les fractions. Mais de plus, ſuivant M. Mariotte, la force de l'impulſion de l'eau eſt à celle du vent comme le quarré de 1 eſt au quarré de 24, ou comme 1 à 576 ; & comme ce rapport eſt le même que celui du poids d'un grain à celui d'une once, il s'enſuit que ſi l'eau & le vent rencontroient des ſurfaces égales avec des viteſſes égales & ſous des angles d'incidences égaux, les forces des impreſſions ſeroient entr'elles dans le rapport d'une once à un grain, ainſi nôtre Table peut ſervir également pour l'eau & le vent.

EXEMPLE.

Supposons qu'une surface de 30 pieds quarrés reçoive l'impression de l'eau, dont la vîtesse soit de 5 pieds par seconde & sous un angle d'incidence de 60 degrés, on trouvera dans la Table, vis-à-vis de 60 degrés,

La force totale de .... 15000.
La latérale paralléle de .... 12991.
Et la latérale perpendiculaire de .... 7500.
qu'il faut multiplier par 30 pieds.
Grandeur de la surface pour avoir la force totale de .... 450000.
La latérale parallele de .... 389730.
Et la perpendiculaire de .... 225000.

Mais la vîtesse étant de 5 pieds, & les impulsions étant comme les quarrés des vîtesses, il faut multiplier ces trois forces par 25, quarrés de la vîtesse, pour avoir la force totale de .... 11250000.
La latérale paralléle de .... 9743250.
Et la perpendiculaire de .... 5625000.
en milliéme d'onces; enfin divisant par 1000, & réduisant les onces en livres, on aura la force totale de... 703.l 2.onc.
La latérale parallele de 608 1.5
Et la perpendiculaire de 351 9

III. Pour faire une comparaison exacte de la nouvelle Machine du S.r Duguet avec celles des S.rs Boulogne & Caron, nous supposerons que celle du S.r Duguet étant executée en grand, présenteroit autant de surfaces d'aubes ou aîles au courant de l'eau, que celle du S.r Boulogne en présente actuellement, laquelle surface est environ de 130 pieds quarrés.

Soit *AB* l'arbre de la Machine de M. Duguet, parallele au courant de l'eau, autour duquel sont appliquées les aubes ou aîles *CDEF, GHIK*, &c. faisant avec l'arbre & le courant de l'eau l'angle le plus avantageux, qui est de 54 degrés 44 minutes; car il est à présumer que si M. Duguet fait Fig. 2.

executer sa Machine en grand, il donnera cet angle le plus avantageux à ces aîles.

Comme M. Duguet peut faire plonger ces aubes ou aîles dans l'eau, autant que la profondeur du lit de la riviere peut lui permettre, supposons que le niveau de l'eau *MN* passe par le centre de l'arbre, par-là il auroit toûjours la moitié de ces aubes plongées dans l'eau, recevant continuellement une impression de l'eau égale & constante; c'est cette moitié des aubes que M. Duguet doit faire de 130 pieds de surface, pour avoir des aubes à peu près égales à celles de la Machine de M. Boulogne: mais pour que cette surface ou moitié du poligone soit de 130 pieds quarrés, il faut que la longueur *AC* ou *AD* où la quantité dont les aubes doivent plonger dans l'eau, soit de 9 à 10 pieds; le calcul en est très-simple, au lieu que celles du S.r Boulogne ne plongent que de 4 pieds, & celles du S.r Caron de 3 pieds $\frac{1}{2}$ ou environ.

Mais passons par-dessus cet inconvenient, & voyons d'abord quelle seroit la force constante de la Machine de M. Duguet. Puisque l'eau agit pour faire tourner les aubes & l'arbre de sa Machine, de la même maniére que le vent agit sur les aîles des Moulins à vent, & que ce n'est par conséquent qu'en vertu de la force latérale de l'eau perpendiculaire à sa direction, que ces aubes sont forcées de tourner, il faut prendre dans la Table la plus grande force latérale perpendiculaire, qui est de 7698, & la multiplier par la surface 130 pieds, pour avoir l'expression de la force de 1000740 en milliéme d'onces, la vîtesse de l'eau n'étant que d'un pied par seconde; ce que nous supposerons de même dans le calcul de la force de l'eau sur les aubes du S.r Boulogne.

La roüë de Moulin du S.r Boulogne porte six aubes de 4 pieds de large, appliquées sur des rayons *AD* de 15 pieds, lorsque l'aube *CD* est perpendiculaire au niveau de l'eau *MN*, elle reçoit l'impulsion de l'eau le plus avantageusement qu'il est possible, & cela par deux causes principales, la premiére parce que l'angle d'incidence est droit, & la seconde parce qu'elle présente toute sa surface au courant de l'eau.

Fig. 3.

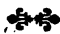
Mais lorsque la perpendiculaire *AQ*, tirée du centre de l'arbre sur la ligne *MN* du niveau de l'eau, divise l'angle *DAF* en deux également; dans ce cas l'aube *CD* étant couverte par la suivante *EF*, l'eau n'a plus d'action sur elle, il n'y a donc dans ce cas que la partie *PF* qui reçoit l'impulsion de l'eau sous l'angle d'incidence *MPF* = *APH*, lequel angle est ici de 60 degrés; & il est très-évident que c'est-là le cas de la moindre force de l'eau, ou de la moindre force de la Machine. Fig. 4.

Si l'on multiplie la force totale de la Table, ou 20000 par 130 pieds de surface, on aura la plus grande force de l'eau, de 2600000; mais pour avoir la moindre, il faut d'abord observer que la longueur des aubes restant toûjours la même, leurs grandeurs diminuent dans le second cas dans le rapport de *EF* à *PF*; il faut donc trouver la valeur de *PF*. Or dans le Triangle rectangle *APH*, on a l'angle *PAH* de 30 degrés, & le côté *AH* de 11 pieds, l'on trouvera le côté *AP* de 12 pieds 8 pouces, & par conséquent *PF* de 2 pieds 4 pouces. Mais si l'on fait comme 4 pieds sont à 2 pieds 4 pouces, ainsi 130 pieds seront à 75 pieds 10 pouces, ainsi dans le cas de la moindre force de l'eau sur les aubes de la Machine du S.r Boulogne, l'eau ne fait impression que sur 75 pieds 10 pouces de surface sous un angle d'incidence de 60 degrés; prenant donc dans la Table la force totale vis-à-vis 60 degrés, qui est de 15000; & la multipliant par $75\frac{5}{6}$, on aura 1137500. Cette moindre force est encore plus grande que celle de la Machine de M. Duguet, que nous avons trouvée de 1000740.

IV. Cette quantité de la force motrice ou de l'action de l'eau sur les aîles ou aubes doit être considérée comme appliquée au centre de l'impulsion de l'eau, ainsi le bras de levier de la force-motrice est toûjours égal à l'intervalle entre le centre de l'arbre & le centre de l'impulsion ; d'où l'on doit conclurre que l'impression de l'eau agit d'autant plus puissamment, que le centre de l'impulsion est plus éloigné du centre de l'arbre. Mais je dis que dans toutes les Machines mûës

par le courant de l'eau, on ne doit point y avoir égard, & que pourvû que la quantité de surface d'aube frappée par le courant, reste la même & dans un même courant, l'effet de la Machine restera le même, quoique le centre d'impulsion soit plus ou moins éloigné du centre de l'arbre, car puisque le centre d'impulsion doit toûjours tourner avec le tiers de la vîtesse du courant de l'eau (ainsi que je l'ai démontré, Art. V de mon Mémoire sur le plus grand effet des Machines page 79 des Mémoires de l'Académie de 1725.) Il est évident que ce qu'on gagneroit en force, en éloignant le centre d'impulsion, on le perdroit en temps, ou réciproquement ce qu'on gagneroit en temps, en approchant ce même centre, on le perdroit en force. D'où l'on voit que dans le cas de la plus grande force de la Machine de M. Boulogne, le centre d'impulsion étant au point *(x)* milieu de l'aube *CD*, & dans le cas de la moindre force ce centre étant au point *(y)* milieu de *PF*, ce centre se trouve dans le premier cas le plus proche qu'il est possible du centre *A* de l'arbre, ou du centre du mouvement, & qu'au contraire dans le second cas ce centre est le plus éloigné qu'il est possible, les aubes doivent tourner dans le moment du premier cas avec la plus grande vîtesse, & avec la moindre dans le moment du second cas. Si le courant de l'eau est, par exemple, de 3 pieds par seconde, la vîtesse du centre d'impulsion sera d'un pied, & l'on aura comme *Ax* est à *Ay*, ainsi en raison réciproque la vîtesse du second cas sera à celle du premier.

Quoique nous ayons supposé que les aubes de la Machine de M. Duguet entrent de 9 à 10 pieds dans l'eau, il est aisé de voir que le centre d'impulsion ne sçauroit être qu'à 6 ou 7 pieds du centre de l'arbre, pendant qu'aux Machines de M.[rs] Boulogne & Caron, ce même centre est toûjours à 12 ou 13 pieds, ainsi la Roüe de Moulin du S.[r] Duguet tournera nécessairement au moins une fois plus vîte que celle des S.[rs] Boulogne & Caron, mais il perdroit à proportion du côté de la force.



DE

ré de surface pour tous les Angles d'inclinaison de 30
totale perpendiculaire de 20000 parties.

Force latérale parallele.	Force latérale perpendiculaire.	Angle d'inclinaison.	Force totale.	Force latérale parallele.	Force latérale perpendiculaire.
7257	7131	68	17194	15942	6441
7444	7189	68. 30	17314	16109	6345
7633	7244	69	17432	16274	6247
7824	7296	69. 30	17547	16436	6145
8015	7345	70	17660	16595	6040
8208	7390	70. 30	17772	16753	5932
8403	7434	71	17880	16906	5822
8598	7478	71. 30	17987	17057	5707
8793	7510	72	18091	17206	5463
8990	7544	72. 30	18192	17350	5471
9189	7575	73	18291	17492	5337
9387	7602	73. 30	18387	17630	5222
9586	7626	74	18480	17764	5094
9786	7646	74. 30	18572	17896	4963
9987	7664	75	18660	18024	4830
10188	7677	75. 30	18446	18149	4694
10389	7687	76	18829	18270	4555
10591	7694	76. 30	18910	18387	4414
10792	7698	77	18988	18501	4271
10993	7697	77. 30	19063	18611	4126
11195	7694	78	19135	18717	3979
11396	7687	78. 30	19205	18821	3829
11597	7676	79	19272	18918	3677
11798	7662	79. 30	19334	19011	3524
11999	7644	80	19397	19102	3368
12198	7622	80. 30	19455	19188	3211
12297	7597	81	19511	19270	3052
12598	7569	81. 30	19563	19348	2892
12794	7536	82	19612	19421	2730
12991	7500	82. 30	19659	19491	2566
13187	7461	83	19703	19556	2401
13324	7416	83. 30	19744	19617	2235
13575	7370	84	19781	19673	2067
13767	7320	84. 30	19817	19726	1899
13958	7266	85	19848	19772	1730
14147	7208	85. 30	19877	19816	1560
14335	7147	86	19903	19854	1388
14522	7082	86. 30	19925	19894	1216
14706	7014	87	19945	19917	1044
14889	6943	87. 30	19963	19943	870
15073	6866	88	19981	19969	697
15248	6788	88. 30	19986	19984	522
15426	6692	89	19994	19990	349
15599	6622	89. 30	19997	19997	174
15771	6532	90	20000	20000	0

DE L'INCLINAISON DE L'ORBE DU SECOND SATELLITE A L'EGARD DE L'ORBE DE JUPITER.

Par M. MARALDI.

L'INCLINAISON des Orbes des Satellites à l'égard de celui de Jupiter, eſt un des principes qu'il faut connoître dans leur théorie. Elle ſert à déterminer la durée de leurs éclipſes, & par conſéquent le temps de leurs immerſions & celui de leurs émerſions; car l'orbite de Jupiter eſt à l'égard des Orbes de ſes Satellites, ce qu'eſt l'Ecliptique à l'égard de la Lune; ainſi l'inclinaiſon de l'orbite des Satellites à l'égard de l'orbite de Jupiter, eſt comme l'inclinaiſon de l'orbite de la Lune à l'égard de l'Ecliptique. Les nœuds des Satellites, qui ſont les points où les Orbes des Satellites coupent le plan de l'orbite de Jupiter, ſont analogues aux nœuds de la Lune, qui ſont les deux points où l'orbite de la Lune coupe le plan de l'Ecliptique; & comme dans une Eclipſe de Lune, pour avoir ſon commencement & ſa fin, il faut connoître la partie de ſon orbite qui ſe rencontre dans l'ombre de la Terre, de même pour avoir le commencement d'une Eclipſe de Satellite, qui eſt ſon Immerſion, & la fin qui eſt ſon émerſion, il faut connoître la portion de l'orbite du Satellite, qui ſe rencontre dans l'ombre de Jupiter, ce qui détermine ſa durée. Or cette durée des Eclipſes des Satellites ne ſe connoît que par la diſtance ou déclinaiſon du Satellite, à l'égard de l'orbite de Jupiter, comparée à la grandeur que l'ombre de Jupiter occupe dans l'Orbe du Satellite, de la même maniére que l'on trouve la portion de l'orbite de la Lune, qui ſe rencontre dans l'ombre de la Terre par la latitude de la Lune comparée à la grandeur que cette ombre occupe dans l'orbite de la Lune; & comme dans une Eclipſe de Lune on

trouve sa latitude par sa distance à un des nœuds, & par l'inclinaison de son orbite à l'égard de l'Ecliptique vûë de la Terre, de même dans une Eclipse de Satellite on trouve sa déclinaison à l'égard de l'orbite de Jupiter par le moyen de la distance du Satellite à un de ses nœuds, & par l'inclinaison de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, telle qu'elle seroit vûë par un Observateur qui seroit dans cet Astre. C'est cette inclinaison du second Satellite, vûë de Jupiter, que nous cherchons présentement.

Pour la déterminer nous avons employé deux observations du passage de ce Satellite par le disque de Jupiter, qui ont été faites, l'une proche des nœuds des Satellites, & l'autre proche des limites de leurs plus grandes latitudes, comme les plus propres à cet usage. Voici ces Observations: l'an 1691, le 29 Août, lorsque Jupiter étoit au 15° 58′ du Taureau, à un degré & 28 minutes près des limites de leurs plus grandes déclinaisons, qui, suivant la détermination de feu M. Cassini, se trouvent à 14° 30′ du même Signe, nous observâmes que le second Satellite qui parcouroit la partie inférieure de son cercle, commença de toucher par son bord occidental le bord oriental de Jupiter à 1^h 21′ après minuit; à 1^h 32′ il entra entiérement dans Jupiter; à 3^h 34′ après minuit il commença de sortir du bord occidental, & à 3^h 45′ il sortit entiérement. En comparant le temps qu'il commença d'entrer, avec celui qu'il finit de sortir, on trouve l'intervalle entre ces deux phases, de 2^h 24′; de même si l'on compare le temps de l'entrée totale du Satellite avec le commencement de sa sortie, on trouve cet intervalle de 2^h 2′. La différence entre un intervalle & l'autre est de 22 minutes, qui est le temps que le diametre du Satellite a employé à entrer dans Jupiter & à en sortir. Ayant partagé cette différence par la moitié, on a 11 minutes, qui est le temps que le demi-diametre du Satellite a employé à entrer dans le disque de Jupiter & à en sortir; ce qui étant ajoûté au plus petit intervalle trouvé ci-dessus de 2^h 2′, ou ôté du plus grand de 2^h 24′, on aura 2^h 13′, temps que le centre du Satellite a

employé à parcourir un arc que le disque de Jupiter occupoit dans l'orbe de ce Satellite au temps de cette observation, dont la moitié sera 1^h 6′ 30″.

L'autre observation que nous employons pour cette recherche, a été faite l'an 1695, le 9 de Février, le jour de l'opposition de Jupiter avec le Soleil, lorsque le second Satellite parcouroit la partie supérieure de son cercle. Nous observâmes donc ce jour-là que le second Satellite commença de toucher le bord de Jupiter à 8^h 35′ 30″, & qu'il entra entiérement dans Jupiter à 8^h 45′ $\frac{1}{4}$. Après avoir parcouru le disque de Jupiter, nous commençâmes de l'appercevoir à 11^h 45′, lorsqu'il étoit sorti à moitié, & il sortit entiérement de Jupiter à 11^h 49′ 35″, d'où nous avons conclu que le centre du Satellite employa 1^h 32′ 30″ à parcourir la moitié de l'arc qui étoit caché par le disque de Jupiter.

Quoique dans cette derniére observation Jupiter fût éloigné des nœuds des Satellites d'un peu plus de 7 degrés, & que par conséquent le Satellite ne parcourût pas le diametre de Jupiter, cependant nous négligeons cette différence, qui ne peut pas être considérable dans la comparaison que nous en faisons. Nous négligeons encore la différence qu'il peut y avoir, en comparant ces deux observations ensemble, à cause que la premiére a été faite lorsque le Satellite parcouroit la partie inférieure de son cercle, & la seconde lorsqu'il se trouvoit dans la supérieure, laquelle doit être un peu plus grande que l'inférieure, mais la différence qu'il y a entre l'une & l'autre n'étant que de 50 secondes de l'Orbe du Satellite, elle n'est pas susceptible par les observations.

Pour comparer ces deux observations, nous convertissons le temps trouvé, en degrés de l'Orbe du Satellite, ainsi dans l'observation de 1695 le second Satellite a parcouru en 1^h 32′ 50″ une portion de son cercle de 6 degrés 32′, & dans l'observation de 1695, où la demi-incidence du Satellite dans le disque de Jupiter a été de 1^h 6′ 30″, le Satellite a parcouru 4^d 41′ 0″ dans son cercle. Ces deux arcs sont représentés, l'un par le demi-diametre *CE* égal à *AC*, & l'autre Fig. 1.

par la corde *AB* du disque de Jupiter. Donc dans le triangle *ABC* rectangle en *B*, ayant *AC* & *AB*, on trouvera *BC* de 4° 38', qui est la latitude apparente qu'avoit le Satellite dans l'observation de 1691 à l'égard de celle qu'il avoit dans l'observation de l'année 1695.

Telle seroit l'inclinaison de l'Orbe du second Satellite à l'égard de celui de Jupiter, vûë de Jupiter même, si dans le temps de ces deux observations cet Astre n'avoit point eu de latitude, que le Soleil se fût trouvé dans un des nœuds de Jupiter, & que la premiére eût été faite dans les plus grandes déclinaisons des Satellites, & la seconde dans leurs nœuds; mais parce qu'aucunes de ces circonstances ne s'y sont rencontrées précisément, il faut considérer à part les variations que chacune peut avoir causé à cette déclinaison.

Pour les trouver, il faut faire attention à la latitude que Jupiter avoit, & outre cela à la distance du Soleil au nœud du même Astre; & à sa distance aux nœuds des Satellites; afin de projetter l'Ecliptique dans les Orbes des Satellites, l'orbite de Jupiter & celle des Orbes même des Satellites, pour avoir la situation de tous ces cercles les uns à l'égard des autres & à l'égard du centre de Jupiter dans chacune de ces observations.

Fig. 2. Dans la premiére de 1691, soit *C* le centre de Jupiter qui étoit au 15° 58' du Taureau avec une latitude méridionale de 1° 17'. A cause de cette latitude le parallele à l'Ecliptique projetté dans l'Orbe du Satellite, est représenté par une ellipse, dont la moitié *EBF* est le demi-cercle supérieur de l'Ecliptique, & l'autre partie *EHF* le demi-cercle opposé, & *BC* la latitude méridionale de Jupiter. Le parallele à l'Ecliptique étant décrit dans l'Orbe du Satellite, il faut représenter l'orbite de Jupiter. Pour cela il faut considérer que Jupiter étant au 15° 58' du Taureau, & le nœud de Jupiter, vû du Soleil, au 7me degré de Cancer, la distance de Jupiter à son nœud est de 1^{s} 21°. Cette distance soit représentée par la portion de l'ellipse *BD*, la partie *HG* marquera la distance entre le nœud descendant *G* & le lieu de Jupiter *H* opposé au 15° 58'

du Taureau, qui eſt le 15° 58′ de Scorpion. Soit décrite l'ellipſe *LGKD*, qui paſſant par les points *D* & *G*, qui ſont les nœuds de Jupiter, repréſentera l'orbite de Jupiter, dont la moitié *LDK* eſt la ſupérieure, l'autre moitié *LGK* l'inférieure. Soit préſentement décrite l'orbite du Satellite, le nœud aſcendant des Satellites étant au 14° 30′ d'Aquarius, & Jupiter dans cette obſervation au 15° 58′ du Taureau, la diſtance de Jupiter à l'égard de ce nœud eſt de 3ſ 1° 28′, donc les nœuds ſe trouvent à un degré $\frac{1}{2}$ près des plus grandes digreſſions, comme en *N* & en *P*. Donc l'orbite du Satellite paſſant par ces points à l'égard de celle de Jupiter, ſera repréſentée par l'ellipſe *XNOP*, dont la moitié *PXN* ſera le demi-cercle ſupérieur, l'autre partie *NOP* le demi-cercle inférieur que le Satellite parcouroit dans l'obſervation de 1691.

Préſentement dans le triangle ſphérique *BDM* rectangle en *B*, connoiſſant la diſtance *BD* de Jupiter à ſon nœud aſcendant, & l'angle *BDM* inclinaiſon de l'orbite de Jupiter à l'égard de l'écliptique, on trouvera *BM* & l'angle *BMD*, *BM* étant ôté de *CB* latitude de Jupiter vûë de la Terre, on aura *CM*. Dans le triangle *MCY* rectangle en *Y*, *CM* vient d'être connu, on a trouvé l'angle *CMY* ou *BMD* qui lui eſt égal, donc on aura l'arc *CY*. Cet arc meſure au centre de Jupiter l'élevation de nôtre œil ſur l'orbite de Jupiter, vûë de cet aſtre, que nous trouvons de 15′.

Il faut remarquer que la perpendiculaire *CY*, dans la partie ſupérieure du cercle du Satellite, eſt un peu plus petite que l'autre partie *CQ* qui eſt plus proche de nous; mais comme la variation de la diſtance du Satellite de la partie ſupérieure de ſon cercle à l'inférieure n'a point de rapport ſenſible à la diſtance de Jupiter à la Terre, on peut prendre ſans erreur ſenſible *CQ* pour *CY*, donc *CQ* meſurera l'angle de l'élevation de l'œil ſur l'orbite de Jupiter, qu'il faudra ôter de l'inclinaiſon apparente trouvée ci-deſſus de 4° 38′, & on aura 4° 23′.

Il s'agit préſentement de conſidérer la ſituation de l'Ecliptique, celle de l'orbite de Jupiter, & de l'Orbe du ſecond

Satellite, dans l'obſervation de 1695, pour projetter tous ces cercles dans le ſiſtéme de Jupiter, & trouver les équations néceſſaires pour avoir la véritable inclinaiſon de l'orbite du ſecond Satellite à l'égard de celle de Jupiter. Dans cette obſervation cet aſtre étoit au 21° 44′ du Lion avec une latitude ſeptentrionale de 1° 8′.

Fig. 3. L'Ecliptique dans le ſiſtéme de Jupiter étoit repréſentée par l'Ellipſe *ABCD*, dont la moitié *ADC* repréſente la partie inférieure, l'autre moitié *ABC* la ſupérieure, *I* Jupiter, & *BI* ſa latitude ſeptentrionale; le nœud aſcendant de Jupiter, vû du Soleil, eſt de 7° Cancer, donc la diſtance de ce nœud à l'égard de la ſituation où Jupiter ſe trouvoit dans cette obſervation, eſt en 1ˢ 14° 44′. Cette diſtance ſoit marquée par l'arc *BN*, le point *N* repréſentera ce nœud; & l'orbite de Jupiter, qui paſſe par ce nœud, ſera repréſentée par l'ellipſe *NOPQR*; la moitié de cette ellipſe *RNP* eſt la partie ſupérieure de l'orbite de Jupiter, & l'autre moitié *PQR* ſera la partie inférieure.

Le nœud deſcendant des Satellites étant au 14° 30′ du Lion, & le lieu de Jupiter, au temps de cette obſervation, étant au 21° 44′ du Lion, la diſtance de Jupiter à ce nœud ſera de 7° 14′. Donc l'orbite du Satellite ſera repréſentée par l'ellipſe *FGHK*, dont la moitié *GFK* eſt la ſupérieure, & l'autre moitié *GHK* l'inférieure.

Dans le triangle ſphérique *NXB* rectangle en *B*, *BN* diſtance de Jupiter à ſon nœud vû du Soleil, & l'angle *XNB* inclinaiſon de l'orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique de 1° 20′ étant donné, on aura l'angle *NXB*, & le côté *BX* qui étant ôté de *BI* latitude de Jupiter, donnera *XI*. Dans le triangle *XIO* rectangle en *O*, on connoît l'angle *IXO* ou *NXB*, & l'arc *IX*; donc on connoîtra l'arc *OI* de 12′. Cet arc meſure au centre de Jupiter l'inclinaiſon de l'orbite de Jupiter à l'égard du rayon viſuel qui va de la Terre à Jupiter, qui étant ôté de la déclinaiſon de l'Orbe du Satellite, trouvée & réduite ci-deſſus de 4° 23′, on aura 4° 11′.

Si l'obſervation de l'année 1695 avoit été faite dans les

nœuds des Satellites, la déclinaiſon que nous venons de trouver meſureroit l'inclinaiſon totale de l'Orbe du Satellite à l'égard de celui de Jupiter, vû de Jupiter même; mais parce que Jupiter étoit éloigné de 7° 28′ des nœuds de ſes Satellites, cette inclinaiſon doit être un peu plus grande. Pour trouver de combien, ſoit *GFK* l'orbite du Satellite, *PON* celle de Jupiter. Dans le triangle *OFV* rectangle en *F*, la diſtance *VF* de Jupiter au nœud des Satellites & l'angle *OVF* étant connus, on aura *OF* déclinaiſon du Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter de 22′. Cette déclinaiſon dans la partie ſupérieure du cercle du Satellite étoit méridionale, comme elle l'étoit auſſi dans l'obſervation de 1695, lorſque le même Satellite parcouroit la partie inférieure de ſon Orbe; donc ajoûtant cette déclinaiſon à celle que nous avons concluë ci-deſſus de 4° 11′ après les Equations faites, on aura la totale inclinaiſon de l'Orbe du ſecond Satellite à l'égard de celle de Jupiter, telle qu'elle ſeroit vûë de cet Aſtre de 4° 33′.

Feu M. Caſſini, dans ſon Traité des Satellites de Jupiter, dit qu'il avoit trouvé quelque variation dans leurs déclinaiſons, ſoit que cette variation fût réelle, ou que cela vînt de la difficulté de l'obſerver. Pour ce qui eſt de celle du ſecond Satellite en particulier, dans ſon Traité de la Lumiére, il remarque qu'il y a des Obſervations très-conſtantes, faites en certaines rencontres, qui font connoître évidemment que le cercle de ce Satellite décline un peu de ceux des trois autres Satellites, mais parce que la quantité de cette déclinaiſon n'eſt pas aſſés connüe, on ne laiſſe pas dans l'uſage, comme dans la deſcription des Configurations & des Eclipſes, de le ſuppoſer dans le plan des autres, de peur de s'éloigner plus de la vérité, en lui donnant une déclinaiſon déterminée, qu'en le ſuppoſant dans le même plan; d'où il paroît qu'il avoit reconnu non ſeulement une variation dans la déclinaiſon des cercles des Satellîtes, mais encore que celle du ſecond étoit un peu plus différente de celle des autres.

En effet nous trouvons par cette recherche l'inclinaiſon du ſecond, d'un degré & demi, plus grande que celle des

autres; & par des obſervations très-rares, faites en certaines circonſtances, nous avons auſſi lieu de la croire variable.

Dans la premiére de ces Obſervations rares, qui a été faite par M. Caſſini à Bologne le 11 Janvier 1668, & qui eſt rapportée dans le précepte de ſes Tables, le ſecond Satellite après avoir parcouru depuis 5^h 4′ juſqu'à 8^h 3′ la partie ſupérieure de ſon cercle cachée par le diſque de Jupiter, entra dans l'ombre à 8^h 17′, dans laquelle il demeura éclipſé l'eſpace de 2^h 38′, c'eſt-à-dire, juſqu'à 10^h 45′ qu'il ſortit de l'ombre.

Dans cette obſervation Jupiter, vû du Soleil, étoit au 7° 52′ du Taureau, & par conſéquent éloigné de 2^f 23° 22′ du nœud aſcendant des Satellites. A cette diſtance, la déclinaiſon, qui eſt ſuppoſée dans les Tables de 2° 55′, donne la demeure du ſecond Satellite dans l'ombre de 2^h 38′, telle qu'elle fut obſervée en 1668, mais par l'inclinaiſon de 4° 32′ que nous venons de concluгre, la durée de cette Eclipſe ne réſulte que de 2^h 17′, il y auroit donc une différence de 21 minutes de temps dans la durée conclüe, par la déclinaiſon déterminée & obſervée par M. Caſſini, & celle qui ſe trouve par l'inclinaiſon que nous venons de conclurre.

Quelques autres obſervations ſemblables à celle de 1668 que nous allons rapporter, confirment cette variation de durée dans les Eclipſes du ſecond Satellite. La premiére a été le 22 Septembre de l'année 1680; ce jour-là feu M. Caſſini obſerva l'immerſion totale dans l'ombre de Jupiter à 10^h 42′ 15″, & à 1^h 11′ 15″ après minuit il remarqua que le Satellite étoit déja ſorti de l'ombre, & qu'il entroit à moitié dans Jupiter. En comparant le temps de l'entrée dans l'ombre, avec celui qu'on remarqua qu'il en étoit ſorti, il paroît que la durée de l'Eclipſe dans l'ombre a été pour le moins de 9 minutes plus courte que dans l'obſervation de 1688. Cependant l'an 1680 cette durée, ou cette incidence du Satellite dans l'ombre, devoit être plus grande, bien loin d'être plus courte; car le 22 Septembre de la même année, le lieu de Jupiter vû du Soleil étoit au 5° 7′ des Jumeaux, il étoit donc

donc éloigné des nœuds des Satellites de 3^{f} 20° 37'. Cette distance de Jupiter au nœud des Satellites sur l'hypothése de l'observation de l'an 1668, donne la durée de l'Eclipse dans l'ombre de Jupiter de 2^{h} 40', ainsi elle a été au moins 11 minutes de temps plus courte, qu'elle n'auroit dû être sur le fondement de l'observation précédente; mais ce qui montre avec une entiére évidence ce changement de durée, ce sont des observations que nous fîmes en 1715, en 1716, & d'autres que nous avons faites 12 ans après, c'est-à-dire, en 1727. Voici ces observations : Lan 1715 le 23 Août à 15' 33" après minuit nous observâmes l'entrée du second Satellite dans l'ombre de Jupiter, & à 2^{h} 31' 5" après minuit du même jour, nous observâmes qu'il étoit sorti de l'ombre, & qu'il n'avoit pas encore acquis sa lumiére ordinaire, de sorte qu'il n'y avoit pas long-temps qu'il devoit être sorti; donc la durée de l'Eclipse n'avoit pas été 2^{h} 15' 36". Dans cette observation Jupiter vû du Soleil étoit au 13° 51' du Taureau, il étoit par conséquent éloigné du nœud ascendant du Satellite, de 2^{f} 29° 21', & très proche du limite de ses plus grandes latitudes, où cette durée doit être la plus courte de toutes. Dans une autre observation du 17 Septembre de la même année 1715 nous observâmes l'entrée du second Satellite dans l'ombre à 11^{h} 51' 30" du soir, & sa sortie de l'ombre à 2^{h} 5' 58" après minuit, la durée de cette Eclipse fut donc de 2^{h} 14' 28". Dans cette observation la distance entre Jupiter vû du Soleil, & le nœud ascendant des Satellites, est 3^{f} 1° 37', ce qui donne une durée plus grande de quelques secondes, que dans l'observation du 23 Août précédent, au lieu qu'elle se trouve d'une minute & quelques secondes plus petite. Mais nous avons remarqué que le 23 Août nous n'apperçûmes le Satellite que lorsqu'il étoit déja sorti de l'ombre, ce qui a dû prolonger la durée plus qu'elle n'auroit été, si on avoit pû faire l'observation exactement. D'où l'on peut conclurre que les limites des plus grandes latitudes, & par conséquent les nœuds des Satellites, sont encore présentement à 14° 30'

d'Aquarius, où feu M. Caſſini les avoit déterminés.

Nous obſervâmes le 24 Février de 1716, après l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil, une immerſion du ſecond Satellite dans l'ombre, Jupiter étant près des ſecondes quadratures, mais les nuages nous ayant empêché de voir l'émerſion qui devoit arriver la même nuit, nous avons trouvé le temps de cette émerſion par une autre qui fut obſervée le 17 du même mois à Genes par M. le Marquis Salvago, & à Marſeille par le P. Feüillée, qui s'accordent enſemble, ayant eu égard à la différence des Méridiens. Par la comparaiſon de l'émerſion obſervée à Genes & à Marſeille, & réduite au Méridien de Paris, avec l'obſervation de l'immerſion que nous y obſervâmes, on trouve la durée de l'Eclipſe du 24 Février de $2^h\ 18'\ 14''$, qui eſt 2 minutes & demie plus grande que celle que nous trouvâmes par l'obſervation du 24 Août & du 17 Septembre 1715 comme elle doit être, parce que dans celle du 24 Février, Jupiter étoit éloigné de 16 degrés des limites des plus grandes latitudes, au lieu que dans les deux autres de 1715 il en étoit beaucoup moins éloigné, ce qui eſt une nouvelle confirmation que les nœuds du ſecond Satellite ſont dans la ſituation où M. Caſſini avoit déterminé non ſeulement ceux de ce Satellite, mais encore ceux des trois autres.

Toutes les obſervations faites juſqu'en 1715 ſont voir que la durée des Eclipſes de ce Satellite eſt allée en diminüant par rapport à celle qui fut obſervée en 1668, mais en voici une qui montre qu'après avoir diminué, elle a augmenté ſenſiblement dans l'eſpace de douze années.

Le 9 Septembre de 1727 nous obſervâmes que le ſecond Satellite, après s'être affoibli inſenſiblement l'eſpace de 4 minutes, entra entiérement dans l'ombre à $11^h\ 29'\ 6''$. Nous obſervâmes la même nuit ſa ſortie de l'ombre à $1^h\ 59'\ 27''$ après minuit, ainſi la durée de cette Eclipſe a été de $2^h\ 30'\ 24''$.

Cette obſervation de l'entrée & de la ſortie du ſecond Satellite dans l'ombre de Jupiter, dans la même révolution,

eſt la ſeule que nous avons pû faire pendant l'année 1727, quoiqu'il ſoit arrivé dans le mois d'Août d'autres conjonctions de ce Satellite, où l'on auroit pû voir les mêmes phaſes, mais le Ciel n'a pas été favorable pour les obſerver ni à Paris, ni en d'autres Villes de France & d'Italie, où il y a des Obſervateurs exacts, que nous avions averti d'être attentifs à ces obſervations.

Dans l'obſervation du 9 Septembre 1727 Jupiter, vû du Soleil, étoit à 20° 6' d'Aries, donc la diſtance de Jupiter au nœud aſcendant du Satellite, ſuppoſé au 14° 30' d'Aquarius, étoit 3^{s} 5° 36'. Par cette diſtance des nœuds & par l'inclinaiſon du Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter, que nous avons trouvée ci-deſſus de 4° 32', fondée ſur les obſervations de 1715; La durée de cette Eclipſe auroit dû être ſeulement de 2^{h} 17', au lieu que par l'obſervation nous l'avons trouvée de 2^{h} 31'; elle a donc été 13 minutes plus grande que n'avoit été celle de 1715 à pareille diſtance des nœuds, & elle approche de celle de 1668, qui fut de 2^{h} 38'. Il eſt donc évident, par toutes ces obſervations, que la durée des Eclipſes du ſecond Satellite n'eſt pas toûjours la même de douze en douze ans au retour de Jupiter au même degré du Zodiaque, mais qu'elle varie conſidérablement.

Cette durée différente des Eclipſes du ſecond Satellite au retour de Jupiter, à peu-près au même lieu du Zodiaque, peut venir de trois cauſes différentes. 1.° De quelque excentricité du Satellite qui le fait paſſer tantôt plus éloigné du centre de Jupiter, où il parcourt pendant l'Eclipſe une ſection du cone de l'ombre plus petite, & fait pour lors la durée de l'Eclipſe plus courte, tantôt le fait paſſer plus proche du même centre, où le Satellite parcourt une portion de l'ombre plus grande, ce qui fait la durée plus longue; mais ſuppoſé que cette différente durée vienne d'une excentricité, elle devroit cauſer une inégalité très-différente dans le mouvement du Satellite au temps de ces différentes conjonctions, ce qui n'eſt pas conforme aux obſervations, qui font voir qu'en 1727 l'équation dans le mouvement du Satellite eſt

la même qu'elle avoit été en 1715, à quelques secondes près, quoique la demeure dans l'ombre soit différente de 14 minutes de temps l'une de l'autre. Cette hypothése, quelque simple qu'elle paroisse, n'est donc pas la plus vrai-semblable.

La seconde supposition par laquelle on peut expliquer ce changement de durée des Eclipses du second Satellite est en donnant un mouvement aux nœuds du Satellite, ce qui produiroit une durée différente dans les Eclipses qui arrivent au retour de Jupiter au même lieu du Zodiaque, mais nous avons déja remarqué que les nœuds & les limites des plus grandes latitudes des Satellites se trouvent par ces mêmes observations au même endroit où feu M. Cassini les avoit déterminés, on ne peut donc pas représenter cette différente durée par un mouvement des nœuds qui le demanderoit très-sensible.

La troisiéme hypothése par laquelle on peut expliquer la différente durée des Eclipses, est en supposant une variation dans l'inclinaison de l'Orbe du second Satellite à l'égard de celui de Jupiter; car lorsque l'inclinaison est plus grande, la portion de l'orbite du Satellite qui se rencontre dans l'ombre est plus petite, & doit faire la durée plus courte; au contraire, lorsque l'inclinaison est plus petite, la portion de l'orbite du Satellite qui se rencontre dans l'ombre de Jupiter est plus grande, & fait la durée de l'Eclipse plus longue. C'est aussi par cette variation d'inclinaison de l'Orbe du second Satellite que nous croyons devoir expliquer ce phénomene, non seulement parce que cette supposition est la plus conforme aux observations que les autres, mais aussi parce qu'elle résulte des différentes conjonctions du Satellite avec Jupiter.

Par quel ordre & avec quelles regles que se fasse ce changement, c'est ce que nous ne sçaurions déterminer présentement par un aussi petit nombre d'observations que nous avons, il y a cependant lieu de croire que cette inclinaison a augmenté depuis 1668 jusqu'en 1692, & que depuis 1715 jusqu'en 1727 elle a diminué. Car en 1668 la durée de l'Eclipse fut de $2^h\ 38'$, en 1680 elle a été environ de 2^h

29'; par les obſervations de 1691 nous la trouvons d'environ 2^h 13'; en 1715 elle a été obſervée de 2^h 17', & en 1727 de 2^h 31'; d'où il paroît qu'en 1680 elle a été à peu-près la même qu'en 1727, & qu'en 1691 elle a été comme en 1715.

Il eſt évident que tant que nous n'aurons pas des connoiſſances plus certaines que celles que nous avons préſentement ſur les regles dont cette inclinaiſon varie, on ne pourra pas déterminer le temps des immerſions & des émerſions de ce Satellite dans l'ombre de Jupiter qu'avec les différences qui peuvent être cauſées par cette variation, & qui depuis 1668 juſqu'en 1715 réſultent de 21 minutes de temps.

Quoique l'on trouve quelque analogie entre le ſiſtéme des Satellites & celui de la Lune, il y a cependant deux principes eſſentiels dans leſquels ces deux ſiſtémes ſont différents. Dans celui de la Lune ſes nœuds ont un mouvement ſenſible qui leur fait parcourir d'Orient en Occident tout le Zodiaque en 18 années; au contraire les nœuds des Satellites ſont fixes, ou s'ils ont quelque mouvement, il eſt ſi petit, que depuis plus de 70 ans qu'on obſerve ces Satellites avec exactitude, il n'a pas été poſſible de l'appercevoir, & nous les trouvons encore préſentement dans la même ſituation où feu M. Caſſini les avoit déterminés par ſes premiéres obſervations de 1650.

Dans le ſiſtéme de la Lune l'inclinaiſon de ſon orbite à l'égard de l'Ecliptique, eſt ſuppoſée conſtante dans les conjonctions, & dans les oppoſitions de la Lune avec le Soleil; elle a à la vérité une petite variation, qui, quand elle eſt plus grande, monte à 20 minutes, mais cela n'arrive que lorſqu'elle eſt dans les quadratures, & que l'un de ſes nœuds eſt en même temps avec le degré où ſe trouve le Soleil, & l'autre dans le degré oppoſé. Dans le ſiſtéme des Satellites, la déclinaiſon de leur Orbe, & ſur-tout celui du ſecond varie conſidérablement dans les Eclipſes qui répondent aux oppoſitions de la Lune avec le Soleil, puiſque dans ce Satellite nous avons trouvé cette variation d'un degré & demi;

qui eſt la moitié de toute la déclinaiſon qu'on avoit autrefois trouvée à ce Satellite. Dans le Mémoire que nous donnâmes l'année 1727 ſur les mouvements du premier Satellite de Jupiter, nous remarquâmes que l'inclinaiſon de ce Satellite eſt variable; & dans un autre Mémoire, nous ferons voir qu'il en eſt de même à l'égard de celle du troiſiéme & du quatriéme; ainſi quoique la déclinaiſon de l'Orbe de la Lune à l'égard de l'Ecliptique ſoit conſtante dans ſes conjonctions, & dans ſes oppoſitions avec le Soleil; celle de l'orbite des Satellites à l'égard de l'orbite de Jupiter, qui leur tient lieu d'Ecliptique, eſt ſujette à varier : au contraire les nœuds des Satellites ſont fixes, au lieu que ceux de la Lune ont un mouvement très-ſenſible; par conſéquent il n'y a pas une parfaite analogie entre le ſiſtéme des Satellites & celui de la Lune.

Comme les obſervations des immerſions & des émerſions du ſecond Satellite, faites dans la même revolution, ſont des plus propres pour faire connoître ſi l'inclinaiſon de ſon orbe augmentera & juſqu'à quel point, ou plûtôt ſi elle n'ira pas préſentement en diminüant, & par quelles regles ſe fera ce changement, nous avons jugé à propos d'examiner ici quels ſont les temps propres pour voir ces Phaſes, afin qu'on puiſſe ſe préparer à les obſerver.

Pour cet examen, il faut conſidérer que la ligne tirée de la Terre à Jupiter, projette le centre de cette Planete dans l'Orbe du Satellite, & que la ligne tirée du Soleil à Jupiter, détermine dans la même orbite le centre de ſon ombre. Dans les conjonctions & dans les oppoſitions de Jupiter avec le Soleil ces deux lignes ſont dans le même plan, ou concourent enſemble, & par conſéquent le centre apparent de Jupiter concourt pour lors avec le centre apparent de l'ombre, ou ſont tous deux dans le même plan.

Hors des conjonctions & des oppoſitions, à meſure que Jupiter s'éloigne du Soleil, ces deux lignes ſe croiſent au centre de Jupiter, & y font un angle de la ſeconde équation; ou de la parallaxe de l'Orbe, qui augmente à meſure que

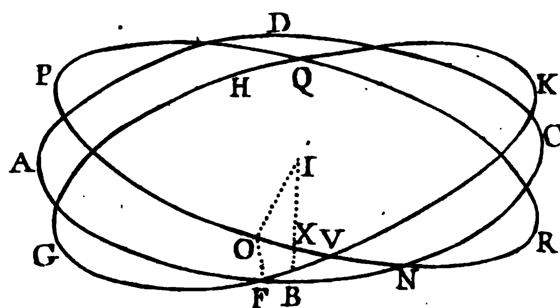
Jupiter s'éloigne du Soleil, jusqu'aux quadratures où cet angle est plus grand; par conséquent le centre apparent de Jupiter s'éloignera aussi du centre apparent de l'ombre, & cette distance sera égale à un arc de l'Orbe du Satellite compris entre ces deux centres projettés dans son Orbe; cette portion de l'orbite du Satellite, comprise entre le centre de Jupiter & le centre de son ombre, sera plus grande lorsque Jupiter sera dans les quadratures. Pour voir dans la même revolution l'entrée du second Satellite dans l'ombre, & sa sortie, il faut que tout le disque de l'ombre paroisse détaché de celui de Jupiter, & par conséquent que la distance apparente entre ces deux centres, qui est mesurée par la parallaxe de l'Orbe, soit plus grande que la somme de deux demi-diametres, dont l'un est celui de Jupiter, & l'autre celui de l'ombre, parcourus dans la même révolution par le Satellite.

Nous avons trouvé ci-dessus par l'observation de l'année 1695, que le demi-diametre de Jupiter occupe 6° 32′ de l'Orbe du second Satellite, le demi-diametre de l'ombre de Jupiter dans l'Orbe du second Satellite est moindre que l'arc que Jupiter occupe dans l'Orbe du même Satellite, & la différence est égale au demi-diametre du Soleil vû de Jupiter qui est de 4 minutes, donc le demi-diametre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'Orbe du Satellite, sera de 6° 28′, par conséquent la somme de ces deux arcs est de 13°. Dans les quadratures de Jupiter avec le Soleil, qui arrivent lorsque Jupiter est dans le nœud ascendant des Satellites, la parallaxe de l'Orbe qui est égale à la distance des centres de Jupiter & de son ombre, est de 11° 25′, elle est donc plus petite que la somme de deux arcs marquez ci-dessus, de 13°; par conséquent on ne peut pas observer dans ces circonstances l'une & l'autre Phase, lorsque Jupiter est dans les nœuds des Satellites, quoique dans les quadratures; parce que le disque de Jupiter cache à la Terre dans l'Orbe du second, une portion de la section de son Orbe; ainsi dans les premiéres quadratures on peut voir seulement son immersion, sans pouvoir observer son émersion dans la même revolution du Satellite,

& dans les secondes quadratures on verra seulement son émersion, sans que son immersion puisse être visible. On pourra voir dans la même revolution l'une & l'autre Phase, lorsque Jupiter sera près des limites des plus grandes latitudes des Satellites, quand la parallaxe de l'Orbe sera de 10 degrés, pourvû que l'inclinaison de l'Orbe du Satellite soit de 4° 32′ comme nous la venons de trouver. Car, suivant cette hypothése, la demi-incidence du Satellite dans le disque de Jupiter, est de 4° 51′; celle de la demi-demeure dans l'ombre, sera 4° 47′, la somme de ces deux arcs est 9° 38′; ainsi cette somme étant plus petite que la parallaxe de l'Orbe dans les quadratures, on pourra voir l'une & l'autre Phase dans les conjonctions des Satellites avec Jupiter pendant un mois, mais comme l'inclinaison varie, cet espace sera plus court à proportion que l'inclinaison sera plus petite. Les limites des plus grandes latitudes sont au 14° du Taureau & du Scorpion; ainsi lorsque Jupiter vû du Soleil se trouvera vers le milieu de ces deux signes, & en même temps dans les quadratures, on sera attentif à remarquer ces Phénoménes.

ig. 1.re

Fig. 3.e



DE LA COMETE

Qui a commencé à paroître à la fin du mois de Juillet de cette année 1729.

Par M. CASSINI.

NOUS avions appris par des Lettres de Nîmes, que le 31 Juillet de cette année 1729 le P. Sarabat, de la Compagnie de Jesus, y avoit découvert une Comete entre la Constellation du petit Cheval & celle du Dauphin; qu'on avoit cessé de la voir, à cause de la clarté de la Lune, jusqu'au 8 Août suivant; mais qu'alors la Lune s'étant totalement éclipsée, on l'avoit apperçûë pendant le temps de l'immersion, & qu'on avoit continué de la voir les jours suivants. Ainsi nous cherchâmes si on pourroit encore la découvrir, & j'apperçûs le 26 Août, qui étoit le jour même que nous en reçûmes la nouvelle, une Etoile nébuleuse un peu plus méridionale que la queüe du Dauphin, qui formoit une lozange avec les trois Etoiles de cette Constellation, nommées par Bayer ϵ, ι & $\varkappa$.

12 Nov. 1729.

Comme on avoit de la peine à l'appercevoir à la vûë simple, que d'ailleurs on n'avoit aucunes circonstances exactes de cette observation, ni de la quantité de son mouvement, on douta si c'étoit une Comete, ou quelque autre petite Etoile, telle qu'il s'en trouve plusieurs dans le Ciel, & principalement dans la voye lactée, qui ne sont point comprises dans les descriptions des Etoiles, & qui ne se voyent que dans les nuits les plus sereines.

On se persuadoit même qu'en cas qu'elle fut encore visible, elle devoit dans l'intervalle de 26 jours, depuis sa premiére apparition, être écartée de la Constellation près de laquelle on avoit commencé à l'appercevoir, ainsi on remit à s'en assûrer les jours suivants, & le lendemain le Ciel ayant été couvert,

on ne put la voir que le 28 qu'on la trouva exactement dans la direction de l'Etoile β du Dauphin & de celle de la queüe, dont elle parut s'écarter visiblement les jours suivants.

Cette Comete, qui à peine étoit visible à la vûë simple, paroissoit avec une Lunette de 16 pieds en forme d'une petite Etoile nébuleuse avec une chevelure autour d'elle, dont l'étendüe paroissoit au moins aussi grande que le diametre de Jupiter, vû avec une pareille Lunette.

Nous continuâmes de l'observer les jours suivants, & de déterminer son mouvement, en la comparant aux Etoiles qui étoient voisines, & observant leur différence en ascension droite & en déclinaison.

Il étoit impossible de la voir dans la Lunette en éclairant les fils, comme on le pratique ordinairement pour observer de nuit la hauteur des Etoiles & leur différence en ascension droite, c'est pourquoi après diverses tentatives je m'imaginai de placer au foyer des deux Verres, quatre fils qui se croisoient à angles de 45 degrés, assés gros pour cacher entiérement la Comete & les Etoiles fixes pendant quelques secondes, lorsqu'elles passoient derriére ces fils, ce qui me réüssit parfaitement, & j'observai par ce moyen assés exactement leur différence en ascension droite & en déclinaison, en marquant le temps que je perdois les Etoiles de vûë derriére ces fils, & qu'elles commençoient à reparoître.

Nous comparions en même temps la Comete aux Etoiles près desquelles elle se rencontroit. Elle paroissoit le premier Septembre dans la direction de l'Etoile de la queüe du Dauphin & de la plus méridionale des trois principales de la Constellation de l'Aigle. On continua de la voir les deux jours suivants, mais la clarté de la Lune qui augmentoit alors, empêchoit de la voir avec distinction, & nous cessâmes de l'appercevoir jusqu'au 9 Septembre, lorsque la Lune fut dans son décours. Nous continuâmes de déterminer sa situation le 10 & le 11 du même mois. Elle étoit le 12 dans la direction de l'Etoile de la queüe du Dauphin à la supérieure de l'Aigle, au tiers de la distance qu'il y a entre ces deux

Etoiles, aussi éloignée de la queüe du Dauphin que cette Etoile l'est de la plus occidentale, qui forme dans le Ciel cette lozange qui sert à reconnoître cette Constellation. Nous continuâmes de l'observer presque tous les jours jusqu'au 26 Septembre, après lequel le mauvais temps nous empêcha de déterminer sa situation, car nous ne laissâmes pas de l'appercevoir avec nos Lunettes dans quelques intervalles où le Ciel étoit serein, même dans la plus grande clarté de la Lune, comme le 6 Octobre au soir, quelques heures avant la Pleine Lune, qui devoit arriver le lendemain matin sur les 3 heures.

Le Ciel s'étant ensuite mis au beau, nous l'observâmes depuis le 9 jusqu'au 14 Octobre que son mouvement étoit fort rallenti, n'étant alors que de deux ou trois minutes contre la suite des Signes. Elle continua de diminuer de vîtesse depuis le 14 jusqu'au 19 Octobre. Elle parut ensuite stationaire pendant quelques jours, & devint ensuite directe, son mouvement en longitude ayant été observé de près de 14 minutes depuis le 19 jusqu'au 27 Octobre, après quoi le mauvais temps & le clair de la Lune qui survint nous empêcha de la voir jusqu'au 10 de ce mois, que le Ciel s'étant mis au beau, nous l'apperçûmes distinctement sur les huit heures du soir.

L'ayant comparée avec l'Etoile du Dauphin, qui est immédiatement au dessus de sa queüe, appellée η par Bayer, nous trouvâmes le 10 Novembre sa longitude à $3^d\,42'\,37''$ du Verseau. Elle étoit le 19 Octobre, jour auquel elle cessa d'être rétrograde, à $2^d\,26'\,13''$ du même Signe; ainsi le mouvement apparent de cette Comete, depuis qu'elle a été stationaire, a été de $1^d\,17'$ suivant la suite des Signes.

Le Ciel ayant été couvert hier au soir, on n'a pas pû l'appercevoir, & nous continüerons de rendre compte à l'Académie des Observations que nous en ferons dans la suite, lorsque le Ciel nous permettra de la voir.

Cette Comete avoit été, comme on l'a remarqué ci-dessus, apperçûë pour la premiére fois le 31 du mois de Juillet, & on a continué de la voir jusqu'au 10 Novembre; ainsi elle a été visible pendant l'espace de près de trois mois

& demi, ce qui eſt une circonſtance très-rare dans une Comete auſſi petite que celle que nous venons d'obſerver. Nous avons déja vû depuis le commencement de ce ſiécle pluſieurs Cometes dont la moindre ſurpaſſoit celle-ci en grandeur & en clarté, mais aucune n'a été à beaucoup près d'une auſſi longue durée.

Nous ne parlerons point ici de la premiére de 1702, qui fut obſervée à Rome le 2 du mois de Mars par M.[rs] Bianchini & Maraldi, & qui ne parut qu'en forme d'une trace de lumiére ſemblable à la queüe d'une Comete.

Celle qui fut découverte le 20 Avril de la même année par M. Bianchini, & que M. de la Hire apperçût à Paris le 24 du même mois, avoit beaucoup plus de rapport à celle-ci, & ne continua cependant de paroître que juſqu'au 4 du mois ſuivant, pendant l'eſpace de quinze jours.

La Comete de 1706 ne fut apperçûë que depuis le 18 Mars juſqu'au 16 Avril pendant l'eſpace de 29 jours.

Celle de 1707 fut obſervée pendant l'eſpace d'un mois & 23 jours, depuis le 25 Novembre 1707 juſqu'au 17 Janvier ſuivant.

Enfin la Comete de 1723, qui eſt une de celles dont la durée a été la plus longue, n'a paru que depuis le 18 Octobre juſqu'au 18 Décembre dans l'eſpace de deux mois.

Cette circonſtance de la longue durée de cette Comete, n'eſt pas la ſeule qui la diſtingue de celles qui ont paru depuis le commencement de ce ſiécle: on doit auſſi remarquer que ſon mouvement a été beaucoup plus lent que celui de ces Cometes.

Dans celle de 1702, ſon mouvement fut d'abord obſervé de 13 degrés. La Comete de 1706 parcourut 12 degrés en trois jours. Le mouvement de celle de 1707 fut d'abord de plus de 4 degrés, & par les Obſervations de la Comete de 1723 on a trouvé que ſon mouvement, qui avoit paru du 18 au 19 Octobre de $5^d\ 5'$, devoit être le 14 à ſon paſſage par le Périgée de 20 degrés en vingt-quatre heures.

Nous ne ſçavons pas précisément le mouvement de celle-ci

au commencement de ſon apparition, mais comme on l'a apperçû le 31 Juillet entre les Conſtellations du petit Cheval & du Dauphin, & que le 26 Août nous l'avons vûë près de la queüe du Dauphin, on ne peut lui aſſigner dans l'eſpace de 26 jours qu'un mouvement au plus de 11 degrés qui meſurera l'intervalle entre ces deux Conſtellations, ce qui ne peut pas monter à un demi-degré l'un portant l'autre.

On ne peut pas non plus lui donner un mouvement moindre de 15 à 16 minutes, puiſque le lieu de la Comete fut déterminé le 31 Août à 8^d 34′ du Verſeau avec une latitude ſeptemtrionale de 28^d 48′ 10″, & le 2 Sept. à 8^d 3′ 0″ du même Signe avec une latitude de 29^d 6′ 30″; de ſorte que ſon mouvement qui commençoit alors à diminüer, comme on l'a reconnu par les Obſervations des jours ſuivants, étoit alors de 15′ 30″ en longitude, & de 9′ en latitude ; ce qui réduit à un grand Cercle, donne ſon mouvement journalier de 16 minutes.

Nous ne rapporterons point ici le détail de toutes les Obſervations que nous en avons faites dans la ſuite, il nous ſuffira de remarquer que le 26 Septembre ſa longitude étoit à 3^d 48′ 39″ du Sagittaire, & ſa latitude de 31^d 13′ 57″; de ſorte que le mouvement de cette Comete a été pendant l'eſpace de 26 jours de 4^d 45′ en longitude, & de 2^d 26′ en latitude, ce qui eſt en raiſon de 11 minutes par jour en longitude, & de 5 minut. $\frac{1}{2}$ en latitude, & que depuis le 26 Septembre juſqu'au 19 Octobre, temps auquel la Comete a paru ſtationaire, ce mouvement a été pendant 23 jours de 1^d 22′ en longitude, & de 1^d 2′ en latitude, ce qui eſt à raiſon de 3 minutes & demie par jour en longitude, & de 2 minutes & demie en latitude.

Ayant examiné le mouvement de cette Comete & le chemin qu'elle a décrit dans le Ciel, on trouve qu'il étoit d'abord contre la ſuite des Signes, de l'Orient vers l'Occident, avec une latitude qui alloit en augmentant du Midi vers le Septemtrion.

Ce mouvement eſt contraire à celui des Planetes qui ſe

fait de l'Occident vers l'Orient suivant la suite des Signes, ce qui semble favoriser le sentiment de quelques Philosophes modernes, qui prétendent que les Cometes se meuvent autour du Soleil, indifféremment de tous les sens, de l'Orient vers l'Occident, ou de l'Occident vers l'Orient.

Cependant si l'on examine les circonstances de cette Observation, on trouve qu'on peut représenter le cours de cette Comete, tel qu'on l'a apperçû, en supposant que son mouvement étoit réellement de l'Occident vers l'Orient suivant la suite des Signes.

On sçait que les Planetes, dont le mouvement propre est de l'Occident vers l'Orient, paroissent dans le cours de leurs révolutions directes, stationaires & rétrogrades. Leur plus grande vîtesse apparente, suivant la suite des Signes, s'apperçoit dans le temps de leurs conjonctions avec le Soleil, parce que le mouvement de la Planete se faisant en apparence dans un sens contraire à celui de la Terre, on apperçoit la somme de ces mouvements qui augmente la quantité de leur vîtesse apparente.

Ce mouvement diminüe ensuite à mesure que la Planete s'approche de sa quadrature, jusqu'à ce que le mouvement apparent de la Terre & celui de la Planete comparé aux Etoiles fixes, étant tous les deux dans le même sens & de la même quantité, la Planete paroît stationaire; son mouvement apparent étant ensuite plus petit que celui de la Terre, elle commence à paroître rétrograde, & augmente continuellement de vîtesse jusqu'à son opposition avec le Soleil, après laquelle ce mouvement diminüe à peu-près dans la même proportion qu'il avoit augmenté.

C'est précisément dans cette circonstance qu'a paru cette Comete. Elle étoit le 31 Juillet, jour de sa premiére apparition, entre la Constellation du petit Cheval & celle du Dauphin, c'est-à-dire, vers le 18.me degré du Verseau; le Soleil étoit alors au 9.me degré du Lion. Ainsi la Comete étoit peu éloignée de son opposition avec le Soleil, qui a dû arriver vers le 8 Août, jour de l'Eclipse totale de la Lune.

Plaçant donc cette Comete dans le rang des Planetes, elle devoit paroître rétrograde, quoiqu'elle alla réellement suivant la suite des Signes. Elle devoit aussi, par la même raison, être la plus près de la Terre qu'il étoit possible. Aussi a-t-elle paru alors avec une chevelure & une petite queüe que nous n'avons point distingué dans la suite de son cours, pendant lequel on l'a vû diminüer continuellement de grandeur.

Nous avons, dans les Cometes qui ont précédé celle-ci, représenté leurs cours, en supposant qu'elles décrivent des ellipses longues & étroites, dont le grand axe excede de beaucoup le petit, à l'un des foyers desquels se trouve placé le Soleil, & par cette maniére l'on a coûtume d'expliquer pourquoi nous ne les appercevons que pendant une partie de leurs révolutions dans le temps qu'elles se rencontrent le plus près de la Terre.

C'est en suivant cette hypothese que nous essayerons de représenter le cours de cette Comete.

Nous considérerons d'abord qu'elle étoit au commencement de son apparition plus éloignée que nous du Soleil, puisque, quelques jours après, la Terre s'est trouvée directement entr'elle & le Soleil. Ainsi on la doit mettre dans le rang des Planetes supérieures, dont les Orbes embrassent celui de la Terre.

Par cette raison, son mouvement autour du Soleil devoit être plus lent que celui de la Terre ; car on sçait que les Planetes employent plus de temps à décrire leurs révolutions, & qu'elles se meuvent réellement plus lentement sur leurs Orbes plus elles sont éloignées du centre de leur mouvement, & la proportion de leur mouvement avec celle de leurs distances s'observe avec tant de régularité, non seulement dans les Planetes autour du Soleil, mais même dans les Satellites autour de leur Planete, que cette proportion, découverte par Képler, est regardée comme une regle constante de la Nature.

Dans la Planete de Saturne, son mouvement rétrograde, lorsqu'elle est en opposition avec le Soleil, qui est dans ce temps-là, comme nous l'avons remarqué, le plus grand qui soit possible, est de 4 à 5 minutes.

Le mouvement de Jupiter, dans les mêmes circonstances, est de 8 à 9 minutes.

A l'égard de Mars, son mouvement, dans le temps de son opposition avec le Soleil, est depuis 16 jusqu'à 24 minutes, avec des différences assés considérables, à cause de l'excentricité de son Orbe, qui est beaucoup plus grande que celle des deux autres Planetes supérieures.

Nous ne sçavons pas, comme nous l'avons déja remarqué, la quantité exacte du mouvement de nôtre Comete dans le temps qu'elle étoit en opposition avec le Soleil. Nous conjecturons seulement, par la comparaison des Observations qui ont été faites dans la suite, qu'il étoit d'environ 20 minutes plus grand que ceux de Saturne & de Jupiter, & plus petit que celui de Mars. Ainsi par le rapport des distances aux vîtesses tirées de la regle de Képler, bien-loin que cette Comete fût au de-là de Saturne, comme on a eu lieu de le conjecturer dans quelques autres qui ont paru, elle devoit être plus près de nous que Jupiter. On peut même, en supposant que son mouvement fût réellement direct suivant la suite des Signes, démontrer que sa distance à la Terre, réduite à l'Ecliptique, ne pouvoit pas excéder trois fois celle de la Terre au Soleil, parce qu'une Etoile fixe, placée à cette distance, auroit dû par le mouvement journalier de la Terre, qui est d'environ un degré, paroître avoir un mouvement de l'Orient vers l'Occident de 20 minutes par jour. D'où il suit que si cette Comete, étant à la même distance, a eu un mouvement d'Occident vers l'Orient, elle a dû paroître avoir un mouvement rétrograde plus petit que celui que l'on y a observé d'abord de 20 minutes.

Nous avons donc examiné quelle est la situation de cette Comete qui résulte des Observations qui en ont été faites, & nous avons trouvé qu'elle devoit être entre les Orbes des Planetes de Mars & de Jupiter, & que l'on peut attribuer une figure elliptique à son Orbe sur lequel elle étoit placée, allant de son Périhélie à son Aphélie.

On peut par ce moyen expliquer pourquoi elle a paru

rétrograde pendant l'intervalle de près de deux mois & demi depuis son opposition avec le Soleil, au lieu que Mars ne l'est que pendant un mois & demi ou environ, & Jupiter pendant l'intervalle de deux mois.

On peut aussi rendre raison de ce qu'elle a été visible si long-temps, de sorte que plus de deux mois après son opposition on l'a observée le jour même de la Pleine Lune & celui qui l'a précédé, dans le temps où la clarté de la Lune nous fait perdre la vûë des plus petites Etoiles, parce que pendant que la Terre s'éloignoit d'elle par son mouvement journalier, elle s'écartoit peu de l'Orbe annuel, sa plus grande distance à la Terre n'étant à la plus petite que comme trois à deux ou environ.

On peut enfin expliquer pourquoi son mouvement en latitude ne diminüoit point dans la même proportion que celui en longitude, l'ayant observé de 2 ou 3 minutes dans le temps même qu'elle étoit stationaire. Car le mouvement apparent de la Comete en longitude à l'égard des Etoiles fixes étant le même que celui de la Terre, on ne pouvoit y appercevoir que son mouvement en latitude, dont la vîtesse apparente n'a dû diminüer que par rapport à la distance réelle de la Comete à la Terre, & à l'éloignement où elle étoit de ses nœuds.

Il resteroit à déterminer l'inclinaison de l'Orbite de cette Comete à l'égard de l'Ecliptique & la situation de ses nœuds; mais comme dans tout le temps qu'elle a été visible, elle n'a parcouru que 6 degrés & demi, nous n'avons pas pû y employer, avec toute l'exactitude requise, les regles que l'on a prescrites dans les Mémoires précédents pour trouver ces deux éléments. Il nous suffit d'avoir fait voir qu'on peut expliquer assés exactement toutes les apparences de son cours, en supposant qu'elle avoit un mouvement autour du Soleil dans le même sens que les Planetes, & qu'ainsi nous avons crû lui devoir attribuer ce mouvement qui paroît plus conforme à celui que l'on observe dans le systême solaire.



OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES PENDANT L'ANNE'E M. DCCXXIX.

Par M. MARALDI.

On a vû pendant l'année 1729 plusieurs fois l'Aurore boréale. On l'a observée la premiére fois le 29 Mai à 11^h du soir assés belle & éclatante ; elle étoit formée en Arc, qui s'étendoit depuis la Constellation du Lion jusqu'à celle de Cassiopée, qui étoient alors proche de l'horizon, elle s'élevoit jusqu'aux pattes de la grande Ourse, & jettoit des rayons foibles, qui cesserent en peu de temps. On vit ensuite une Lumiére constante, dont le plus grand éclat parut vers le Nord-oüest, & continua jusqu'à minuit & demi.

Les soirs du 15 & du 26 Juin on en apperçut une autre dont il sortoit des rayons de lumiére, mais elle fut de peu de durée.

Le 15 Septembre elle parut beaucoup plus éclatante, elle étoit terminée en Arc, son extrémité orientale étoit dans le vertical de Persée, & du côté du couchant elle se terminoit à Arcturus ; sa partie supérieure alloit jusqu'aux pattes de la grande Ourse, & l'informe qui est sous la queüe y étoit plongée. On n'a pas vû de jets de lumiére, mais elle étoit fort constante, uniforme & claire. A 10^h le Ciel s'est tout couvert, ce qui cacha la lumiére.

On a vû à peu-près la même apparence le 13 Octobre à 7^h du soir, la lumiére étant assés belle, formée en Arc, dont les extrémités étoient depuis le vertical de la Chevre jusqu'à celui d'Arcturus ; la partie de l'Arc la plus élevée étoit au Nord-nord-oüest au dessus de la grande Ourse. Pendant le jour le Soleil étoit fort chaud, & on voyoit au Nord, vers les 5^h du soir, des nuages qui sortoient de l'horizon.

Le 16 Novembre il parut une Lumiére boréale beaucoup plus grande que celles qu'on avoit vû dans le cours de cette année, & même depuis celle du 19 Octobre 1726, à laquelle elle avoit beaucoup de ressemblance, principalement par la maniére dont se formoient les ondulations de lumiére, qui se répandoient presque par tout le Ciel, à la réserve de la partie qui est entre l'Orient & le Midi, où l'on ne laissoit pas d'en voir quelque vestige. Il y avoit vers le Nord-est une Lumiére rougeâtre qui paroissoit comme être le foyer d'où se répandoient ces lumiéres; on ne voyoit point, comme dans celle de 1726 une Couronne de lumiére vers le Zénith, mais on apperçut vers le Midi deux Arcs lumineux qui s'étendoient depuis l'Orient vers l'Occident, & qui parurent successivement l'un après l'autre. On vit aussi du côté d'Orient une espece de Lumiére en forme de Poutre, qui s'élevoit perpendiculairement depuis l'horizon jusqu'à l'œil du Taureau. Enfin on vit une Bande lumineuse qui commençoit au point de l'horizon du Nord-est, passoit près du Zénith, & alloit se terminer au point de l'horizon opposé au Sud-est. Cette Aurore dura depuis 7^{h} du soir jusqu'à 5^{h} du matin, pendant lequel temps il arriva divers changements, dont on a déja parlé à l'Académie.

Les grands Vents ont regné cette année particuliérement dans le mois dernier, où le 6 & le 8 il a été le plus impétueux.

Observations sur la quantité de la Pluye.

	lignes		lignes
En Janvier..........	13 $\frac{3}{6}$	En Juillet	22 $\frac{1}{6}$
Février..........	5 $\frac{4}{6}$	Août	28 $\frac{3}{6}$
Mars............	8 $\frac{1}{6}$	Septembre.......	20
Avril	19 $\frac{5}{6}$	Octobre.........	13 $\frac{2}{6}$
Mai.............	43 $\frac{5}{6}$	Novembre	8 $\frac{2}{6}$
Juin	8 $\frac{5}{6}$	Décembre.......	12 $\frac{1}{6}$

Somme de la hauteur de la Pluye qui est tombée en 1729, 204 lignes $\frac{2}{6}$, qui font 17 pouces 0 ligne $\frac{2}{6}$ moindre que

l'année commune, & plus grande de 11 lignes que l'année précédente.

La Pluye tombée dans les six premiers mois est de 8 pouc. 3 lign. $\frac{5}{6}$, plus petite de 4 lign. $\frac{1}{3}$ que celle des mois derniers.

Les Pluyes du Printemps ont été les plus abondantes, de sorte que dans les trois mois de Mars, Avril & Mai elles montent à 71 lignes $\frac{5}{6}$, c'est-à-dire, à 6 pouces moins un sixiéme de ligne.

Elles n'ont pas été en si grande quantité dans l'Automne, elles ne montent qu'à 3 pouces 5 lignes.

Mais elles ont été plus abondantes en Eté, pendant lequel il a plû 4 pouces 11 lignes & demie.

Observations sur le Thermometre.

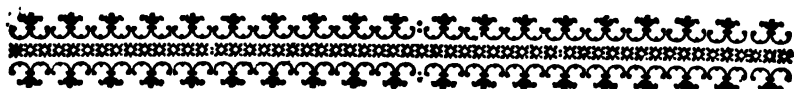
Le plus grand froid marqué par le Thermometre a été le 18, 19, 20 Janvier; la liqueur est descendüe dans ces trois jours, le 18 à 13 degrés, le 19 à 9 $\frac{3}{4}$, le 20 à 11, par un petit vent de Nord.

Les chaleurs ont commencé au mois de Mai, elles ont fait monter le 29 & le 30 de ce mois à 3^h après midi, par un temps tranquille, la Liqueur du Thermometre à 73 degrés.

Elle est montée à la plus grande hauteur le 18 Juin au lever du Soleil à 63 degrés, le 21 & le 22 à 62 degrés au lever du Soleil, & à 78 degrés à 3^h après midi.

Sur le Barometre.

L'année 1729 le Barometre n'est pas monté plus haut que 28 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui est arrivé le 6 Février par un vent de Nord-est serein, & le 9 Mars par le même vent. Il est descendu le plus bas à 27 pouc. 1 lign. $\frac{1}{2}$ le 22 Février par un vent de Sud-oüest, couvert. Le 26 Janvier il est descendu à 27 pouc. 2 lign. par un vent d'Oüest, couvert.



MESSIEURS DE LA SOCIETE' Royale des Sciences, établie à Montpellier, ont envoyé à l'Academie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles; comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roy au mois de Fevrier 1706.

ME'MOIRE

SUR UNE NOUVELLE MANIE'RE D'OPE'RER LA FISTULE LACRYMALE.

Par M. LAMORIER.

QUOIQUE l'opération de la Fiſtule lacrymale ne ſoit pas du nombre des dangereuſes, elle mérite pourtant toute l'attention du Chirurgien, tant par rapport à la délicateſſe des parties ſur leſquelles on doit manœuvrer, que par rapport à la crainte qu'ont la plûpart de ceux qui ont cette maladie. Cette crainte eſt principalement produite par l'idée du feu qu'on a accoûtumé d'employer dans cette opération, & c'eſt ce qui les empêche bien ſouvent de ſe faire opérer; c'eſt auſſi ce qui m'a engagé à chercher des moyens pour éviter ce ſecours cruel, que la Chirurgie moderne a preſque entiérement banni, & qu'on n'employe aujourd'hui que dans les Gangrenes & dans les Caries très-conſidérables. En effet il y a peu de malades qui veüillent ſe laiſſer brûler, à moins que le danger de la maladie ne les y détermine.

Je ne m'attacherai pas à décrire la Fistule lacrymale, on en a suffisamment parlé dans nos Livres d'opérations de Chirurgie; mais avant d'établir nôtre nouvelle maniére d'opérer, j'exposerai en peu de mots la Méthode ordinaire, pour en faire le parallele, & en démontrer les inconvenients.

Lorsque la Fistule lacrymale n'a acquis aucun mauvais caractere, qu'elle ne participe ni du Virus écroüelleux, ni du chancreux, on prépare le Sujet, & pour l'opérer on commence par couvrir l'Oeil sain, on assujettit la peau du grand & du petit angle de l'Oeil malade, on fait avec un Bistouri une incision en croissant d'environ quatre lignes de longueur, dont la cavité regarde l'Oeil, & la convexité regarde le nés, pour éviter le tendon de l'orbiculaire des paupiéres. Cette incision doit découvrir l'os unguis, qu'on enfonce avec une Sonde, avec un Déchaussoir, ou avec quelque autre instrument de cette nature; à la faveur de la Sonde on porte une cannule qui sert de guide pour un cautere actuel, dont l'action doit être démontrée par la fumée qui sort par le nés, & par-là on prétend détruire la carie. Quelques-uns veulent que cette opération soit faite à deux fois, & n'appliquent le feu que le lendemain de l'incision, ce qui est bien plus rude, puisque non seulement on multiplie le nombre des instruments, mais encore le temps de l'opération, ce qui est contre les regles de la bonne Chirurgie, qui ne doit tendre qu'à diminuer le nombre des instruments, & à rendre les opérations plus simples, & par conséquent moins douloureuses.

Cette intention est remplie par nôtre Méthode que je vais rapporter. Sans avoir le soin d'assujettir ni le grand ni le petit angle de l'Oeil, je porte un Bistouri droit une ligne au-dessus de la Fistule lacrymale, j'incise en croissant vers le bord inférieur de l'orbite, & je l'enfonce, sans beaucoup ménager ni la peau ni le muscle de cette partie, jusque sur l'os unguis que je découvre d'abord, & sur le champ j'introduis des pincettes pointües & recourbées vers leur pointe, dont la convexité doit regarder l'Oeil, & la concavité le dos du nés. J'enfonce l'os unguis en portant la main vers l'Oeil, afin que

la pointe de l'instrument ne blesse point son globe, & qu'elle soit dirigée vers la narine, & en pénétre la cavité ; j'ouvre les branches *AA*, qui font ouvrir en même temps les pointes *BB*, qui faisant fonction de dilatatoire, brisent l'os unguis, & déchirent la membrane pituitaire qui le tapisse au dedans du nés : on connoît que l'os est brisé, & que la membrane pituitaire est déchirée par la résistance que l'on a senti, par le bruit que l'on a entendu, & par le sang qui sort par la narine.

Mais cette ouverture seroit bientôt bouchée par le gonflement des chairs & des membranes, si on n'avoit le soin de la tenir dilatée, non pas par des tentes ni par des bourdonnets qu'on introduit, & qu'on assujettit avec beaucoup de peine & de douleur, mais par une petite bougie un peu courbée, dont la grosseur & longueur doivent être proportionnées à la playe ; en général elle doit avoir une ligne de diametre, il ne faut l'introduire que vers le troisiéme ou quatriéme jour ; & même s'il étoit survenu un peu de tension vers le grand coin de l'Oeil, il en faudroit différer l'introduction vers le huitiéme : il ne faut pas craindre que cette ouverture soit fermée, il en est de même que dans la taille plus de huit jours après cette opération, on peut introduire dans la Vessie des tenettes, pour y prendre des pierres, ou des fragments de pierres, que l'on n'a pû tirer le jour de l'opération.

On doit s'assûrer que l'extrémité *D* de la bougie soit bien dans la narine, ce que l'on connoît par une espéce de chûte, que l'on a senti quand elle a passé l'os unguis, ce que l'on ne peut exprimer, & que l'on ne peut apprendre que par la pratique, elle est retenüe en place par sa tête *C*, qu'on assujettit par un petit plumaceau, par une petite compresse triangulaire, & par le bandage qu'on appelle *Oeil simple*, auquel on substitüe vers la curation le bandage d'Acier, nommé *Compressif de la Fistule lacrymale*, qui convient beaucoup, parce qu'il laisse l'Oeil en liberté. Il faut changer quelquefois cette bougie, parce qu'elle se ramollit, & en continuer l'usage pendant plus de trente jours, parce qu'alors les bords de la

playe du périoste & de la membrane pituitaire du nés doivent être endurcis & hors d'état de pouvoir se rejoindre. Il ne faut pas craindre que l'os unguis qui a été une fois brisé par cette dilatation, puisse se réünir, ses feüilles sont trop minces, & il arrive la même chose qu'aux fractures des Sinus sourciliers & maxillaires qui se recouvrent rarement, parce que leur lame se trouve fort mince, & que les fibres osseuses n'ont pas assés d'appui pour se soûtenir, & se rejoindre les unes aux autres pour former le calus.

C'est donc le gonflement du périoste & de la membrane pituitaire, qu'il faut éviter, qui boucheroit le trou de l'os unguis, & les larmes ne pouvant point couler dans le nés, seroient obligées de refluer vers les points lacrymaux. De-là le larmoyement, qui très-souvent n'est pas détruit dans la méthode ordinaire, parce que l'os unguis n'a pas été assés dilaté, & que la membrane pituitaire n'a pas été suffisamment déchirée, & que l'ouverture de l'un & de l'autre n'a pas été assés long-temps entretenüe; d'ailleurs la pression qui est faite par des bourdonnets est rude & inégale, au lieu que celle de la bougie est douce & égale depuis le dehors de la playe jusque dans la narine. Vers le trente-cinquiéme ou quarantiéme jour on ôte la bougie, on touche légerement les bords de la playe de la peau avec un peu de Pierre à cautere, parce qu'ils pourroient être devenus durs, & dans peu de jours l'on voit la playe réünie.

Il semble que dans les grandes caries qui ont travaillé, non seulement sur l'os unguis, mais encore sur le maxillaire & sur l'os ethmoïde, nôtre méthode ne suffiroit pas, & qu'alors le feu seroit absolument nécessaire. Je réponds à cela que l'action du cautere actuel ne s'étend pas, à beaucoup près, si loin que la brisure qui est faite par les pincettes; d'ailleurs l'expérience nous a fait voir que des grandes caries de cette nature ont été parfaitement guéries sans le secours du feu, les esquilles s'étant séparées & tombées par le nés.

Pour avoir une idée claire de la manœuvre qui se passe dans l'os unguis & dans la membrane pituitaire, j'ai pris la

Tête

Tête d'un Cadavre, j'ai séparé de sa base le crâne & la machoire inférieure, & après avoir opéré de deux côtés & introduit les bougies, j'ai coupé cette base verticalement sur le vomer, en sciant l'os ethmoïde, l'os sphénoïde, les os maxillaires & les os du palais jusqu'au derriére de l'occipital. Par cette coupe j'ai séparé le nés en deux parties égales, & j'ai observé que l'ouverture de la membrane pituitaire avoit environ deux lignes de longueur sur une ligne de largeur, par conséquent d'une figure ovale qui doit prendre la figure ronde, parce que les bords de la membrane pituitaire se moulent sur la bougie qui est ronde; j'ai observé de plus que la bougie passoit le niveau de la membrane d'environ deux lignes.

Je conclus que l'essentiel de cette opération consiste dans le coup de dilatatoire donné par les pincettes, & dans l'introduction de la bougie qui doit être employée plus d'un mois, d'où il s'ensuit que l'on doit retirer plusieurs avantages de cette Méthode.

En premier lieu on supprime beaucoup d'instruments, puisque l'on n'en employe que deux, au lieu que dans la maniére ordinaire il en faut cinq, sçavoir un Bistouri, un Déchaussoir, ou autre instrument équivalent, une Sonde, une Cannule & un Cautere actuel. En second lieu, on abrege beaucoup le temps de l'opération, car elle peut être faite en moins de dix secondes, au lieu que dans la maniére ordinaire il faut parler de plusieurs minutes. En troisiéme lieu, le larmoyement doit finir, parce que l'ouverture de l'os unguis est bien pratiquée, & que les larmes ont leur pente dans le nés, à moins qu'il n'y eût quelque embarras depuis les orifices des points lacrymaux jusque dans le sac lacrymal; complication de maladie qui ne peut être emportée par cette opération seule, & pour laquelle la Méthode de M. Anel sembleroit fort convenir. En quatriéme lieu, je crois que l'éraillement de la paupiére inférieure qui arrive quelquefois après cette opération, & que je pense être une suite de l'action du feu qui faisant escarre, détruit en partie les fibres de l'orbiculaire des paupiéres qui deviennent moins en état de

contrebalancer les contractions de la peau, & par conſéquent la paupiére doit ſe renverſer au dehors ; je crois, dis-je, que ce fâcheux inconvénient ne doit pas arriver. Enfin ce qu'il y a de plus avantageux eſt que l'idée du feu eſt bannie de l'eſprit des malades, & qui eſt ſouvent la cauſe, comme nous l'avons déja dit, qu'ils ne ſe font pas opérer ; perſuadés que cette maladie n'eſt pas dangereuſe, ils aiment mieux s'aſſujettir à porter pendant leur vie un Emplâtre, & à eſſuyer le pus & les larmes qui coulent continuellement ſur la joüe.

F I N.



A

FAUTES A CORRIGER

Dans les Mémoires de 1727.

PAge 108. ligne 22. pour hient, *lisés* Hunt.

Page 110. l. 35. pour Meque, *lisés* Jamaïque. *Ligne 36. pour* 126. *lis.* Introd. pag. CXXVI. & Vol. II. pag. 190. Tab. 233.

Page 127. ligne penultiéme, après ces mots, toûjours plus grand, *ajoûtés*, ou non plus plus petit.

Page 308. ligne penult. pour parvu, *lisés* parva.

Page 331. l. 7. pour urne, *lis.* corne.